

IB
DIPLOMA

Física

John Allum - Christopher Talbot



Vicens Vives

OPCIONES

Relatividad

IDEAS FUNDAMENTALES

- Los estudios que realizó Einstein en el ámbito del electromagnetismo revelaron la presencia de inconsistencias entre las teorías de Maxwell y la mecánica de Newton. Él reconoció que ambas teorías no pudieran coexistir y decidió apostar por la teoría del electromagnetismo de Maxwell, aun sabiendo que si era la correcta, habría que cambiar de una forma espectacular ideas extensamente aceptadas sobre el espacio y el tiempo en la mecánica.
- Dos observadores que se mueven con un movimiento uniforme relativo discrepan en cuanto a los valores numéricos de las coordenadas espacio–temporales de un suceso, pero están de acuerdo en cuanto al valor numérico de la velocidad de la luz en el vacío. Las ecuaciones de transformación de Lorentz relacionan los valores de estas coordenadas en dos sistemas de referencia y reemplazan las ecuaciones de transformación de Galileo, que fallan para velocidades cercanas a la de la luz.
- Los diagramas espacio-tiempo son una manera muy clara e ilustrativa de representar gráficamente por qué dos observadores que se mueven relativamente uno respecto al otro obtienen medidas distintas.
- La energía se debe conservar en cualquier circunstancia y lo mismo le ocurre al momento. La relatividad del espacio y del tiempo requiere una nueva definición para la energía y el momento con el objetivo de preservar la naturaleza conservativa de estas leyes bajo transformaciones relativistas.
- La relatividad general es un marco de ideas que aglutina los conceptos fundamentales de masa, espacio y tiempo para describir el destino del universo.

13.1 (A1: Núcleo) Los inicios de la relatividad

Los estudios que realizó Einstein en el ámbito del electromagnetismo revelaron la presencia de inconsistencias entre las teorías de Maxwell y la mecánica de Newton. Él reconoció que ambas teorías no pudieran coexistir y decidió apostar por la teoría del electromagnetismo de Maxwell, aun sabiendo que si era la correcta, habría que cambiar de forma espectacular ideas extensamente aceptadas sobre el espacio y el tiempo en la mecánica

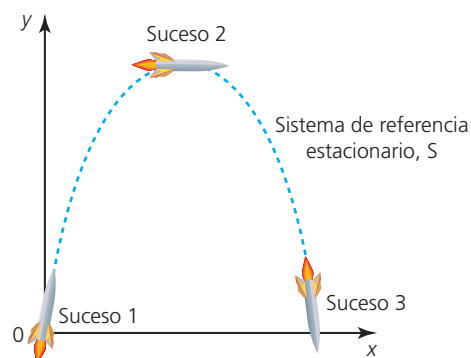
Para comprender los novedosos pasos que dio Einstein a principios del siglo XX es importante tener en cuenta el contexto científico en el que se realizaron esos pasos. La mecánica newtoniana había reinado hasta el momento de manera absoluta gracias al éxito de la teoría de Newton a la hora de describir con exactitud el movimiento del universo. Para valorar el verdadero vuelco al paradigma newtoniano que introdujo Einstein, primero necesitamos tener bien claros algunos de los principios del modelo newtoniano del universo.

■ Sistemas de referencia

Es probable que hayas resuelto muchos problemas del Capítulo 2 en los que tuviste en cuenta un sistema de referencia estacionario y mediste o calculaste el desplazamiento, la velocidad y la aceleración de diferentes objetos con respecto a un punto estacionario (es decir, fijo o inmóvil).

Un sistema de referencia es simplemente un sistema de coordenadas que permite asignar un valor específico de tiempo y posición a un suceso.

■ **Figura 13.1**
Representación gráfica del sistema de referencia de la Tierra para un cohete en vuelo



Un **suceso** es un acontecimiento instantáneo que ocurre en un punto específico del espacio.

Podemos poner muchos ejemplos de sucesos: un centelleo de luz, el momento en el que dos objetos colisionan y el punto más alto al que llega un objeto que describe una trayectoria parabólica.

Los sistemas de referencia se representan a menudo mediante un conjunto de ejes al que se le suele asignar el símbolo «S», tal como se muestra en la Figura 13.1.

Para definir un sistema de referencia debemos especificar el origen, las direcciones de los ejes x e y , y el suceso que marca el inicio del tiempo. El sistema de referencia obvio de la Figura 13.1 es la Tierra. No obstante, también podríamos considerar el sistema de referencia del cohete, en el que este último está estacionario y es la Tierra la que se mueve.

El éxito de la mecánica newtoniana es que permite calcular de forma exacta propiedades como el desplazamiento, la velocidad, la aceleración y el tiempo utilizando las ecuaciones del movimiento.

Ejemplo resuelto

- 1 Calcula las coordenadas x , y y t de un cohete en caída libre con una velocidad inicial de 400 m s^{-1} y una velocidad horizontal de 100 m s^{-1} para los tres sucesos representados en la Figura 13.1.

Suceso 1: Este es el suceso que define el origen de coordenadas y también el valor inicial del tiempo, por tanto: $x = 0 \text{ m}$, $y = 0 \text{ m}$ y $t = 0 \text{ s}$; es decir, las coordenadas son $(0,0 \text{ m}, 0,0 \text{ m}, 0,0 \text{ s})$.

Suceso 2: Este es el suceso que se define porque el cohete alcanza su altura máxima. Utilizamos las ecuaciones del movimiento para calcular x , y y t de la manera siguiente:

$$v^2 = u^2 + 2as$$

como $v = 0$ en la altura máxima:

$$s = \frac{-u^2}{2a}$$

$$s = \frac{-(400^2)}{2 \times (-9,81)}$$

$$s = 8,2 \times 10^3 \text{ m}$$

Esta expresión nos proporciona la altura, por tanto $y = 8,2 \times 10^3 \text{ m}$. Tomamos este valor para simplificar, aunque lleva asociado un pequeño error de redondeo. A continuación calculamos el tiempo que tarda el cohete en alcanzar este punto:

$$s = \frac{u + v}{2} t$$

$$t = \frac{2s}{u}$$

$$= \frac{2 \times 8,2 \times 10^3}{400}$$

$$= 41 \text{ s}$$

Como no hay aceleración horizontal, el cálculo de la posición horizontal, x , es directo:

$$s = ut$$

$$= 100 \times 41$$

$$= 4100 \text{ m}$$

Por tanto, las coordenadas (x, y, t) del Suceso 2 son $(4100 \text{ m}, 8200 \text{ m}, 41 \text{ s})$.

Suceso 3: Este suceso ocurre cuando el centro de masas del cohete está a la misma altura que estaba en un principio. La simetría del movimiento parabólico permite afirmar que el suceso 3 ocurre en las coordenadas $(8200 \text{ m}, 0 \text{ m}, 82 \text{ s})$.

- 1 Una cámara de control de la velocidad intercepta un coche que viaja a $35,0 \text{ m s}^{-1}$. Si la fotografía se toma en el punto $(0,00 \text{ m}; 0,00 \text{ s})$, ¿cuáles son las coordenadas del coche al cabo de $23,0 \text{ s}$?
- 2 Un niño travieso lanza un tomate desde un coche a un peatón inmóvil por delante del cual acaba de pasar el coche. El vehículo viaja a 16 m s^{-1} y el niño lanza el tomate hacia el peatón de manera que el tomate abandona el coche a una velocidad de 4 m s^{-1} . Explica por qué el tomate no impacta contra el peatón.

■ Distintos sistemas de referencia

Un **observador** es un individuo teórico que realiza medidas desde un único sistema de referencia específico. Un observador siempre está estacionario (fijo, inmóvil) con respecto a su propio sistema de referencia y por ello se le denomina algunas veces **observador en reposo**.

¿Has caminado alguna vez por el interior de un tren en movimiento? ¿Te has preguntado cuál es en ese caso tu velocidad? Si mientras caminas te golpeas dos veces la cabeza con maletas que sobresalen del portaequipajes, ¿cuáles son las coordenadas de esos dos sucesos «golpeadores»? La respuesta a estas preguntas depende del sistema de referencia desde el que el observador

realiza las medidas. En este caso existen tres sistemas de referencia evidentes proporcionados por tres observadores distintos:

- 1 Un observador que realiza medidas sentado en el andén cuando pasa el tren.
- 2 Un observador que realiza medidas sentado en un asiento del tren.
- 3 Un observador que camina por el tren a la misma velocidad que tú.

Según Newton, cada uno de estos tres observadores discreparía sobre cuál es tu velocidad y también sobre cuál es tu posición cuando te golpeas la cabeza. Sin embargo, sí estarían de acuerdo sobre el tiempo transcurrido entre ambos sucesos (ambos golpes) y en la distancia que has recorrido por el vagón entre ambos sucesos.

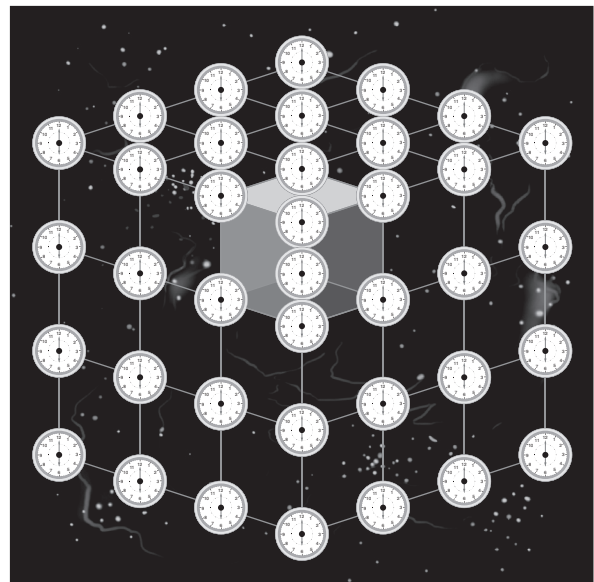
■ Postulados de Newton sobre el tiempo y el espacio

La descripción newtoniana del universo contenía muchos supuestos. Para comprender la relatividad es fundamental saber que para Newton hay dos postulados que deben cumplirse:

- 1 La **universalidad del tiempo**: todos los observadores están de acuerdo en el intervalo de tiempo que transcurre entre dos sucesos. En particular, todos deben estar de acuerdo sobre si dos sucesos son simultáneos o no.
- 2 La **universalidad de la distancia**: todos los observadores están de acuerdo en la distancia entre dos sucesos simultáneos.

El término **simultáneos** significa que los sucesos ocurren a la vez, es decir, que el intervalo de tiempo entre ambos sucesos es cero.

¿Cuál es el significado de estos postulados? Para comprenderlo mejor, imagina un universo con un diminuto reloj colocado en el centro de cada metro cúbico, tal como se representa en la Figura 13.2. El primer postulado implica que todos los relojes marcan exactamente la misma hora y todos hacen tictac exactamente con la misma velocidad. Cualquier observador que se desplazara por este universo llevando un reloj vería que este último también marcaría la misma hora que los relojes del entorno, y debería hacer tictac con la misma velocidad. Si el observador también transportara una regla de un metro de longitud en su paseo, encontraría que la regla siempre correspondería a la distancia entre dos relojes adyacentes.



■ **Figura 13.2** Una matriz cúbica de relojes que se extiende de forma regular por el espacio y en la que todos los relojes marcan la misma hora

■ Transformaciones galileanas

Siempre que pasamos de un sistema de referencia o de un sistema de coordenadas a otro, necesitamos hacer lo que se denomina una **transformación** mediante la aplicación de ecuaciones estándar. Este proceso cobrará una gran importancia cuando profundicemos en la relatividad, de modo que merece la pena que nos aseguremos de que lo comprendes bien para la versión más simple del universo que proporciona el modelo de Newton.

Las ecuaciones de transformación galileanas relacionan el desplazamiento de un objeto, x , en un instante de tiempo t y con velocidad u medidos por un observador, con los medidos por un segundo observador que viaja a velocidad constante, v , respecto del primer observador. El segundo observador medirá el desplazamiento del objeto como x' y la velocidad como u' en el instante t :

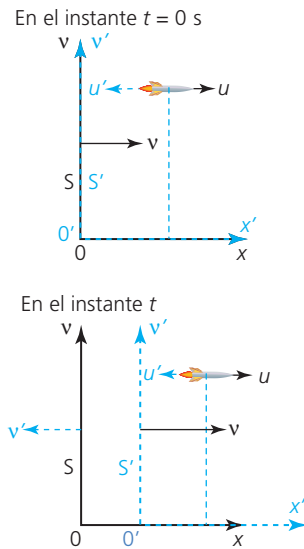
$$x' = x - vt$$

$$u' = u - v$$

Estas ecuaciones figuran en el *Apéndice de datos de Física*.

Utilizamos las ecuaciones de transformación galileanas para poder trasladar nuestras medidas desde un sistema de referencia a otro, siempre dentro del modelo newtoniano del universo.

■ **Figura 13.3**
Sistemas de referencia S y S' en el instante $t = 0$ y en el instante t ; según un observador situado en S , el cohete se mueve hacia delante, mientras que un observador situado en S' (el sistema de referencia de color azul) ve que se mueve hacia atrás



Observemos ahora dos sistemas de referencia, S y S' , que se mueven relativamente (uno respecto al otro) a velocidad constante, v . En el instante de tiempo $t = 0$ s los orígenes de ambos sistemas de referencia coinciden, de manera que los observadores situados en cada uno de ellos están de acuerdo sobre la posición y el tiempo de un suceso con coordenadas $(0 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0 \text{ s})$. En la Figura 13.3 se representa esta situación mediante el diagrama superior, en el que se dibujan los dos sistemas de referencia uno sobre el otro.

En el diagrama inferior de la Figura 13.3 la posición del cohete es la misma, pero la posición de los ejes y , y por tanto, de los sistemas de referencia, es distinta. Desde el sistema de referencia S (líneas continuas de color negro) se ve el cohete moviéndose hacia delante y el observador S' moviéndose hacia delante aun más rápido. Desde el sistema de referencia S' (líneas discontinuas de color azul) se ve el cohete moviéndose hacia atrás y el observador S moviéndose hacia atrás aun más rápido. Si encuentras que esta descripción es confusa, puedes intentar dibujar los dos sistemas de referencia por separado de manera que no estén uno sobre el otro.

Ejemplo resuelto

- 2 En el espacio profundo, el cohete A abandona la estación espacial a una velocidad constante de 300 m s^{-1} . Al mismo tiempo, el cohete B viaja en la misma dirección y sentido a una velocidad constante de 200 m s^{-1} .
- ¿Qué distancia hay entre el cohete A y la estación espacial al cabo de una hora?
 - ¿Qué distancia hay al cohete A al cabo de una hora para un observador situado en el cohete B?
 - ¿Cuál sería la velocidad del cohete A medida por un observador situado en el sistema de referencia del cohete B?

$$\begin{aligned} \text{a } x &= ut, \text{ donde } t = 1 \times 60 \times 60 = 3600 \text{ s} \\ &= 300 \times 3600 \\ &= 1,08 \times 10^6 \text{ m} \\ \text{b } x' &= x - vt \\ &= 1,08 \times 10^6 \text{ m} - (200 \times 3600) \\ &= 3,6 \times 10^5 \text{ m} \\ \text{c } u' &= u - v \\ &= 300 - 200 \\ &= 100 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

Supón que el modelo newtoniano del universo es correcto y utiliza las transformaciones galileanas para responder a las preguntas siguientes. (Fíjate en que las respuestas a algunas de estas preguntas contradicen las reglas de la relatividad que se introducirán en la sección siguiente.)

- Los cohetes del Ejemplo resuelto 2 viajan en la misma dirección y sentido. Utiliza las ecuaciones de transformación galileanas para responder a los apartados (b) y (c) si los cohetes vuelan en sentidos contrarios.
- Un cohete que se aleja de la Tierra a una décima parte de la velocidad de la luz emite un haz de luz láser hacia el espacio.
 - ¿Cuál sería la velocidad de los fotones del haz de luz que mediría un observador situado en el interior del cohete?
 - ¿Cuál sería la velocidad de los fotones del haz de luz que mediría un observador flotando inmóvil (respecto a la Tierra) en el espacio?
- Un observador situado en la Tierra ve dos cohetes que se mueven uno hacia el otro con una velocidad de $0,6c$. ¿Qué velocidad piensa un observador situado en uno de los cohetes que lleva el otro cohete?
- Si viajaras en una nave espacial increíblemente rápida que abandonara la estación espacial a una velocidad de $0,35c$ y aceleraras un protón en el interior de la nave de manera que viajara hacia delante a una velocidad de $0,95c$, ¿cuál sería la velocidad del protón medida por un observador situado en la estación espacial?

■ Ecuaciones de Maxwell

James Clerk Maxwell fue un físico escocés al que muchos consideran, junto con Newton y Einstein, como uno de los tres físicos más importantes de todos los tiempos. Sin embargo, su notable obra es menos conocida, posiblemente a causa de su complejidad matemática. El principal logro de Maxwell fue enlazar los conceptos de electricidad, magnetismo y óptica.

Maxwell reunió cuatro ecuaciones que describen la dependencia de los campos eléctricos y magnéticos de una región del espacio respecto a la densidad de carga eléctrica y a una propiedad denominada densidad de corriente. Estas ecuaciones especifican cómo se propagan los campos y cómo se entrelazan. No es necesario que tengas un conocimiento completo de las ecuaciones de Maxwell ni que las describas, pero puede ser útil hacer un breve resumen de lo que dice cada una de ellas.

- **Ecuación 1:** La primera ecuación de Maxwell describe cómo varía el campo eléctrico alrededor de una única carga. Describe la repulsión y la atracción entre cargas del mismo signo y cargas de signos contrarios, respectivamente, y también afirma que las líneas del campo eléctrico comienzan en las cargas positivas y terminan en las negativas. Esto es así porque las cargas eléctricas son monopolos, en el sentido de que o son positivas o son negativas.
- **Ecuación 2:** Afirma que las líneas del campo magnético tienden a envolver las cosas para formar bucles cerrados. Esto es así porque los polos magnéticos siempre se encuentran en forma de pares norte-sur y, por tanto, a diferencia de las cargas eléctricas, nunca son monopolos.
- **Ecuación 3:** Afirma que un campo magnético variable origina un campo eléctrico envolvente. Se trata de un gran paso hacia delante, porque significa que existen dos maneras de originar los campos eléctricos: a partir de una carga eléctrica o de un campo magnético variable.
- **Ecuación 4:** Afirma que un campo eléctrico variable origina un campo magnético envolvente. Esto significa que un campo magnético no solo se puede originar a partir de una corriente, sino también a partir de un campo eléctrico variable.

Las ecuaciones de Maxwell, por tanto, describen una situación en la que un campo magnético variable induce un campo eléctrico envolvente. Este campo eléctrico también es variable y, en consecuencia, induce un campo magnético envolvente. Este nuevo campo magnético también es variable y por tanto la inducción va hacia delante y hacia atrás entre los campos eléctrico y magnético en forma de oscilación. La intensidad con la que se produce esta oscilación depende de dos propiedades de la materia denominadas **permitividad eléctrica**, ϵ , y **permeabilidad magnética**, μ , que describen la cantidad de carga o de corriente necesarias para producir un campo eléctrico o magnético dados.

■ Maxwell y la paradoja de la constancia de la velocidad de la luz

A partir de las ecuaciones de Maxwell se puede derivar la velocidad con la que se propaga una oscilación electromagnética en el vacío, usando las constantes ϵ_0 , la permitividad del espacio vacío, y μ_0 , la permeabilidad del espacio vacío. Las ecuaciones de Maxwell proporcionan el valor de la velocidad de propagación de la oscilación electromagnética en el vacío como:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{8,85 \times 10^{-12} \times 4\pi \times 10^{-7}}}$$

$$v = 3,00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

Como puedes ver, este valor coincide con el valor experimental para la velocidad de la luz en el vacío. El problema es que las ecuaciones de Maxwell no proporcionan un valor que dependa de la fuente de ondas electromagnéticas o de la velocidad del observador; según las ecuaciones de Maxwell, la velocidad de la luz tiene que ser una constante. Esta idea va contra la intuición que desarrollamos a partir de nuestra experiencia de mover objetos, por tanto, antes de los trabajos de Einstein, la solución a esta paradoja había sido normalmente asumir que las ondas electromagnéticas viajaban a través de un medio denominado **éter** y que había que añadir algún término a las ecuaciones de Maxwell para tener en cuenta la velocidad de la fuente y del observador.

Esto significaba que el éter era, por definición, un aspecto estacionario del universo desde el que todos los observadores podrían calcular su velocidad midiendo la velocidad de la luz. Esta idea es comparable a la matriz de relojes que se sugirió en la Figura 13.2.

Einstein, por el contrario, decidió que la elegante simplicidad de las ecuaciones de Maxwell era fundamentalmente correcta y que la velocidad de la luz en el vacío era invariante (no podía cambiar). En otras palabras, la velocidad de la luz en el vacío medida por cualquier observador debe ser la misma, un valor constante, c , con independencia del movimiento de cada observador.

Naturaleza de la ciencia

Cambio de paradigma

La solución de Einstein supuso un cambio fundamental de paradigma en nuestra forma de pensar el universo. Surgió de la decisión, aparentemente simple, de dudar sobre lo que parecía ser de sentido común y creer en las predicciones absolutas realizadas por el modelo matemático. Esta decisión condujo después a la teoría de la relatividad.

Pero había todavía otra prueba clara de que no todo iba bien en el modelo newtoniano. Un ejemplo de ello fue el intento de medir la velocidad de la Tierra a través del éter mediante un experimento conocido como experimento de Michelson-Morley. Su nulo resultado —es decir, que la Tierra no se movía a través del éter— causó una notable consternación tanto entre los físicos teóricos como entre los experimentales.

Ha habido muchos cambios de paradigma en el desarrollo de la física moderna: las leyes de Newton, el uso de la teoría estadística en termodinámica, la idea de que la Tierra describe órbitas alrededor del Sol. El desarrollo de nuestro conocimiento de los átomos ha atravesado muchos de estos cambios de paradigma; ¿podrías describir al menos tres de ellos?

■ Comprender las fuerzas sobre una carga o una corriente

Hendrik Lorentz fue un Premio Nobel holandés que proporcionó las herramientas que luego utilizó Einstein para construir la teoría de la relatividad especial. En concreto, Lorentz estudió como se percibirían los campos eléctricos y magnéticos en distintos sistemas de referencia. Vamos a ver a continuación distintas situaciones y a considerar las fuerzas que tienen lugar y cómo se generan. Necesitaremos haber entendido bien los apartados del capítulo 5 que describen las fuerzas que actúan sobre las cargas que se mueven a través de campos magnéticos, y comprender que las fuerzas magnéticas y las fuerzas eléctricas no interactúan entre sí.

Una carga positiva que se mueve en un campo magnético uniforme

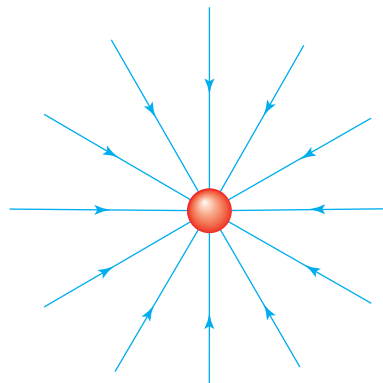
Imaginemos dos observadores: uno situado en el sistema de referencia del laboratorio y el otro en el sistema de referencia del electrón. Cada observador puede medir tanto la intensidad del campo magnético como la intensidad del campo eléctrico.

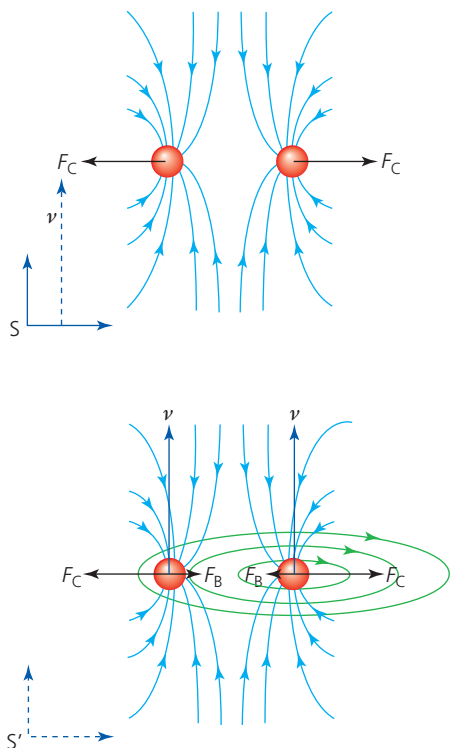
En primer lugar analizaremos la física según el observador del laboratorio. Antes de que llegue el electrón, el observador situado en el sistema de referencia del laboratorio mide el campo magnético estático producido en el laboratorio (pero no el campo eléctrico, porque el laboratorio es neutro desde el punto de vista eléctrico, ya que posee un número igual de cargas positivas que de cargas negativas). Cuando el electrón penetra en el campo magnético, este observador detecta un campo eléctrico variable generado por el electrón y un campo magnético variable generado por el campo eléctrico variable (tal como explican las ecuaciones de Maxwell). Dado que el campo eléctrico generado por el electrón no interactúa con ningún otro campo eléctrico, el observador situado en el laboratorio debe asumir que no está relacionado con la desviación del electrón y debe deducir que la fuerza sobre el electrón se debe únicamente a la interacción entre los dos campos magnéticos.

Sin embargo, en el sistema de referencia del electrón, el observador en reposo está estacionario (inmóvil) respecto al electrón. Esto significa que antes de que lleguen el laboratorio y el campo magnético, este observador solo detectará un campo eléctrico y será incapaz de detectar un campo magnético, tal como se muestra en la Figura 13.4. Cuando llega el laboratorio (recordemos que ahora estamos en el sistema de referencia del electrón) el electrón experimenta justo la misma fuerza pero, según este observador, la fuerza debe ser puramente eléctrica y debida a un campo eléctrico generado por el campo magnético en movimiento. De forma similar, la sonda magnética del observador también detecta la llegada

■ **Figura 13.4**

Un electrón medido por un observador que es estacionario con respecto a él solo tiene un campo eléctrico a su alrededor; no hay campo magnético





■ **Figura 13.5** Dos electrones que se mueven en paralelo vistos desde dos sistemas de referencia. En el sistema de referencia S los electrones solo experimentan la fuerza eléctrica repulsiva, F_C . Mientras que para un observador situado en el sistema de referencia S' , los electrones experimentan tanto una fuerza eléctrica repulsiva, F_C' , como una fuerza magnética atractiva más débil, F_B .

del campo magnético pero el observador se verá obligado a asumir que, como solo hay un campo magnético, la fuerza sobre el electrón no es una interacción magnética.

En todos los demás sistemas de referencia, la fuerza sobre el electrón se debe a la combinación de campos eléctricos y magnéticos. En cada caso la magnitud de la fuerza total es la misma, lo que nos demuestra que las fuerzas eléctricas y magnéticas son en realidad solo distintos aspectos de una misma cosa.

Dos electrones moviéndose con velocidades paralelas idénticas con respecto a (relativas a) un laboratorio

Un observador situado en el sistema de referencia de los electrones determinaría que ambos electrones son estacionarios, porque la única interacción que tiene lugar entre ellos es debida a la fuerza eléctrica F_C . Se trata de una fuerza puramente repulsiva y se puede calcular a partir de la ley de Coulomb. Se representa en la parte superior del diagrama de la Figura 13.5.

Sin embargo, desde el laboratorio, ambos electrones se mueven y, por tanto, cada uno de ellos genera un campo magnético. Si observamos las fuerzas que actúan sobre uno de los electrones como consecuencia del campo magnético que rodea al otro electrón, vemos que el campo magnético atrae a los dos electrones conjuntamente.

Esto significa que un observador situado en el laboratorio registrará la misma intensidad de fuerza eléctrica que antes, pero también registrará una fuerza magnética atractiva entre los dos electrones, de manera que la fuerza total será ahora menor que la del sistema de referencia del electrón.

Por tanto, la fuerza total experimentada por los electrones depende de la velocidad relativa del sistema de referencia que está siendo medido. Lorentz calculó la transformación que permite calcular fácilmente la variación de esta fuerza entre un sistema de referencia y el otro mediante el **factor de Lorentz**, γ . Basándose en el trabajo de Lorentz, Einstein publicó en 1905 su artículo sobre lo que actualmente conocemos como «relatividad especial».

Enlace con la teoría del conocimiento

Cuando los científicos proclaman que una nueva dirección de pensamiento requiere un cambio de paradigma en nuestra observación del universo, ¿cómo nos podemos asegurar de que su demanda es válida?

Cuando se propone una nueva teoría científica, normalmente se presenta a la comunidad científica mediante su publicación en una revista en la que se realiza una evaluación por parte de colegas, lo que supone el primer examen previo para toda nueva afirmación científica. Una vez publicada la nueva teoría, otros científicos se pueden hacer famosos de diversas maneras: desacreditando la nueva teoría mediante resultados experimentales que la contradicen, desautorizándola o apoyándola mediante pruebas experimentales y desarrollando el argumento teórico y las predicciones realizadas por esta nueva idea.

Afirmar que la nueva teoría requiere un «cambio de paradigma» significa que hay algo profundamente incompleto o equivocado en la teoría actual. Por tanto, deben existir datos experimentales u observacionales significativos no explicados por la antigua teoría. Sin duda, en el caso de la relatividad general, los datos que apoyaban la teoría eran mínimos al principio pero la teoría era convincente en cuanto a la claridad de sus predicciones.

- 7 ¿Cuáles son los valores y las unidades de las constantes ϵ_0 , la permitividad del espacio vacío, y μ_0 , la permeabilidad del espacio vacío?
- 8 Explica por qué dos hilos conductores largos de cobre separados 1 m en el vacío con una intensidad de corriente de 1 A circulando por cada uno de ellos, experimentarán una fuerza atractiva de $4\pi \times 10^{-7}$ N sobre cada metro de hilo, tanto en el sistema de referencia de los electrones de conducción como en el sistema de referencia de los iones de la red cristalina.

Aplicaciones

Gran colisionador de hadrones del CERN



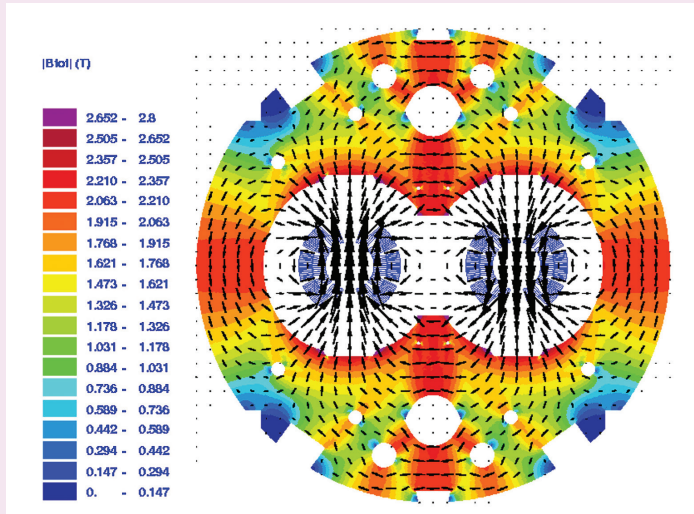
El CERN (*Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire*, en español Consejo europeo para la investigación nuclear) es el fruto más importante de la colaboración internacional entre físicos. Se hizo famoso como el lugar donde se encontró el bosón de Higgs en julio de 2012, pero también es célebre por ser el lugar donde nació Internet.

El acelerador de partículas LHC (Gran colisionador de hadrones, por sus siglas en inglés) del CERN acelera paquetes de protones en sentidos contrarios alrededor del anillo principal de 27 km de longitud. Los protones viajan a velocidades muy cercanas a la de la luz y en consecuencia poseen enormes energías cinéticas y momentos.

Existen varios tipos distintos de imanes alrededor del anillo, pero el 60% de la energía magnética total la emplean los dipolos principales superconductores –secciones de tubos de 14,3 m de longitud que utilizan una corriente de 11 850 A para producir un campo magnético vertical de 8,33 T que curvan el haz de protones para hacer que describa un círculo. Los imanes de prueba del CERN alcanzaron intensidades de 13,5 T en noviembre de 2013.

1 En la Figura 13.6 se representa el campo a través de cada uno de los tubos de muy alto vacío por donde circulan los haces de protones. Describe las fuerzas que actúan sobre un protón de una agrupación de protones que pasan por uno de los tubos de haces según:

- a un observador situado en un sistema de referencia en reposo respecto al paquete de protones
- b el sistema de referencia de la Tierra



■ Figura 13.6 Diagrama del campo magnético de uno de los dipolos principales del CERN en uso

13.2 (A2: Núcleo) Transformaciones de Lorentz

Dos observadores que se mueven con un movimiento uniforme relativo discrepan en cuanto a los valores numéricos de las coordenadas espaciotemporales de un suceso, pero están de acuerdo en cuanto al valor numérico de la velocidad de la luz en el vacío. Las ecuaciones de transformación de Lorentz relacionan los valores de estas coordenadas en dos sistemas de referencia y reemplazan a las ecuaciones de transformación de Galileo, que fallan para velocidades cercanas a la de la luz

A Einstein no le satisfacía la idea de la necesidad de crear un único sistema de referencia fundamental desde el que la velocidad de la luz en el vacío medida por un observador tuviera el valor c en todas las direcciones. Este sistema de referencia cumpliría la definición de sistema absolutamente estacionario y a todos los demás sistemas de referencia se les podrían asignar velocidades absolutas que se podrían medir desde dicho sistema. Einstein, guiado por las ecuaciones de Maxwell, hizo justo lo contrario: en lugar de intentar atrapar una velocidad cero absoluta, atrapó la velocidad máxima del universo.

Desafortunadamente, Einstein solo consiguió que su física relativista funcionara en algunos casos especiales, de aquí el nombre de **relatividad especial**. El factor limitante era que la relatividad especial solo funcionaba en sistemas de referencia inerciales.

Un **sistema de referencia inercial** es un sistema que ni se acelera ni experimenta un campo gravitatorio. En otras palabras, un sistema de referencia en el que se cumple la primera ley del movimiento de Newton, de manera que cualquier objeto no sometido a una fuerza neta viaja en línea recta y a velocidad constante.

Para comprobar si un sistema de referencia es inercial, lleva a cabo un experimento e imagínate a ti mismo viajando dentro de una caja cerrada sin poder mirar hacia fuera. Si el sistema es inercial, tú deberías ser ingrávido; una manzana que está estacionaria debería seguir estándolo y una pelota lanzada en el interior de la caja debería viajar en línea recta a velocidad constante a través de la caja.

Para determinar si un sistema de referencia es inercial, necesitas comprobar si está experimentando fuerzas externas que no están en equilibrio o si está sometido a un campo gravitatorio.

- 9 Cuáles de los sistemas siguientes se pueden considerar claramente **sistemas de referencia inerciales**, **sistemas de referencia casi inerciales** (los objetos medidos sobre una distancia pequeña parecen estar viajando a velocidad constante) o claramente **sistemas de referencia no inerciales** (fuerzas que no están en equilibrio o gravedad claramente presente):
- Un cohete estacionario (inmóvil) en el espacio vacío alejado de cualquier campo gravitatorio.
 - Un cohete viajando por el espacio vacío en línea recta y a velocidad constante.
 - Un satélite de comunicación GPS en órbita alrededor de la Tierra.
 - Una sonda espacial sobrevolando la superficie de plasma solar.
 - Un protón viajando a una velocidad cercana a la de la luz a través de una sección recta de un tubo en el acelerador de partículas del CERN en Ginebra.

Naturaleza de la ciencia

La ciencia pura o abstracta

La ciencia pura o abstracta es el estudio de los hechos y reglas que describen el funcionamiento del universo. La ciencia pura o abstracta contrasta con la ciencia aplicada, cuyo objetivo es buscar el modo de aplicar las leyes de la ciencia a la resolución de problemas del mundo real y crear aplicaciones reales.

Los trabajos de Einstein sobre relatividad constituyen una notable aportación a la ciencia pura teórica y se ha demostrado que describen correctamente el universo a velocidades y energías elevadas, aunque también a escalas cosmológicas, ya que predicen la existencia de los agujeros negros y de las ondas gravitatorias. No obstante, para los no científicos y los políticos responsables de decidir la distribución de los fondos de investigación, ¿qué aplicación tiene un tema de ciencia pura como la relatividad? La respuesta acostumbra a ser que las secuelas de la investigación en ciencia pura son difícilmente predecibles. La relatividad ha dado lugar a descubrimientos en otros ámbitos como:

- el modelo de expansión del universo y el *Big Bang*
- la energía atómica y nuclear
- algunos aspectos de la física cuántica
- las correcciones aplicadas a los satélites GPS

Pero es difícil tranquilizar a todos. Algunos políticos están más impresionados por la patente de EE. UU. 5280864, que describe una máquina para reducir la masa de un objeto usando la relatividad.

■ Los dos postulados de la relatividad especial

Primer postulado: las leyes de la física son idénticas en todos los sistemas de referencia inerciales.

El primer postulado no parece excesivamente profundo. Pero se puede reformular como:

- los observadores estacionarios situados en distintos sistemas de referencia inerciales tienen igual validez, de modo que ningún sistema de referencia es más único o especial que otro
- en consecuencia, el universo puede tener más de un sistema de referencia estacionario
- no existe ningún experimento que pueda demostrar que un observador viaja a una velocidad absoluta a través del universo.

Segundo postulado: la velocidad de la luz en el vacío es una constante, $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$, en todos los sistemas de referencia.

El segundo postulado apoya la evidencia de las ecuaciones de Maxwell pero no parece concordar con nuestra experiencia cotidiana de velocidades. Este postulado implica que si un cohete situado en el espacio profundo pasa junto a una estación espacial a una velocidad que es una décima parte de la velocidad de la luz y dispara un láser en su mismo sentido de movimiento, tanto el observador situado en el cohete como el observador situado en la estación espacial deberán medir un valor c para la velocidad de la luz, aunque se estén moviendo relativamente uno respecto al otro. Para que esto sea así, el espacio y el tiempo se deben comportar de maneras profundamente distintas a las que hemos aprendido a esperar a partir de nuestras experiencias del mundo real. El espacio y el tiempo no son, de hecho, como ingenuamente esperábamos que fueran.

■ Implicaciones de los dos postulados

La primera implicación es que en un sistema relativista el tiempo no puede ser invariante. Nuestro primer modelo de la matriz de relojes es incorrecto (Figura 13.2). Y es que no solo los relojes marcan diferentes horas y hacen tictac a diferentes velocidades, sino que, para cualquier par de eventos, los diferentes relojes pueden registrar distintos intervalos de tiempo. En otras palabras, el

intervalo de tiempo entre dos sucesos no tiene por qué ser el mismo para observadores diferentes que toman medidas desde distintos sistemas de referencia inerciales.

Existen dos razones para ello:

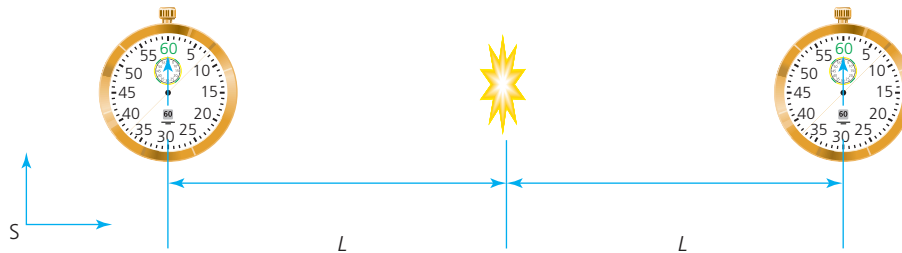
- La primera es que la información sobre un suceso solo puede viajar a través del universo a la velocidad de la luz; el momento en que creemos que ocurre un suceso depende de dónde estamos nosotros con respecto al suceso.
- La segunda es que el propio tiempo es distorsionado por el movimiento: en efecto, cuanto más rápido se mueve un observador, más lentamente transcurre el tiempo.

La segunda implicación es que el espacio tampoco es invariante: las distancias entre cualquier matriz de puntos no son las mismas para todos los sistemas inerciales de referencia y dependen del movimiento relativo. La percepción de simetría de la relatividad puede hacer que este punto resulte difícil de comprender, por tanto volveremos a tratarlo con más detalle después. Ahora vamos a ocuparnos de cómo medimos el tiempo.

■ Sincronización de relojes

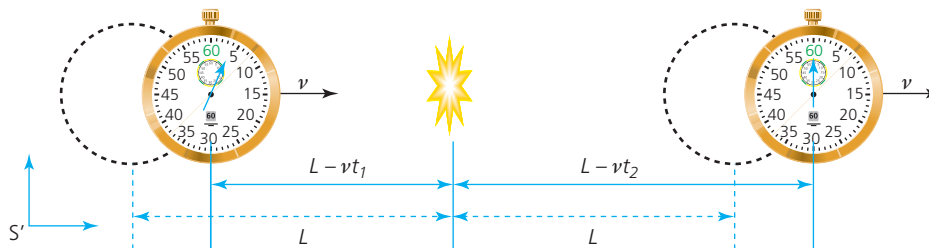
Imagina que tus amigos y tú decidís gastarle una broma a vuestro profesor de física justo antes de que empiece la clase diciéndole que el jefe de estudios necesita verle urgentemente. Para darle más emoción, habéis hecho una porra para adivinar cuánto tiempo sin clase habrá transcurrido cuando vuestro profesor vuelva hecho una furia. Vais a hacer las cosas bien, de modo que cada uno de vosotros dispone de un cronómetro para medir el tiempo. Evidentemente, todos tenéis que sincronizarlos pero, ¿cómo lo vais a hacer?

La respuesta es muy simple. Necesitáis un único suceso, como un disparo al inicio de la carrera, para que todos pongáis en marcha el cronómetro tan pronto como finalice el disparo. El problema es que la señal tarda en viajar; por tanto, ¿qué podemos hacer si queremos ser increíblemente exactos o si intentamos sincronizar relojes que están muy separados entre sí? La solución está representada en la Figura 13.7.



■ **Figura 13.7** Dos cronómetros que están separados una cierta distancia se pueden sincronizar mediante un fogonazo de luz que se dispara en el punto medio entre ambos, de manera que la luz tarda el mismo tiempo en alcanzar cada cronómetro y este empieza a contar justo cuando detecta la señal de luz

Para un observador que está estacionario (inmóvil) respecto a los cronómetros, ambos deben marcar el mismo tiempo y, por tanto, deben estar sincronizados. Sin embargo, esto no es cierto para un observador que se mueve respecto a los cronómetros, a lo largo de la línea recta que los une, tal como se puede ver en la Figura 13.8. Este observador, que se mueve hacia la izquierda con velocidad v relativa a los relojes, puede demostrar que, en su sistema de referencia, la luz no puede alcanzar los cronómetros simultáneamente, que los dos cronómetros no se pueden sincronizar físicamente y que el cronómetro de la izquierda siempre marcará más tiempo que el de la derecha.



■ **Figura 13.8** Un observador que ve que los cronómetros se mueven lateralmente verá que uno se mueve hacia el fogonazo de luz y el otro de aleja de este porque la luz también viaja a velocidad c según este observador. La luz tarda tiempo en alejarse del fogonazo y, durante este tiempo, uno de los cronómetros está más lejos de la fuente del fogonazo que el otro y, por tanto, los relojes no se pueden sincronizar

Aplicaciones

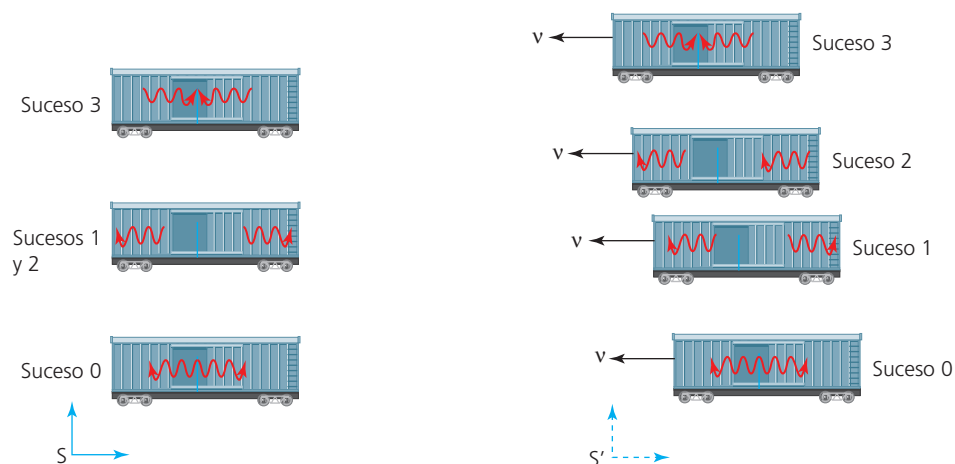
Corrección de los satélites GPS

Una de las aplicaciones de la relatividad es la corrección de los satélites GPS. Estos satélites requieren el uso de relojes atómicos para enviar señales temporales muy precisas que permiten medir la posición del receptor de GPS. La velocidad orbital de los relojes de los satélites GPS es lo suficientemente elevada como para que exista la necesidad de corrección. También existe un factor de corrección debido al campo gravitatorio, por lo que esta aplicación se tratará con mucho mayor detalle en la Sección 13.5.

■ Sucesos simultáneos

¿Cómo es posible que un reloj marque diferentes tiempos para distintos observadores? No se trata de un simple truco matemático, sino que es un aspecto fundamental de la física relativista y significa que dos sucesos que tienen lugar separados por una cierta distancia aparecen simultáneamente para algunos observadores pero no así para otros.

Imagina un vagón de tren muy largo que tiene un espejo en cada extremo. Un observador está situado exactamente en el punto medio del vagón y produce un único destello de luz (Suceso 0 de la Figura 13.9) que envía simultáneamente luz en ambos sentidos. Estos pulsos de luz se reflejan en los espejos de los extremos del vagón (Sucesos 1 y 2) y vuelven al observador situado en el centro del vagón (Suceso 3). Un segundo observador es testigo del experimento desde el andén mientras ve pasar el tren, muy rápido pero a velocidad constante.



■ **Figura 13.9** Comparación entre los registros de tiempo correspondientes a diferentes eventos medidos por dos observadores situados en distintos sistemas de referencia inerciales. Cada uno de los sucesos 0 y 3 corresponde a un par de sucesos simultáneos que ocurren en el mismo lugar, por tanto, todos los observadores deben coincidir en que son simultáneos. Los sucesos 1 y 2 ocurren en distintos lugares, por tanto, son intrínsecamente simultáneos para uno de los observadores pero no pueden serlo para el otro observador

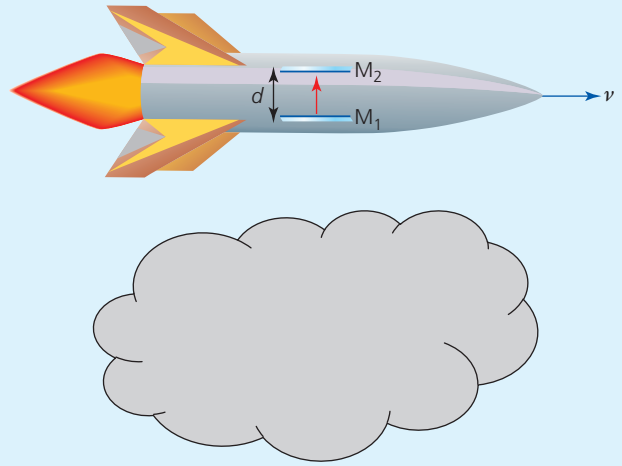
El observador situado en S ve que:

- Los pulsos son enviados simultáneamente (Suceso 0).
- Los pulsos llegan al extremo del vagón simultáneamente (Sucesos 1 y 2).
- Los pulsos vuelven al observador situado en S simultáneamente (Suceso 3).

El observador situado en S' ve que:

- Los pulsos son enviados simultáneamente (Suceso 0).
- El pulso que viaja hacia el extremo del vagón en sentido contrario al movimiento de este debe llegar al extremo del vagón (Suceso 1) antes que el pulso que viaja en el sentido del movimiento del vagón (Suceso 2) porque debe recorrer una distancia menor.
- Sin embargo, S' sigue viendo que los pulsos vuelven al observador S simultáneamente porque para los rayos reflejados se cumple el efecto inverso (Suceso 3).

Para comparar las observaciones efectuadas por observadores situados en dos sistemas de referencia inerciales se utiliza en ocasiones un reloj de luz. Se trata de un dispositivo simple que refleja un haz de luz entre dos espejos paralelos separados una distancia fija, d . La velocidad de la luz en el vacío es constante para todos los observadores, pero la longitud de la trayectoria recorrida por la luz varía. Véase la Figura 13.10.



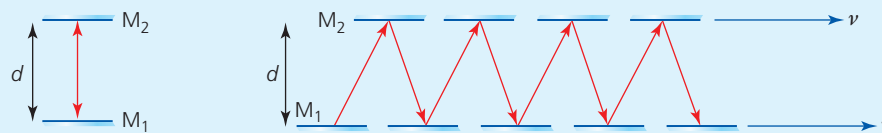
■ Figura 13.10

10 Uno de los diagramas de la Figura 13.11 muestra la trayectoria del haz de luz vista por el físico situado en el cohete (Rachel) y el otro diagrama muestra la trayectoria vista por el físico escondido en la nube de gas (Gavin), que ve el cohete moviéndose hacia la derecha con velocidad v . Asocia cada diagrama a uno de los físicos.

11 Según Gavin, el pulso de luz tarda un tiempo Δt en viajar desde M_1 a M_2 . Por tanto, ¿cuál es la distancia lateral recorrida por el cohete en este tiempo?

12 Utiliza una transformación galileana para calcular la velocidad del haz de luz según Gavin.

13 Utilizando la física newtoniana, ¿cuánto espacio debe recorrer el haz de luz cuando se refleja entre M_1 y M_2 según Gavin?



■ Figura 13.11

14 Gavin ve que el cohete se mueve lateralmente con velocidad v . Calcula la distancia que ha recorrido el haz de luz entre M_1 y M_2 según Gavin (exprésala en términos de c y Δt).

15 Según Rachel (que está en el cohete), el tiempo que tarda el haz de luz en viajar entre M_1 y M_2 es $\Delta t'$. Utiliza el teorema de Pitágoras y tu conocimiento de los postulados de la física newtoniana para derivar una expresión para $\Delta t'$, v y c .

16 Explica (en términos de la constancia de la velocidad de la luz) por qué deben discrepar los dos observadores sobre el tiempo que tarda el haz de luz en viajar entre M_1 y M_2 .

Todos los observadores inerciales deben estar de acuerdo en que los sucesos simultáneos que ocurren en el mismo punto del espacio son absolutamente simultáneos. Sin embargo, si los observadores se mueven a velocidades variables a lo largo de la línea entre los dos eventos, deben discrepar sobre el orden en el que ocurren los sucesos en diferentes lugares.

Por tanto, los dos observadores discrepan básicamente sobre el orden en el que deben ocurrir los sucesos y esto significa que nuestra comprensión de lo que es el tiempo ha sido errónea. El tiempo no es algo que está intrínsecamente ahí en el universo, sino que es algo que forman los propios sucesos y que debe variar dependiendo tanto de la posición del observador como del movimiento relativo a los sucesos. Esta es la razón por la que en relatividad se habla del **espacio-tiempo**, el tejido del universo. Podemos seguir midiendo lo que llamamos «tiempo», pero lo que estamos haciendo en realidad es medir el espacio-tiempo, y eso significa básicamente que estamos midiendo algo que combina elementos tanto del espacio como del tiempo.

Entonces, si en un universo relativista el tiempo no es una cantidad fija e invariable, ¿en qué cantidades podemos apoyarnos?

■ Cantidades invariantes

Einstein se dio cuenta enseguida de que algunas cantidades seguían siendo invariantes, es decir, que no cambiaban como consecuencia del movimiento y la posición relativos. Estas cantidades cobran una gran importancia cuando calculamos los cambios que tienen lugar y necesitamos estar completamente seguros de que podemos identificarlas antes de resolver problemas más complejos de relatividad especial. La primera cantidad invariante que ya hemos introducido es la

velocidad de la luz en el vacío. Ahora introduciremos cuatro cantidades invariantes más y algunas otras las introduciremos posteriormente.

Intervalo de espacio-tiempo, Δs^2

En el universo newtoniano tanto el espacio como el tiempo son invariantes: existen intervalos fijos (segundos, metros, etc.) que no varían ni a través del espacio ni del tiempo. Esto significa que podemos medir el espacio y el tiempo de forma independiente. En relatividad, el espacio y el tiempo están intrínsecamente ligados en un único concepto denominado espacio-tiempo. El intervalo entre dos sucesos en el espacio-tiempo es invariante: distintos observadores situados en sistemas de referencia inerciales pueden medir diferentes tiempos y diferentes distancias entre sucesos pero todos deben medir el mismo intervalo a través del espacio-tiempo. A este intervalo lo denominamos intervalo de espacio-tiempo, Δs^2 , y viene dado por la fórmula:

$$(\Delta s)^2 = c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2$$

Esta ecuación *no* figura en el *Apéndice de datos de Física*.

Fijémonos en que Δs^2 puede ser positivo, cero o negativo. Desafortunadamente existen dos convenios y por tanto se escribe en ocasiones como: $(\Delta s)^2 = (\Delta x)^2 - c^2(\Delta t)^2$.

Masa en reposo, m_0

La masa en reposo es la masa de un objeto medida por un observador que se encuentra estacionario con respecto al objeto.

Intervalo de tiempo propio, Δt_0

Un intervalo de tiempo propio se define como el intervalo de tiempo transcurrido entre dos sucesos medido por un observador en un sistema de referencia inercial que ve que ambos sucesos ocurren en el mismo lugar con respecto a él. La razón para ello es que el reloj se puede situar en la posición exacta de ambos sucesos sin necesidad de moverlo, de modo que la medida del espacio-tiempo no implica elemento espacial.

$$(\Delta s)^2 = c^2(\Delta t_0)^2 - 0^2$$

$$(\Delta s)^2 = c^2(\Delta t_0)^2$$

Esta ecuación *no* figura en el *Apéndice de datos de Física*.

Intenta imaginarte a ti mismo en el sistema de referencia de cada observador; ¿tienen los dos sucesos las mismas coordenadas x , y y z ? Si las tienen, decimos que este observador mide el tiempo propio entre los dos sucesos.

- 17 Un electrón es acelerado en un laboratorio mediante una diferencia de potencial de 100 kV. Su velocidad se calcula midiendo el tiempo que tarda en pasar entre dos puntos cuya distancia de separación se ha medido en el laboratorio y ha resultado ser 5,00 m. ¿Quién está registrando el tiempo propio, el observador situado en el sistema de referencia del electrón o el situado en el sistema de referencia del laboratorio?
- 18 Una varilla cuya longitud medida en su sistema de referencia en reposo es de 1 m es acelerada hasta alcanzar una velocidad de $0,33c$. Cuando pasa por delante de un punto fijo, un observador empieza a registrar el tiempo. ¿Quién está registrando el tiempo propio, el observador situado en el punto fijo o el observador que viaja con la varilla?
- 19 La misma varilla viaja entre dos puntos fijos en un laboratorio y dos observadores registran el tiempo que tarda en ir de uno a otro punto. Si los observadores registran el momento en que la parte anterior de la varilla pasa por cada uno de los puntos fijos, ¿está registrando alguno de los observadores el tiempo propio?
- 20 En un tercer experimento, los dos observadores comienzan el registro del tiempo cuando la parte anterior de la varilla pasa por el primer punto fijo y detienen el registro cuando el extremo de la varilla atraviesa el segundo punto. ¿Está registrando alguno de los observadores el tiempo propio?

Longitud propia, L_0

La longitud propia se define como la distancia entre dos puntos del espacio medida por un observador situado en un sistema de referencia inercial estacionario con respecto a los dos puntos. De forma similar, esto significa que el observador está midiendo simplemente el aspecto espacial (la distancia) del espacio-tiempo, porque el objeto que está siendo medido está siempre en esa posición para ese observador; no hay medida del elemento tiempo del espacio-tiempo.

$$(\Delta s)^2 = c^2 \Delta t^2 - (\Delta x)^2$$

$$(\Delta s)^2 = -(\Delta x)^2$$

Esta ecuación no figura en el *Apéndice de datos de Física*.

El hecho de que Δs^2 sea negativo tiene que ver con su propia definición.

Al principio, muchos estudiantes luchan por entender este concepto. Imagina que unes los dos puntos donde ocurren los sucesos con un trozo de cuerda. Ahora imagina el trozo de cuerda desde el punto de vista de cada observador. Si la cuerda es estacionaria para uno de los observadores entonces están midiendo la longitud propia. En segundo lugar, la longitud propia medida por un observador será cero solo si los dos sucesos son simultáneos y además ocurren en el mismo lugar.

- 21** Un protón es acelerado en un laboratorio mediante una diferencia de potencial de 100 kV. Su velocidad se calcula midiendo el tiempo que tarda en pasar entre dos puntos cuya distancia de separación se ha medido en el laboratorio y ha resultado ser 5,00 m. ¿Quién está registrando la longitud propia entre los dos puntos, el observador situado en el sistema de referencia del protón o el situado en el sistema de referencia del laboratorio?
- 22** Una varilla cuya longitud medida en su sistema de referencia en reposo es de 1 m es acelerada hasta alcanzar una velocidad de $0,33c$. Cuando pasa por delante de un punto fijo, un observador empieza a registrar el tiempo. ¿Quién está registrando la longitud propia entre el suceso inicial y el suceso final, el observador situado en el punto fijo o el observador que viaja con la varilla?
- 23** La misma varilla viaja entre dos puntos fijos en un laboratorio y dos observadores registran el tiempo que tarda en ir de uno a otro punto. Si los observadores registran el momento en que la parte anterior de la varilla pasa por cada uno de los puntos fijos, ¿está registrando alguno de los observadores la longitud de acción para la distancia entre los sucesos inicial y final?
- 24** En un tercer experimento, los dos observadores comienzan el registro del tiempo cuando la parte anterior de la varilla pasa por el primer punto fijo y detienen el registro cuando el extremo de la varilla atraviesa el segundo punto. ¿Está registrando alguno de los observadores la longitud de acción para la distancia entre los sucesos inicial y final?

Ejemplos resueltos

- 3** Se utiliza un pulso simple de luz láser para desencadenar dos sucesos de explosión cuando viaja a través de un tubo de vacío largo. La distancia entre los dos sucesos es de 99 m y la luz tarda $3,3 \times 10^{-7}$ s en recorrer esta distancia. ¿Cuál es el intervalo de espacio-tiempo entre estos dos sucesos?

$$\begin{aligned} (\Delta s)^2 &= c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 \\ &= (3,0 \times 10^8)^2 \times (3,3 \times 10^{-7})^2 - 99^2 \\ &= 0,0 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

El intervalo de espacio-tiempo para dos sucesos cualesquiera ligados por el viaje de un fotón en el vacío es siempre cero. A dos sucesos ligados por un objeto que viaja a una velocidad inferior a c les corresponde un intervalo de espacio-tiempo positivo, mientras que a dos sucesos que están demasiado alejados para que un fotón viaje entre ellos en el intervalo de tiempo entre ambos les corresponde un intervalo de espacio-tiempo negativo.

- 4** ¿Cuál es el intervalo de espacio-tiempo para un electrón que se lanza con una energía cinética de 10,0 keV a través de un orificio de 5,0 m?

Vamos a dividir este problema en tres etapas para resolverlo más fácilmente. En primer lugar usaremos la ley de conservación de la energía (energía cinética = energía potencial eléctrica) para calcular la velocidad del electrón. La carga del electrón, e , y su masa, m_e , figuran en el *Apéndice de datos de Física*.

$$\begin{aligned} eV &= \frac{1}{2}mv^2 = qV \\ v^2 &= \frac{2qV}{m} \\ v &= \sqrt{\frac{2qV}{m}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \times (1,60 \times 10^{-19}) \times (10,0 \times 10^3)}{9,11 \times 10^{-31}}} = 5,93 \times 10^7 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

A continuación es fácil calcular el intervalo de tiempo:

$$\begin{aligned} \Delta t &= \frac{\Delta x}{v} \\ &= \frac{5,00}{5,93 \times 10^7} = 8,44 \times 10^{-8} \text{ s} \end{aligned}$$

Finalmente, podemos utilizar la ecuación que hemos dado antes para calcular el intervalo de espacio-tiempo. Esta ecuación nos proporciona una posible respuesta (y fíjate en que las unidades son m²):

$$\begin{aligned}(\Delta s)^2 &= c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 \\ &= (3,00 \times 10^8)^2 \times (8,44 \times 10^{-8})^2 - 5,00^2 \\ &= 6,16 \times 10^2 \text{ m}^2\end{aligned}$$

El hecho de que el intervalo de espacio-tiempo entre dos sucesos cualesquiera sea constante para todos los observadores nos permite calcular cuál será el tiempo que registrará entre ambos sucesos un observador que viaje en el sistema de referencia del electrón. En este sistema de referencia el electrón es estacionario y las líneas de inicio y de final se mueven hacia él con los sucesos de inicio y final ocurriendo en el electrón. Esto significa que este observador registra *tiempo propio* y que $\Delta x' = 0$:

$$\begin{aligned}(\Delta s)^2 &= c^2(\Delta t')^2 - (\Delta x')^2 \\ (\Delta t')^2 &= \frac{(\Delta s)^2}{c^2} \\ \Delta t' &= \sqrt{\frac{6,2 \times 10^2}{(3,00 \times 10^8)^2}} \\ &= 8,27 \times 10^{-8} \text{ s}\end{aligned}$$

Para el electrón, por tanto, el tiempo entre estos dos sucesos transcurre algo más lentamente que para el observador que mide desde el laboratorio.

Las ecuaciones de transformación proporcionan un método alternativo de realizar estos cálculos. La invariancia del intervalo de espacio-tiempo significa que se puede escribir como:

$$\begin{aligned}(\Delta s')^2 &= (\Delta s)^2 \\ c^2(\Delta t')^2 - (\Delta x')^2 &= c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2\end{aligned}$$

Estas ecuaciones no figuran en el *Apéndice de datos de Física*.

Si ambos observadores están de acuerdo en utilizar el mismo evento como origen de sus sistemas de referencia, entonces $\Delta x = x$, y $\Delta t = t$, $\Delta x' = x'$ y $\Delta t' = t'$, por tanto la ecuación anterior se puede reescribir también como:

$$(ct')^2 - (x')^2 = (ct)^2 - (x)^2$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

■ Factor de Lorentz, γ

Einstein utilizó las matemáticas de Lorentz para describir cómo debe variar el espacio-tiempo con diferentes movimientos relativos. En primer lugar vamos a introducir el factor de Lorentz, γ , que nos permite simplificar muchas de las ecuaciones que se utilizan en relatividad especial:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

Si dispones de una calculadora programable vale la pena que introduzcas esta ecuación porque ahorrarás tiempo más adelante y te permitirá calcular γ rápidamente para distintos valores de v . En muchos de los problemas que tendrás que resolver encontrarás que la velocidad relativa, v , viene dada como una fracción de c y el factor de Lorentz simplifica los cálculos.

El factor de Lorentz, γ , es un factor de escala: tanto una expresión matemática de la teoría como una manera cómoda de calcular la magnitud de los cambios que se deben realizar en los valores o intervalos nominales del espacio y del tiempo cuando observamos sucesos desde distintos sistemas de referencia (es decir, diferentes velocidades de un «observador»).

En consecuencia, la magnitud del factor de Lorentz depende obviamente de la magnitud de la diferencia entre la velocidad del sistema de referencia elegido y la velocidad de la luz, c , pero recordemos que la velocidad más rápida absoluta posible es c , por tanto el factor de Lorentz aumenta asintóticamente a medida que las velocidades se aproximan a c , un hecho que comporta consecuencias fascinantes.

Ejemplos resueltos

- 5 Calcula el valor de γ para una partícula que viaja:
- a al 50% de la velocidad de la luz en el vacío
 - b al 99% de la velocidad de la luz en el vacío.

$$\begin{aligned} \text{a } \gamma &= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0,5c)^2}{c^2}}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 - 0,25}} \\ &= 1,2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b } \gamma &= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0,99c)^2}{c^2}}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 - 0,99^2}} \\ &= 7,1 \end{aligned}$$

A partir de estos ejemplos es de esperar que veas que el valor de γ debe ser siempre mayor que 1 y que no tiene unidades.

- 6 Calcula el valor de v cuando $\gamma = 1,75$.

Lo habitual es dar la respuesta en términos de c .

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ \gamma^2 &= \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \\ 1 - \frac{v^2}{c^2} &= \frac{1}{\gamma^2} \\ \frac{v}{c} &= \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} \\ &= \sqrt{1 - \frac{1}{1,75^2}} \\ &= 0,821 \\ v &= 0,821c \end{aligned}$$

- 25 Determina el valor de γ para las velocidades relativas:

- a $v = 0,1000c$
- b $v = 0,75c$
- c $v = 0,90c$
- d $v = 0,95c$

- 26 Esboza una gráfica de γ en función de v para velocidades desde 0 a $0,999c$.

- 27 ¿A qué valores de v corresponden los siguientes valores de γ :

- a $\gamma = 1,00$
- b $\gamma = 1,15$
- c $\gamma = 2,00$
- d $\gamma = 4,00$

■ Transformaciones de Lorentz

En el modelo newtoniano del universo hemos utilizado las ecuaciones de transformación galileanas para movernos desde un sistema de referencia a otro, lo que nos ha permitido cambiar las coordenadas entre un sistema y otro. En el universo relativista de Einstein, en cambio, debemos utilizar las ecuaciones de transformación de Lorentz.

$$x' = \gamma(x - vt)$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right)$$

Estas dos ecuaciones figuran en el *Apéndice de datos de Física* y se utilizan para transformar las coordenadas x y t donde coinciden los orígenes de los dos sistemas de referencia en $t = 0$ s. La dimensión x es la única afectada por las transformaciones, de modo que incluso a los problemas más complejos se les puede aplicar una rotación para simplificarlos.

Las ecuaciones también se pueden formular en términos de intervalos de longitud medida, Δx , y tiempo medido, Δt , entre dos sucesos.

$$\Delta x' = \gamma(\Delta x - v\Delta t)$$

$$\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{v\Delta x}{c^2}\right)$$

Estas dos ecuaciones figuran en el *Apéndice de datos de Física*.

Ejemplos resueltos

- 7 Volvamos a considerar nuevamente el ejemplo de la Figura 13.3. En el instante $t = 0$ s los dos sistemas de referencia, S y S' , coinciden, y solo vamos a tener en cuenta el movimiento relativo en la dimensión espacial x . Por simplicidad, solo vamos a considerar el diagrama en el instante t .

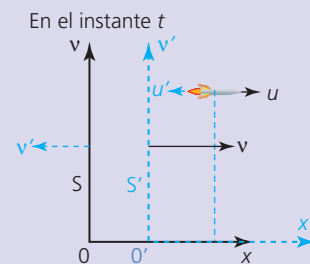
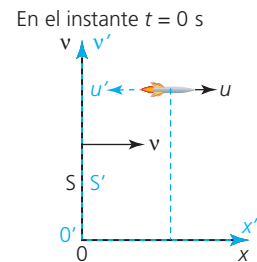
El **año luz** (al) es una unidad de distancia que equivale a la distancia recorrida por la luz en el vacío durante 1 año. Es decir:

$$1 \text{ al} = c \times 1 \text{ a}$$

Vamos a suponer que, según un observador en reposo situado en un sistema de referencia S , el cohete llega a un punto situado a 20 años luz de distancia al cabo de 30 años. Por tanto, las coordenadas (x, t) del cohete vienen dadas por (20 al, 30 al). Si nos desplazamos a un sistema de referencia S' que se mueve a $0,5c$ con respecto a S , ¿cuáles son las coordenadas del cohete en el sistema S' ?

Antes ya hemos calculado que $\gamma = 1,2$ para $v = 0,5c$.

$$\begin{aligned} x' &= \gamma(x - vt) \\ &= 1,2(20 \text{ al} - 0,5c \times 30 \text{ a}) \\ &= 1,2(20 \text{ al} - 15 \text{ al}) \\ &= 6,0 \text{ al} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 t' &= \gamma \left(t - \frac{vx}{c^2} \right) \\
 &= 1,2 \left(30y - \frac{0,5c \times 20 \text{ al}}{c^2} \right) \\
 &= 1,2 (30y - 10y) \\
 &= 24 \text{ a}
 \end{aligned}$$

Por tanto, según un observador situado en el sistema de referencia S' , el cohete solo ha recorrido 6 al en 24 años, lo que significa que viaja solo a $0,25c$. Este ejemplo es muy directo porque las unidades utilizadas permiten simplificar c fácilmente.

- 8 Según un observador, la distancia entre dos sucesos (uno a la izquierda y el otro a la derecha) es 250 m y ocurren con una diferencia de $1,7 \times 10^{-6}$ s, siendo el suceso de la izquierda el que ocurre antes. ¿Qué distancia y qué intervalo de tiempo entre los dos sucesos medirá un segundo observador que viaja a $0,75c$ hacia la derecha según el primer observador?

$$\begin{aligned}
 \gamma &= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{1 - 0,75^2}} \\
 &= 1,51 \\
 x' &= \gamma(x - vt) \\
 &= 1,51 \times (250 \text{ m} - 0,75 \times (3,0 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}) \times 1,7 \times 10^{-6} \text{ s}) \\
 &= -200 \text{ m} \\
 t' &= \gamma \left(t - \frac{vx}{c^2} \right) \\
 &= 1,51 \times \left(1,7 \times 10^{-6} \text{ s} - \frac{0,75 \times (3,0 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}) \times 250 \text{ m}}{(3,0 \times 10^8 \text{ ms}^{-1})^2} \right) \\
 &= 1,6 \times 10^{-6} \text{ s}
 \end{aligned}$$

En otras palabras, el orden en el que se producen los sucesos es el mismo para el segundo observador pero, desde su punto de referencia, sus posiciones espaciales están casi invertidas.

Para todos estos problemas debes suponer que el movimiento es unidimensional y que, en cada caso, los observadores inician el conteo del tiempo cuando los orígenes de los dos sistemas de referencia coinciden.

- 28 Imagina una situación en la que un cohete pasa junto a la Tierra a una velocidad de $0,5c$. Hay dos observadores: uno en el sistema de referencia de la Tierra y el otro en el sistema de referencia del cohete.
- ¿Cuál es el valor de γ ?
 - Se produce una explosión estelar en un punto situado a 20 años luz de la Tierra. El cohete pasa junto a la Tierra en dirección a la estrella. Según el observador con base terrestre, el cohete pasa junto a la Tierra 20 años antes de que llegue la luz. ¿Cuáles son las coordenadas x' y t' del suceso «explosión» para el observador situado en el sistema de referencia del cohete?
- 29 El diámetro de la galaxia Vía Láctea medido desde la Tierra es de 100 000 años luz, de modo que el tiempo que tarda la luz en viajar de un extremo al otro de la Vía Láctea es 100 000 años. ¿Cuál es el diámetro de la Vía Láctea según un observador situado en una galaxia lejana que se aleja de la Tierra a una velocidad de $0,2c$? Supón que viajan en el mismo plano sobre el que se mide el diámetro de la Vía Láctea.
- 30 Según los astrónomos con base terrestre, una estrella cercana al centro de la Vía Láctea explotó 800 años antes que otra estrella situada a 2000 al de la primera. ¿Cuánto tiempo después se produjo la segunda explosión según un cohete que viaja hacia las explosiones a una velocidad de $0,2c$?
- 31 La velocidad de un electrón medida en un laboratorio es $0,9c$. Según un observador situado en el laboratorio, el electrón se encuentra en el instante $t = 9,6 \times 10^{-9}$ s en una posición $x = 2,6$ m hacia el interior de la longitud de un tubo de vacío. Calcula el valor del factor de Lorentz y utilízalo para calcular el tiempo y la posición del electrón según un observador situado en el sistema de referencia del electrón.
- 32 Dos observadores situados en sendos sistemas de referencia inerciales viajan con una velocidad relativa de $0,8c$ y ambos observan la ocurrencia de dos sucesos. Según uno de los observadores, los sucesos están separados 4,2 m y se producen con un intervalo de tiempo entre ellos de $2,4 \times 10^{-8}$ s. Según el otro observador, ¿cuáles son los intervalos espacial ($\Delta x'$) y temporal ($\Delta t'$) entre los dos sucesos?

■ Demostración de que dos sucesos pueden ser simultáneos para un observador pero no para otro

Recordemos que:

Si dos sucesos son simultáneos y se producen en el mismo lugar, deben ser simultáneos para todos los observadores.

Esto es así porque el intervalo espacio-tiempo es cero para todos los observadores y, por ello, todos deben estar de acuerdo en que los dos sucesos se producen en el mismo lugar y, por tanto, ocurren simultáneamente.

Sin embargo,

Dos sucesos que se producen en diferentes lugares pueden ser simultáneos para un observador pero no para otro.

Para demostrar esto último vamos a echar un vistazo a las ecuaciones de transformación de Lorentz. Supongamos que para el observador situado en S los dos sucesos son simultáneos, $\Delta t = 0$, pero ocurren separados por una distancia $\Delta x = L$. Para un observador situado en un sistema de referencia inercial S' que se mueve a velocidad constante, v , paralelo a la longitud, L , los dos sucesos se producen separados por un intervalo de tiempo:

$$\begin{aligned}\Delta t' &= \gamma \left(\Delta t - \frac{v\Delta x}{c^2} \right) \\ &= -\gamma \left(\frac{vL}{c^2} \right)\end{aligned}$$

Esta ecuación no figura en el *Apéndice de datos de Física*.

Como tanto γ como c son distintos de cero, cualquier observador en S' debe registrar un intervalo de tiempo entre los dos sucesos para cualesquiera valores no nulos de v y L y, por tanto, los dos sucesos no pueden ser simultáneos para el observador.

■ Transformaciones de la suma de velocidades

Uno de los aspectos de la relatividad especial que se explica con mayor profundidad en el Nivel superior es que ninguna partícula conocida puede viajar más rápido que la velocidad de

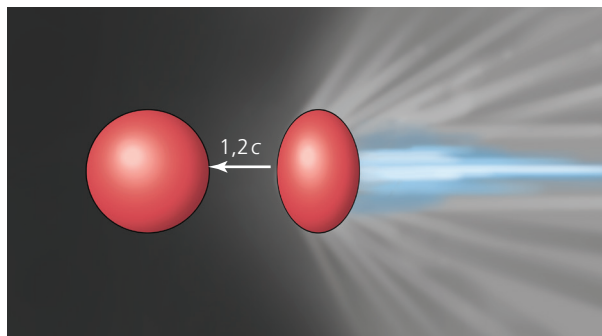
la luz en el vacío. En el universo newtoniano, cuando dos partículas viajan una hacia la otra con velocidad $0,6c$, cada una de ellas percibe a la otra partícula como si se estuviera aproximando a velocidad $1,2c$ (porque $u' = u - v$). Véase la Figura 13.12.

Esto último no es posible en el espacio-tiempo de Einstein; en lugar de ello, debemos utilizar una ecuación de transformación mucho más compleja:

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*. Visto desde una fuente de referencia externa, u es la velocidad del objeto 1, v es la velocidad del objeto 2 y u' es la velocidad del objeto 1 visto por un observador que se encuentra en reposo respecto al objeto 2. Recuerda que u' siempre debe ser menor que c .

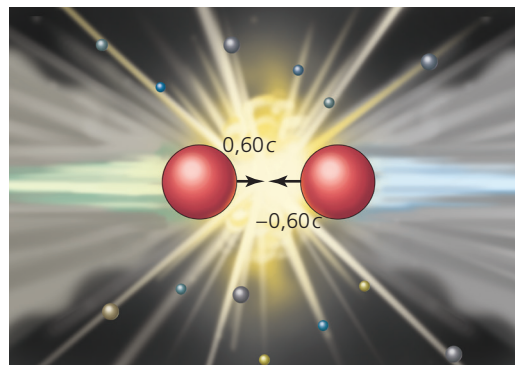
■ Figura 13.12



Ejemplos resueltos

- 9 Desde un sistema de referencia externo se ven dos partículas viajando una hacia la otra cada una a una velocidad de $0,6c$ (Figura 13.13). Un observador situado sobre una de las partículas mide la velocidad de la otra partícula. ¿Qué velocidad mide?

$$\begin{aligned} u' &= \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}} \\ &= \frac{0,60c - (-0,6c)}{1 - \frac{(0,60c \times (-0,6c))}{c^2}} \\ &= \frac{1,2c}{1 - \left(-\frac{0,36c^2}{c^2}\right)} \\ &= \frac{1,2}{1,36}c \\ &= 0,88c \end{aligned}$$

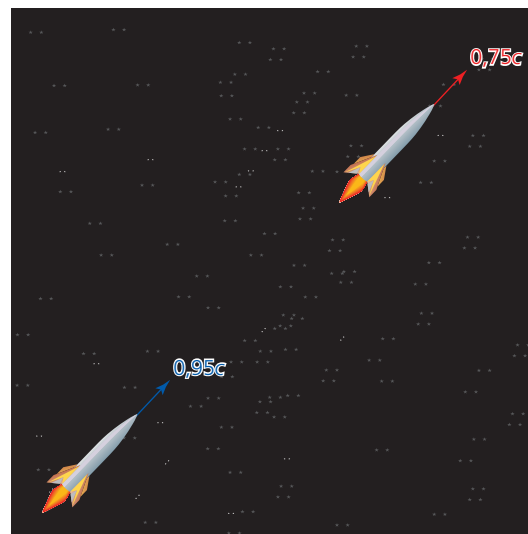


■ Figura 13.13

Es muy fácil olvidarse de los signos negativos cuando se realiza este cálculo. Recuerda que tanto u como v son vectores y por tanto pueden ser negativos o positivos según su sentido.

- 10 Desde un sistema de referencia externo se observan dos cohetes que viajan en la misma dirección: el primero viaja hacia el espacio vacío a una velocidad medida de $0,75c$, y se lanza un segundo cohete que viaja a $0,95c$, según la medida de su velocidad (Figura 13.14). ¿A qué velocidad se aproxima el segundo cohete para un observador inercial que viaja con el primer cohete?

$$\begin{aligned} u' &= \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}} \\ &= \frac{0,95c - 0,75c}{1 - \frac{(0,95c \times 0,75c)}{c^2}} \\ &= \frac{0,2c}{1 - \left(\frac{0,71c^2}{c^2}\right)} \\ &= \frac{0,2}{0,29}c \\ &= 0,70c \end{aligned}$$



■ Figura 13.14

- 33 Un cohete que se aleja de la Tierra a una velocidad equivalente a una décima parte de la velocidad de la luz emite un haz de luz láser hacia el espacio.
- Un observador situado en el interior del cohete mide con precisión la velocidad de los fotones del haz de luz. ¿Qué valor crees que obtendrá?
 - Un observador que flota estacionario, con respecto a la Tierra, también mide con precisión los fotones del haz de luz. ¿Qué valor obtendrá?
- 34 Dos cohetes vuelan uno hacia el otro y desde la Tierra se observa que cada uno lleva una velocidad de $0,7c$. Un observador situado en uno de los cohetes, ¿a qué velocidad cree que va el otro cohete?
- 35 Si estuvieras en una nave espacial increíblemente rápida que pasara junto a una estación espacial a una velocidad de $0,35c$ y aceleraras un protón en el interior de la nave para que viajara en su mismo sentido de movimiento a velocidad $0,95c$ (con respecto a la nave), ¿cuál sería la velocidad del protón medida por un observador situado en la estación espacial?
- 36 En un experimento de desintegración alfa se puede considerar que el núcleo progenitor es estacionario en el laboratorio. Cuando se produce la desintegración, la partícula alfa viaja en una dirección y sentido determinado a una velocidad de $0,7c$, mientras que el núcleo descendiente viaja en sentido contrario a $0,2c$. Calcula la velocidad que lleva la partícula alfa según un observador que viaja con el núcleo descendiente.

- 37 Un electrón y un antineutrino generados en un experimento de desintegración beta viajan exactamente en la misma dirección y sentido. En el sistema de referencia del laboratorio el antineutrino lleva una velocidad de $0,95c$ y el electrón lleva una velocidad de $0,75c$. ¿Qué velocidad lleva el antineutrino según un observador que viaja en el sistema de referencia del electrón?
- 38 Los protones del LHC del CERN viajan en sentidos opuestos por el anillo a una velocidad de aproximadamente $0,9990000c$. Según un observador que viaja con uno de los paquetes de protones, ¿a qué velocidad viajan los protones que se aproximan en sentido contrario?
- 39 Dos haces de luz viajan en sentidos opuestos y su velocidad relativa es $2c$ según un observador situado en el sistema de referencia del laboratorio. Según un observador situado en el sistema de referencia de uno de los haces de fotones, ¿a qué velocidad viajan los fotones del haz de luz que se aproxima en sentido contrario?
- 40 Dos naves espaciales que participan en una carrera espacial pasan una de las marcas viajando en la misma dirección y sentido a una velocidad de $0,6c$ y $0,7c$ respectivamente, medida por los árbitros de la carrera. Según la nave espacial que viaja más rápido, ¿a qué velocidad viaja la otra nave espacial?

■ Dilatación del tiempo

Puede parecer sorprendente que en el Ejemplo resuelto 10 los observadores situados en los dos sistemas de referencia que viajan con los cohetes perciban que se están moviendo uno hacia el otro aparentemente tan rápido ($0,70c$) cuando la mecánica newtoniana sugiere que solo deberían moverse con una velocidad relativa de $0,20c$. El motivo tiene que ver con la ralentización del tiempo debida a su velocidad relativamente elevada.

El tiempo más breve posible entre dos sucesos es el medido por el observador inercial que mide el intervalo de tiempo propio, Δt_0 , entre estos dos sucesos. Cualquier otro observador inercial medirá un intervalo de tiempo más largo, $\Delta t'$, entre los sucesos. Esta ralentización, o extensión, del tiempo debida al movimiento relativo se denomina **dilatación del tiempo**.

$$\Delta t' = \gamma \Delta t_0$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

La obtención de esta ecuación es directa y depende de la transformación de Lorentz para el tiempo. Recuerda que para un observador que mide el tiempo propio, la ocurrencia de los dos sucesos debe verse en las mismas coordenadas espaciales con respecto a ellos y, por tanto, $\Delta x = 0$.

$$\Delta t' = \gamma \left(\Delta t - \frac{v \Delta x}{c^2} \right)$$

Sabemos que para Δt_0 , $\Delta x = 0$, por tanto:

$$\Delta t' = \gamma \Delta t_0$$

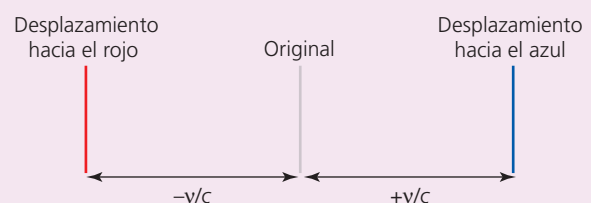
Perspectivas adicionales

Experimento de Ives–Stilwell

Una de las primeras comprobaciones de la dilatación del tiempo fue un experimento llevado a cabo por Herbert Ives y su ayudante G. R. Stilwell cuando intentaban refutar la relatividad especial. Utilizaron un tubo de descarga de hidrógeno que aceleraba los iones H_2^+ y H_3^+ hasta velocidades elevadas. El haz de iones brilla cuando los electrones libres son absorbidos por los iones, produciendo un espectro de emisión. Ives y Stilwell utilizaron un espejo cóncavo para producir la reflexión del haz y observaron tanto el haz original como el haz reflejado a través de un espectroscopio.

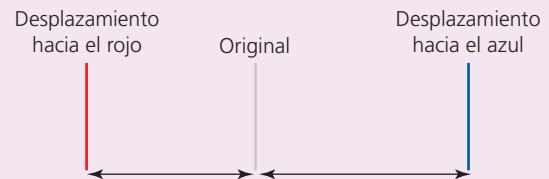
Los iones viajan a una velocidad elevada y en consecuencia el espectro observado experimenta un desplazamiento Doppler clásico o longitudinal. El efecto de este desplazamiento es simétrico sobre el haz reflejado de modo que el desplazamiento hacia el azul del haz original es de la misma magnitud que el desplazamiento hacia el rojo del haz reflejado. Estas dos líneas espectrales se comparan con la línea espectral original no desplazada. La teoría clásica, por tanto, predice que se observarán tres líneas con un espaciado equivalente (Figura 13.15).

Sin embargo, existe también un efecto de desplazamiento Doppler transversal



■ Figura 13.15

mucho más pequeño que fue predicho por Einstein en su artículo de 1905. Según este efecto transversal, las líneas espectrales se desplazan en diferente cantidad, de manera que la línea original ya no sigue estando en el centro (Figura 13.16).



■ Figura 13.16

Para desgracia de Ives, que era uno de los críticos más furibundos de los EEUU contra la teoría de la relatividad, las líneas no aparecían desplazadas de forma equitativa y, en consecuencia, el resultado predicho por la física clásica era incorrecto y su experimento se utiliza en la actualidad como una de las pruebas experimentales que corroboran la relatividad especial.

■ Contracción de la longitud

También hemos visto que cuando un observador se mueve con respecto a una longitud, esta parece más corta. A la máxima longitud posible la hemos denominado longitud propia, L_0 , y todos los demás observadores inerciales medirán una longitud, L , entre dos sucesos inferior a la longitud propia.

$$L = \frac{L_0}{\gamma}$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

Obtención

La obtención de esta ecuación es menos evidente porque requiere un conocimiento de cómo se mide y se define la longitud. En el espacio-tiempo, la longitud es la distancia entre las posiciones de dos sucesos. Para poder medir esta longitud correctamente en cualquier sistema de referencia inercial dado, un observador debe medir simultáneamente la posición de los dos sucesos que definen la longitud.

Fíjate en que esto no significa que la longitud que se va a medir tenga que ser necesariamente una longitud propia, sino que es como si se tuviera que congelar la imagen (o tomar una fotografía) de la longitud que se va a medir y después se realizaran las medidas a partir de esta imagen congelada desde una posición situada en el centro y utilizando los reflejos de destellos de luz simultáneos para calcular su longitud. Esto significa que las medidas de la longitud requieren que $\Delta t = 0$.

Imaginemos que estamos intentando calcular la longitud propia, L_0 , de un objeto estacionario respecto al sistema S' pero en movimiento respecto al sistema S . El objeto tiene una longitud, L , conocida en el sistema de referencia inercial S .

$$\Delta x' = \gamma(\Delta x - v\Delta t)$$

$$L_0 = \gamma(L - 0)$$

$$L = \frac{L_0}{\gamma}$$

- 41 Se mide la longitud propia de una varilla y resulta ser exactamente de 1,00 m. ¿Qué longitud mediríamos si pasara volando a nuestro lado a una velocidad de $0,8c$?
- 42 La varilla del ejercicio anterior tarda $2,5 \times 10^{-9}$ s en pasar junto a un punto fijo en el laboratorio. ¿Qué intervalo de tiempo entre los dos sucesos mediría un observador que viajara con la varilla?
- 43 Rosie vuela por el espacio y, según ella, su estatura es de 1,60 m. Adelanta a una nave espacial extraterrestre y, según sus ocupantes, viaja a una velocidad de $0,8c$.
 - a Según los extraterrestres de la nave espacial, ¿qué estatura tiene Rosie?
 - b Jeanina tarda $6,1 \times 10^{-9}$ s en adelantar a los mismos extraterrestres a una velocidad de $0,90c$. ¿Qué intervalo de tiempo tarda Jeanina en adelantar a los extraterrestres según ellos?
- 44 En una carrera espacial, una nave que mide 150 m de longitud cuando está estacionaria viaja a velocidades relativistas cuando cruza la línea de meta.
 - a Según la nave, tarda $7,7 \times 10^{-7}$ s en cruzar la línea de meta. ¿A qué velocidad viaja en términos de c ?
 - b ¿Qué intervalo de tiempo tarda la nave en cruzar la línea de meta según un observador situado en la propia línea de meta?
 - c ¿Qué longitud tiene la nave según un observador situado en la línea de meta?
 - d ¿A qué velocidad viaja la nave según un observador situado en la línea de meta?

45 En la misma carrera del ejercicio anterior un imponente crucero espacial tarda solo $2,0 \times 10^{-6}$ s en cruzar la línea de meta según los árbitros de la carrera, que miden la longitud del crucero y resulta ser 450 m. ¿Qué longitud tiene el crucero según su folleto de venta?

■ Comprobaciones de la relatividad especial: el experimento de desintegración del muon

Un muon es una partícula exótica que se comporta como un electrón pero tiene una masa 200 veces superior a la de este. Su masa relativamente elevada significa que son inestables y decaen rápidamente. Se generan con relativa facilidad en los laboratorios de física de alta energía y por tanto se pueden estudiar también con relativa facilidad. El método estándar para medir su periodo de vida consiste en el uso de un bloque de material centelleante para detenerlos. La detención de un muon produce un diminuto centelleo, o destello de luz, cuando la energía cinética del muon se convierte en un fotón. Cuando el muon se desintegra genera un electrón de alta energía y un par de neutrinos. El electrón provoca un segundo destello y el intervalo de tiempo entre esos dos sucesos permite determinar la vida del muon. La vida media de un muon estacionario en el laboratorio es de $2,2 \times 10^{-6}$ s.

Una desintegración radiactiva es un proceso aleatorio y, por tanto, cuando medimos la desintegración de un gran número de partículas, es más normal hablar de semivida (o periodo de semidesintegración). Matemáticamente hablando, una vida media de $2,2 \times 10^{-6}$ s equivale a una semivida de $1,5 \times 10^{-6}$ s. El muon, por tanto, nos ofrece un diminuto reloj que se puede acelerar hasta velocidades relativistas.

Los muones se generan de forma natural en la atmósfera terrestre como resultado de las colisiones entre las partículas atmosféricas y la radiación cósmica de alta energía que nos bombardea continuamente. Este fenómeno se produce a unos 10 km por encima de la superficie terrestre y la velocidad media de los muones generados es de aproximadamente $0,995c$.

Consideremos ahora tres opciones distintas para ver si concuerdan con lo que observamos experimentalmente.

Opción newtoniana

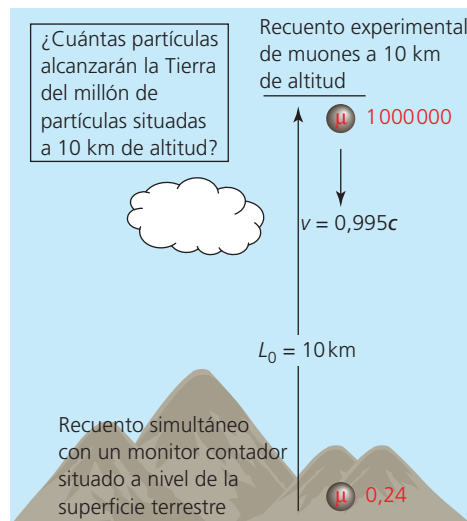
El tiempo que tardan los muones en alcanzar la superficie terrestre desde una altitud de 10 km a una velocidad de $0,995c$ es:

$$t = \frac{x}{v} = \frac{10\,000}{0,995 \times 3,00 \times 10^8} = 3,35 \times 10^{-5} \text{ s}$$

$$\text{número de semividas} = \frac{\text{tiempo total}}{t_{1/2}} = \frac{3,35 \times 10^{-5}}{1,5 \times 10^{-6}} = 22$$

$$\text{fracción que alcanza la superficie terrestre} = \left(\frac{1}{2}\right)^{22} = 2,4 \times 10^{-7}$$

■ Figura 13.17



Fíjate en que se trata de una pequeñísima fracción, casi despreciable, del número original de muones a 10 km por encima de la superficie terrestre. Si el marco newtoniano es correcto, apenas ningún muon alcanza la superficie terrestre porque casi todos se habrán desintegrado para cuando llegue ese momento (Figura 13.7).

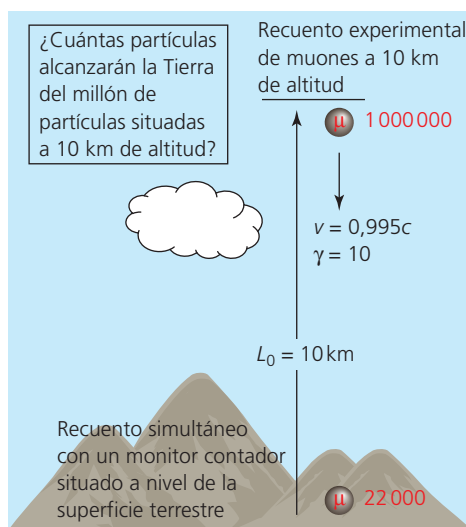
Opción relativista-sistema de referencia terrestre

En el sistema de referencia terrestre, la longitud propia medida es de 10,0 km y la velocidad de los muones es $0,995c$. Un observador situado en este sistema de referencia también mediría el intervalo de tiempo como $3,35 \times 10^{-5}$ s. Sin embargo, un

observador situado en el sistema de referencia del muon mediría el tiempo propio, que es una magnitud invariante, y podría calcular:

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0,995c)^2}{c^2}}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 - 0,995^2}} \\ &= 10,0 \\ \Delta t_0 &= \frac{\Delta t}{\gamma} = \frac{3,35 \times 10^{-5}}{10} = 3,35 \times 10^{-6} \text{ s} \\ \text{número de semividas} &= \frac{\text{tiempo total}}{t_{1/2}} = \frac{3,35 \times 10^{-6}}{1,5 \times 10^{-6}} = 2,2 \\ \text{fracción restante} &= \left(\frac{1}{2}\right)^{2,2} = 0,22 \end{aligned}$$

■ Figura 13.18



Este valor representa cerca de una quinta parte, por tanto, en realidad, el número de muones que alcanzan la superficie terrestre es muy elevado en comparación con el número de muones a 10 km de la superficie terrestre. La confirmación de este resultado proporcionaría una prueba a favor del concepto de dilatación del tiempo: los muones alcanzan la Tierra porque el tiempo ha pasado más lentamente para ellos y por tanto se han desintegrado menos de los que lo habrían hecho según la física newtoniana (Figura 13.18).

Opción relativista-sistema de referencia del muon

En el sistema de referencia del muon, el espesor de 10 km de la capa más baja de la atmósfera se contrae.

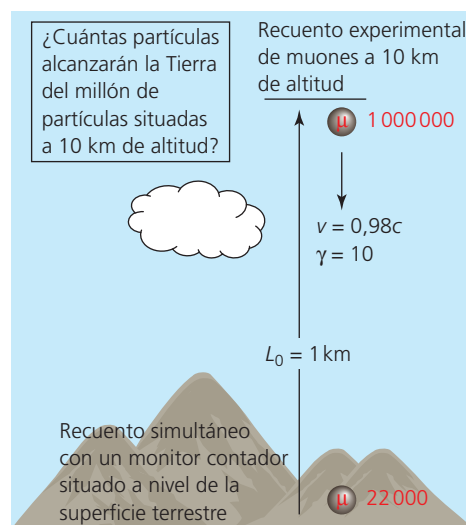
$$L = \frac{L_0}{\gamma} = \frac{10000 \text{ m}}{10} = 1000 \text{ m}$$

$$t = \frac{x}{v} = \frac{1000}{0,995 \times 3 \times 10^8} = 3,35 \times 10^{-6} \text{ s}$$

En consecuencia, la fracción restante que alcanza la superficie terrestre vuelve a ser 0,22. La razón es que, desde el sistema de referencia del muon, el observador en reposo percibe lo que nosotros medimos como 10 km como únicamente 1 km.

Una confirmación de este resultado comportaría una prueba en favor del concepto de contracción de la longitud (Figura 13.19).

■ Figura 13.19



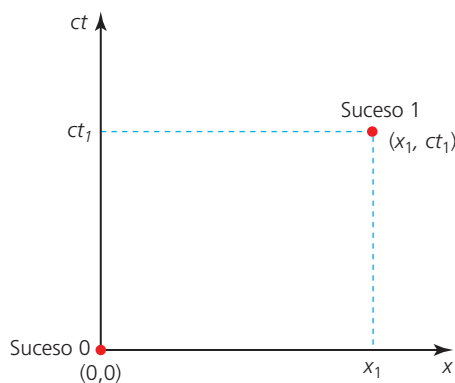
Resultados experimentales

¿Corroboran los datos experimentales la relatividad? En términos generales, por cada centímetro cuadrado de la superficie terrestre pasa un muon cada segundo, mientras que a 10 km de altitud la tasa es aproximadamente cinco veces mayor. Se trata de una prueba convincente para ambos aspectos de la relatividad especial, tanto la dilatación del espacio como la contracción de la longitud. Sin embargo, en la realidad los datos son complejos: los muones se generan en la atmósfera en un amplio intervalo de altitudes y con un amplio espectro de energías diferentes.

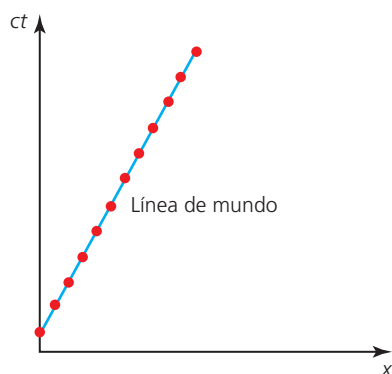
- 46 Algunos muones se generan en la atmósfera terrestre a 8,00 km por encima de la superficie terrestre como resultado de las colisiones entre las moléculas atmosféricas y los rayos cósmicos. Los muones así generados tienen una velocidad media de $0,99c$.
- Calcula el tiempo que tardarían los muones en atravesar los 8,00 km de atmósfera terrestre hasta los detectores situados en la superficie según la física newtoniana.
 - Calcula el tiempo que tardarían los muones en atravesar la atmósfera según un observador relativista que viajara con los muones.
 - Los muones tienen una semivida muy corta. Explica cómo pueden corroborar la teoría de la relatividad especial los recuentos de muones a una altitud de 8,00 km y en la superficie terrestre.

13.3 (A3: Núcleo) Diagramas espacio-tiempo

Los diagramas espacio-tiempo son una manera muy clara e ilustrativa de representar gráficamente por qué dos observadores que se mueven relativamente uno respecto al otro obtienen medidas distintas



■ **Figura 13.20** Diagrama de espacio-tiempo para un sistema de referencia inercial, S , en el que se representan dos sucesos y sus coordenadas



■ **Figura 13.21** Diagrama de espacio-tiempo en el que se representa la producción de la línea de mundo de un objeto mediante la unión de los sucesos de una cadena

El concepto de espacio-tiempo fue introducido por primera vez por Minkowski, el antiguo profesor de matemáticas de Einstein, en 1908. En un principio Einstein rechazó la idea de espacio-tiempo pero después se dio cuenta de su importancia y la utilizó como pieza fundamental en el descubrimiento de la relatividad general. Los diagramas espacio-tiempo, también llamados en ocasiones diagramas de Minkowski, pueden ser un método muy potente para explicar la física relativista. Contienen mucha información, por tanto vamos a intentar descomponerlos en piezas antes de juntarlas todas para componer un diagrama completo.

■ Ejes

Los diagramas espacio-tiempo se representan normalmente con la dimensión espacial, x , sobre el eje horizontal y la dimensión temporal (es decir, el tiempo), t , sobre el eje vertical. Aunque en el eje vertical se podría representar simplemente el tiempo, normalmente se representa la velocidad de la luz multiplicada por el tiempo (c veces el tiempo), ct , porque así se simplifica el diagrama.

Los ejes representan el sistema de referencia, o sistema de coordenadas, de un observador inercial específico.

■ Sucesos

Los sucesos se representan en el espacio-tiempo como un punto. Como en un gráfico corriente, las coordenadas del suceso se leen una a continuación de otra a partir de los ejes. En la Figura 13.20 queda claro que, para un observador inercial situado en el sistema de referencia S , el suceso 0 ocurre antes que el suceso 1.

■ Líneas de mundo

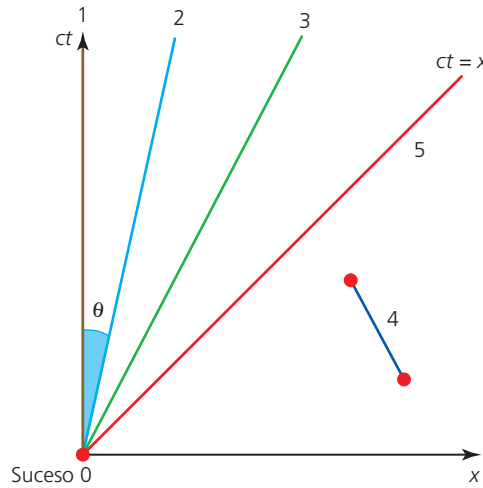
Podemos imaginar un objeto que viaja por el espacio-tiempo como una cadena de sucesos. Si unimos esta línea de sucesos podemos dibujar la trayectoria del objeto a través del espacio-tiempo y a esta trayectoria la denominamos **línea de mundo**. En la Figura 13.21 hemos dibujado una línea del mundo recta, lo que indica que el objeto se mueve a través del espacio con velocidad constante respecto al observador.

La línea de mundo representada no pasa por el origen porque el objeto se observa un breve periodo de tiempo después de que el observador haya puesto en marcha su reloj.

■ Gradiente

El gradiente de una línea de mundo viene dado por c/v , de modo que cuanto más escarpado es este gradiente, más lentamente viaja el objeto. A un objeto que un observador situado en este sistema de referencia ve como estacionario le corresponde una línea vertical porque su coordenada x no cambia. Las unidades sobre cada eje son las mismas, por tanto un gradiente de valor 1 (es decir, dibujado como una recta inclinada 45 respecto a la horizontal) representa la línea de mundo (o **línea de luz**) de un fotón a través del espacio-tiempo porque $v = c$. Todos los observadores inerciales están de acuerdo en el valor de c , de manera que todos deben estar también de acuerdo en la línea de mundo para la luz, representada en la Figura 13.22.

■ **Figura 13.22**
 Diagrama espacio-tiempo donde se representa (para un observador S inercial):
 1) la línea de mundo para un objeto estacionario, es decir, la línea de mundo para el observador en S ;
 2) la línea de mundo para un objeto en movimiento;
 3) la línea de mundo para un objeto en movimiento que viaja más rápido;
 4) la línea de mundo para un objeto que viaja en sentido contrario a los demás objetos entre dos sucesos;
 5) la línea de mundo para un fotón, que se encuentra a lo largo de la línea donde $ct = x$ y, por tanto, tiene gradiente igual a 1



■ Ángulo entre líneas de mundo

El ángulo que forma una línea recta de mundo cualquiera y el eje ct viene dado por:

$$\theta = \text{tg}^{-1} \left(\frac{v}{c} \right)$$

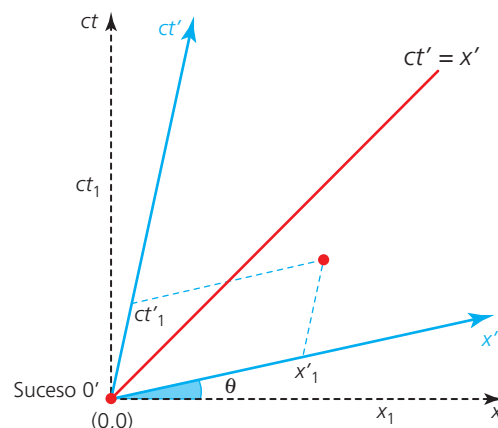
Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física* y se puede obtener a partir del Ejemplo resuelto 11.

■ Adición de un sistema de referencia S'

La representación de un segundo sistema de referencia inercial sobre el mismo diagrama es directa, ya que el espacio-tiempo de fondo no cambia y no es necesario desplazar los sucesos, lo que permite comparar cómo son percibidos los mismos sucesos por distintos observadores.

Los ejes del segundo sistema de referencia, en cambio, ya no son perpendiculares, sino oblicuos. Supongamos que miramos el objeto cuya línea de mundo es la 2 en la Figura 13.22. En la Figura 13.23, el objeto está en reposo en su propio sistema de referencia (S') y, por tanto, el eje ct' coincide con la línea de mundo del objeto, mientras que el eje x' es el simétrico del eje ct' respecto a la línea de luz.

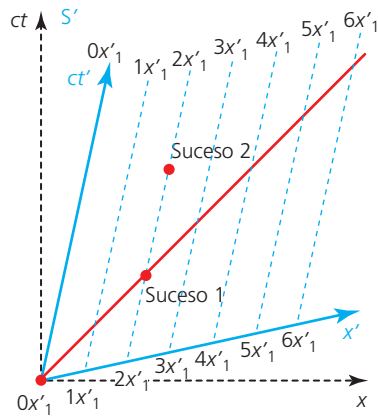
■ **Figura 13.23**
 Diagrama espacio-tiempo en el que se representan los ejes adicionales para el sistema de referencia S' en color azul



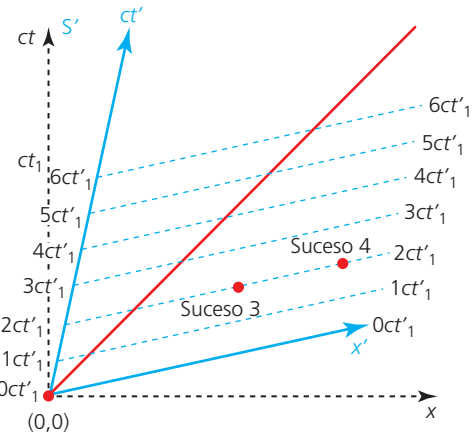
Para un observador en reposo en S' , las coordenadas del suceso son ahora (x'_1, ct'_1) . Para entender esto necesitamos repasar los conceptos «simultáneo» y «estacionario».

En el sistema de referencia S' , los sucesos simultáneos ocurren a lo largo de una línea paralela al eje x' , mientras que los que ocurren en el mismo lugar lo hacen a lo largo de una línea paralela al eje ct' .

Es poco probable que te hayas encontrado con ejes de este tipo anteriormente, porque cuesta un cierto tiempo entender cómo funcionan. En las Figuras 13.24 y 13.25 se explica un poco más su funcionamiento.



■ **Figura 13.24** Diagrama espacio-tiempo en el que se representan líneas azules discontinuas que indican las distintas líneas de mundo para puntos que son estacionarios en el sistema de referencia S' . La gráfica funciona exactamente igual que las gráficas a las que estamos acostumbrados, excepto por el hecho de que la cuadrícula está inclinada en lugar de ser horizontal y vertical. Los sucesos 1 y 2 ocurren en la misma posición del espacio respecto a un observador en S'



■ **Figura 13.25** Diagrama espacio-tiempo en el cual se marcan seis líneas paralelas al eje x' . Estas líneas unen puntos que son simultáneos entre sí, es decir, para un observador en S' todos los sucesos a lo largo de la línea $1ct'$ ocurren simultáneamente. Cuando el tiempo se duplica, todos los sucesos a lo largo de la línea discontinua $2ct'$ ocurren simultáneamente y así sucesivamente. Los sucesos 3 y 4 son, por tanto, simultáneos para un observador en S'

Ejemplo resuelto

11 Utiliza las ecuaciones de transformación de Lorentz para demostrar que el gradiente de la recta x' viene dado por $\frac{v}{c}$ y, por tanto, confirma que el ángulo que forman los ejes x y x' viene dado por $\theta = \text{tg}^{-1}\left(\frac{v}{c}\right)$, tal como se muestra en la Figura 13.26.

Podemos obtener la ecuación para el eje x' en términos de x y t tomando el valor $t' = 0$ y utilizando la transformación de Lorentz para t' :

$$t' = \gamma \left(t - \frac{vx}{c^2} \right) = 0$$

por tanto, el término en el interior del paréntesis = 0.

$$t = \frac{vx}{c^2}$$

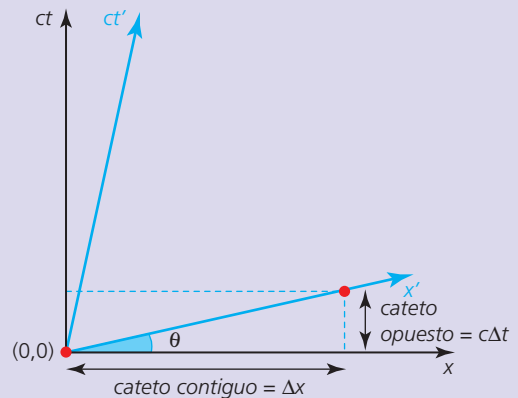
$$ct = \left(\frac{v}{c} \right) x$$

que tiene la forma $y = mx$.

$$\text{gradiente} = \left(\frac{v}{c} \right) = \frac{c\Delta t}{\Delta x} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto contiguo}}$$

$$\text{tg } \theta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto contiguo}} = \frac{v}{c}$$

$$\theta = \text{tg}^{-1}\left(\frac{v}{c}\right) \text{ tal como se quería demostrar.}$$



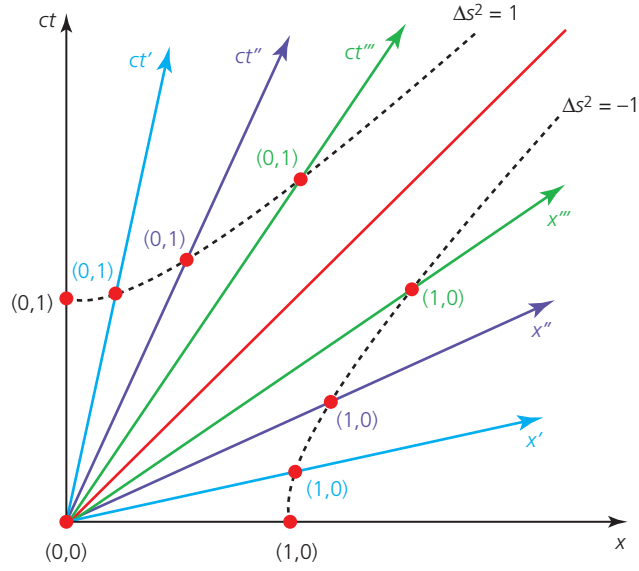
■ **Figura 13.26** Diagrama espacio-tiempo en el que se representa el cálculo de la fórmula del ángulo

■ **Unidades en los diagramas espacio-tiempo**

Curiosamente, las unidades de los ejes x y x' no tienen el mismo tamaño y este hecho complica la utilización de la geometría del espacio-tiempo para la resolución de problemas. Recordemos que el intervalo de espacio-tiempo, Δs^2 , es una cantidad invariante, de manera que todos los observadores medirán el mismo intervalo de espacio-tiempo entre dos sucesos con independencia de la velocidad a la que estén viajando.

Consideremos ahora cuatro observadores inerciales que viajan todos ellos a distintas velocidades, tal como se representa en la Figura 13.27. A cada uno se le pide que registre una unidad de longitud que sea estacionaria respecto a él. Para cada uno de los observadores esta longitud es una longitud propia, de 1 unidad, de modo que le corresponde un intervalo de espacio-tiempo $\Delta s^2 = -1$.

Figura 13.27
Diagrama espacio-tiempo que muestra la variación de las unidades para cuatro sistemas de referencia distintos, representados con los colores negro, azul, violeta y verde



Las líneas discontinuas de color negro unen todos los puntos con intervalo de espacio-tiempo = 1 y -1 medido desde el origen y forman una curva denominada hipérbola. A partir de aquí podemos ver que la escala de 1 unidad es distinta para cada uno de los diferentes ejes x. Se pueden calcular las coordenadas exactas de la hipérbola, pero el nivel matemático que se necesita está por encima del programa del IB, de modo que las daremos por buenas.

De forma similar, las unidades sobre el eje del tiempo se comportan de manera simétrica.

47 Utiliza las ecuaciones de transformación de Lorentz para demostrar que el gradiente de la recta ct' viene dado por c/v y, por tanto, confirma que el ángulo que forman los ejes ct y ct' también viene dado por:

$$\theta = \text{tg}^{-1}\left(\frac{v}{c}\right)$$

48 a Completa la tabla siguiente mediante el uso de una regla, una calculadora y el diagrama espacio-tiempo de la Figura 13.28:

Suceso	Coordenadas en S (x, ct)	Coordenadas en S' (x', ct')
A	(0,0)	(0,0)
B	(0,4)	(0,4)
C	(1,6)	(1,0)
D		
E		(0,1)
F		
G		

b Haz una lista del orden de ocurrencia de los sucesos para un observador situado en S y para un observador situado en S'.

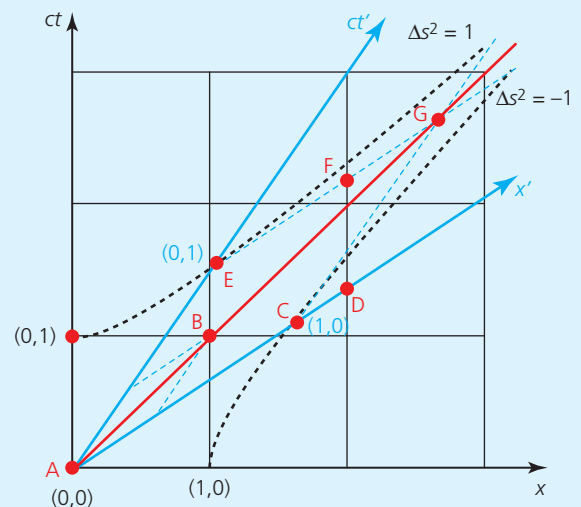
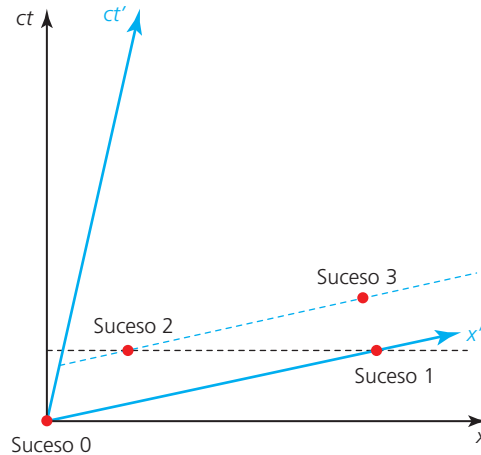


Figura 13.28 Diagrama espacio-tiempo en el que se representan siete sucesos, etiquetados con las letras A a G, desde dos sistemas de referencia distintos

■ Simultaneidad en los diagramas espacio-tiempo

Recuerda que todos los observadores inerciales coincidirán en que dos sucesos son simultáneos si ocurren en el mismo lugar, pero pueden discrepar en cuanto al orden de ocurrencia de dos sucesos que tienen lugar en dos puntos distintos del espacio. En la Figura 13.29 se muestra un diagrama espacio-tiempo con cuatro sucesos distintos. Según uno de los observadores, el Suceso 0 ocurre primero, seguido por los Sucesos 1 y 2, que ocurren simultáneamente, y el Suceso 3, que ocurre el último. Sin embargo, para el otro observador, los Sucesos 0 y 1 ocurren ambos simultáneamente, seguidos de los Sucesos 2 y 3, que ocurren también simultáneamente.

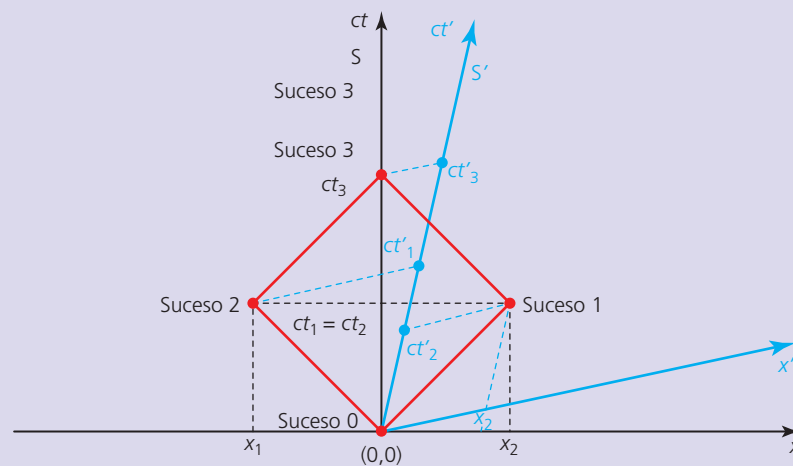
■ **Figura 13.29**
Diagrama espacio-tiempo en el que se compara la simultaneidad en distintos sistemas de referencia



Ejemplo resuelto

12 Recuerda cómo podía demostrar un observador que dos sucesos eran simultáneos (véase la Figura 13.9). Dibuja un diagrama espacio-tiempo con un sistema de referencia S que representa al observador situado en el tren y un sistema S' que representa el sistema de referencia situado en el andén.

Los rayos de luz se emiten en sentidos contrarios, de modo que necesitamos dibujar un eje x positivo y negativo para representar la posición de ambos sucesos (Figura 13.30).



■ **Figura 13.30** Diagrama espacio-tiempo para el experimento mental llevado a cabo en la Figura 13.9 con el objeto de definir la simultaneidad. Las líneas de color rojo representan las líneas de mundo de los dos rayos reflejados. Los ejes de color gris representan el sistema de referencia inercial del vagón de tren, S , mientras que los ejes de color azul representan el sistema de referencia inercial del andén, S' , con el tren moviéndose hacia la izquierda. Las intersecciones discontinuas con la línea de tiempo de cada observador proporcionan la versión del orden de los sucesos para cada uno de los dos observadores.

El observador S ve:

- los pulsos son enviados simultáneamente (Suceso 0)
- los pulsos alcanzan cada uno de los extremos del vagón simultáneamente (Sucesos 1 y 2)
- los pulsos vuelven al observador S simultáneamente (Suceso 3).

El observador S' ve que:

- los pulsos son enviados simultáneamente (Suceso 0)
- el pulso disparado en sentido contrario al del movimiento del vagón debe llegar al extremo de este antes (Suceso 1) que el pulso disparado en el sentido del movimiento del vagón (Suceso 2)
- sin embargo, S' sigue viendo que los pulsos vuelven al observador S simultáneamente (Suceso 3).

La geometría de los diagramas espacio-tiempo nos ofrece exactamente el mismo resultado, lo que demuestra que los sucesos sin intervalo de espacio-tiempo son simultáneos para todos los observadores, mientras que los sucesos que ocurren en dos lugares distintos pueden ser simultáneos para algunos observadores pero no así para otros.

Naturaleza de la ciencia

Visualización de modelos

La visualización de la descripción de sucesos en términos de diagramas de espacio-tiempo representa un enorme avance en la comprensión del concepto de espacio-tiempo.

Las transformaciones de Lorentz que utilizamos para describir cómo nos trasladamos de un sistema de referencia a otro tienen un alto contenido matemático y hacen que este tema sea difícil de interpretar de una forma no matemática. En un principio, la geometría de los diagramas espacio-tiempo parece bastante confusa, pero con la práctica nos proporciona una manera completamente distinta de abordar la relatividad. Esta nueva dimensión significa que algunos aspectos de la relatividad pasan a ser significativamente más accesibles, en particular, los diagramas espacio-tiempo explican fácilmente si dos sucesos son simultáneos o no en distintos sistemas de referencia y explican también el orden de los sucesos visto por distintos observadores.

Con algo más de práctica, los diagramas espacio-tiempo también explican conceptos como la dilatación del tiempo y la contracción de la longitud, pero también se pueden utilizar para entender las sumas de velocidades relativistas y para visualizar por qué es imposible superar la velocidad de la luz en el vacío.

■ Dilatación del tiempo en los diagramas espacio-tiempo

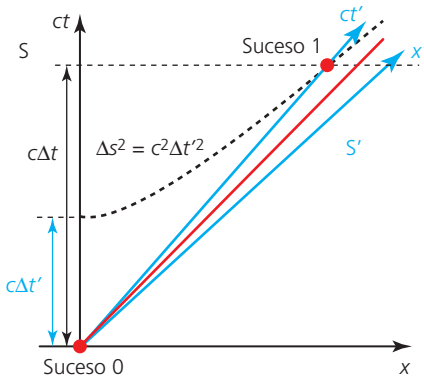
Consideremos ahora un diagrama espacio-tiempo para el experimento del muon (Figura 13.31). La fórmula del ángulo nos da en realidad un valor de $44,9^\circ$ para $v = 0,995c$, pero hemos dibujado ct' con un ángulo más pequeño para mayor claridad.

Uno de los problemas que presentan los diagramas espacio-tiempo es que las escalas sobre los ejes no son iguales. Podríamos utilizar las transformaciones de Lorentz para marcar cuidadosamente las escalas en cada eje, pero existe un pequeño truco que nos permite evitarlo.

En el sistema de referencia del muon, el Suceso 0 ocurre un intervalo de tiempo $\Delta t'$ después del Suceso 1 y ambos sucesos ocurren en $x' = 0$. Esto es así porque en el sistema de referencia del muon el observador en reposo verá el muon estacionario formado en la atmósfera (Suceso 0) y a continuación la superficie de la Tierra colisionando con el muon estacionario (Suceso 1), es decir, el muon es estacionario de principio a fin. Así, el observador mide una separación espacial entre los dos eventos igual a cero, de manera que el tiempo, $\Delta t'$, es el tiempo propio entre los dos sucesos, que está representado correctamente a escala sobre el eje ct .

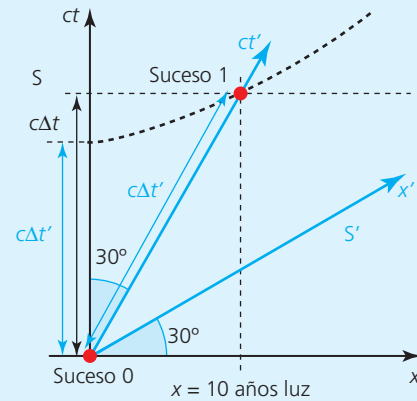
Esto ocurre en un intervalo de espacio-tiempo específico, en el que $\Delta s^2 = c^2\Delta t'^2$, y podemos seguir la línea discontinua que une todos los puntos con el mismo intervalo de espacio-tiempo. En los puntos donde interseca el eje vertical ct marca el intervalo equivalente tal como se mide en la escala del eje ct . Sobre el diagrama espacio-tiempo se etiqueta como $c\Delta t'$.

En el sistema de referencia terrestre, S , el intervalo de tiempo entre los Sucesos 0 y 1 es significativamente mayor y se puede determinar a partir de la coordenada vertical del Suceso 1, marcada como $c\Delta t$ sobre el eje ct . Como ambas medidas se han corregido por su factor de escala sobre el eje ct , sus longitudes se pueden comparar directamente y resulta evidente que el intervalo de tiempo propio $\Delta t'$ es considerablemente más breve que el intervalo de tiempo Δt estirado (o dilatado), lo que demuestra que, en efecto, este tiempo se ha estirado o dilatado. Una medida cuidadosa realizada a partir del eje ct mostraría que $c\Delta t = \gamma c\Delta t'$. Fíjate en que esta ecuación parece estar del revés, porque S' mide el tiempo propio.



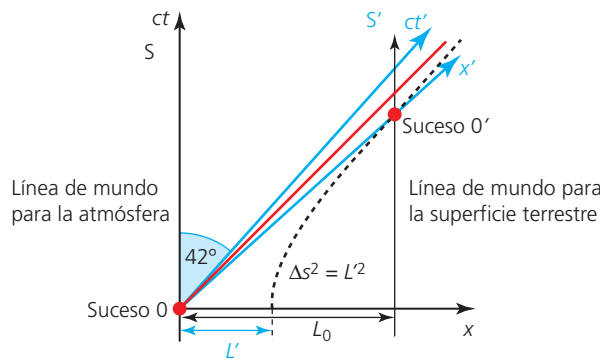
■ **Figura 13.31** Diagrama de espacio-tiempo correspondiente al experimento de la desintegración del muon. El Suceso 0 es la formación de un muon por la radiación cósmica entrante, mientras que el Suceso 1 es la llegada del muon a la superficie terrestre. El sistema de referencia representado en color negro, S , corresponde al sistema de referencia terrestre y el representado en azul, S' , corresponde al del muon. Un observador que viaja con el muon mide el tiempo propio entre los Sucesos 0 y 1. Para medirlo sobre la escala del eje vertical ct seguimos la línea discontinua de intervalo de espacio-tiempo constante desde el Suceso 1 hasta el punto donde interseca con el eje ct , donde se puede calcular fácilmente midiendo el intervalo etiquetado como $c\Delta t'$. El intervalo para un observador situado en el sistema de referencia S se puede calcular midiendo $c\Delta t$

- 49 Utiliza el diagrama de espacio-tiempo de la Figura 13.32 y las ecuaciones de transformación de Lorentz para calcular:
- La velocidad de un objeto cuya línea de mundo está a 30° .
 - El valor de γ para esta velocidad.
 - El instante de tiempo, t , en el que un observador situado en el sistema de referencia S registrará que el objeto ha recorrido 10 años luz (Suceso 1) a esa velocidad.
 - El valor de $c\Delta t$ entre el Suceso 0 y el Suceso 1.
 - La gráfica está dibujada correctamente a escala. Mide la longitud de $c\Delta t$ y $c\Delta t'$ sobre el eje ct y demuestra que el cociente entre las longitudes medidas es $c\Delta t/c\Delta t' \approx \gamma$.
 - ¿Cuál de los dos sistemas de referencia mide tiempo propio?
 - Utiliza la dilatación del tiempo para calcular el valor de $c\Delta t'$.
 - Marca la posición correspondiente a 14 años luz tanto sobre los ejes de color negro (sistema de referencia S) como sobre los ejes de color azul (sistema de referencia S') para demostrar que las escalas sobre los ejes son distintas.



■ Figura 13.32

■ **Figura 13.33**
 Diagrama de espacio-tiempo para el experimento de la desintegración del muon utilizado para demostrar la contracción de la longitud. La separación instantánea entre la atmósfera y la superficie terrestre en el sistema de referencia del muon se debe medir en cada sistema de referencia



■ Contracción de la longitud en los diagramas de espacio-tiempo

Consideremos una vez más el experimento del muon tal como se representa en la Figura 13.33. La longitud que estamos midiendo es la distancia entre la formación de los muones en la atmósfera terrestre y en la superficie terrestre.

En la sección anterior, la obtención de la ecuación de la contracción de la longitud fue más difícil que la obtención de la

ecuación de la dilatación del tiempo, porque la primera requería una pieza clave más de información: para medir una longitud correctamente debemos medir la posición de cada extremo de la longitud al mismo tiempo. En otras palabras, los dos sucesos espacio-temporales utilizados para determinar los dos extremos de la longitud en un sistema de referencia dado deben ocurrir simultáneamente en ese sistema de referencia.

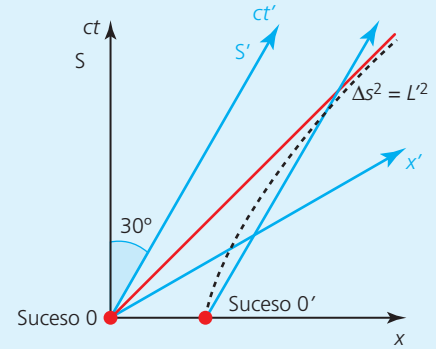
Esta longitud es fácil de medir en el sistema de referencia terrestre porque es simplemente la separación horizontal entre la línea de mundo vertical de la atmósfera terrestre y la línea de mundo de la superficie terrestre. Ambas líneas se representan en el diagrama espacio-tiempo como los dos ejes verticales de color negro. Como cada uno de ellos es estacionario en el sistema de referencia terrestre, la separación entre ambos es una longitud propia y está etiquetada como L_0 sobre el diagrama, donde se podría medir fácilmente sobre el eje x .

En el sistema de referencia del muon, S' , la distancia entre la atmósfera terrestre y la superficie terrestre se puede medir utilizando los sucesos simultáneos 0 y $0'$, donde la línea de mundo de la atmósfera y la línea de mundo de la superficie terrestre intersecan respectivamente con el eje x' . En el sistema de referencia del muon ambos sucesos ocurren cuando $t' = 0$, de modo que los podemos utilizar para medir correctamente la separación, L' (se podría medir fuera de escala sobre el eje x' pero necesitaríamos calcular la escala para hacerlo).

En lugar de ello, podemos hacer un esbozo sobre la curva que une todos los puntos con intervalo de espacio-tiempo $\Delta s^2 = -L'^2$. Si la extendemos hacia el eje x nos proporciona la separación entre los Sucesos 0 y $0'$ sobre la escala del eje x , donde se puede medir fácilmente. Podemos ver sin dificultad que la longitud propia es mucho mayor que la longitud contraída, L' , lo cual confirma la existencia de la contracción de la longitud. Una medida cuidadosa también demostraría que $L' = L_0/\gamma$. Una vez más, la geometría de los diagramas de espacio-tiempo ha permitido representar la dinámica de la relatividad.

- 50 El ángulo entre los ejes x y x' de la Figura 13.33 es también 42° . Calcula:
- La velocidad relativa de los dos sistemas de referencia.
 - El valor de γ .
 - La longitud de L' sabiendo que $L_0 = 1,0$ m.
 - Mide el cociente L_0/L' (utiliza una regla) para confirmar que dicho cociente proporciona el valor de γ .

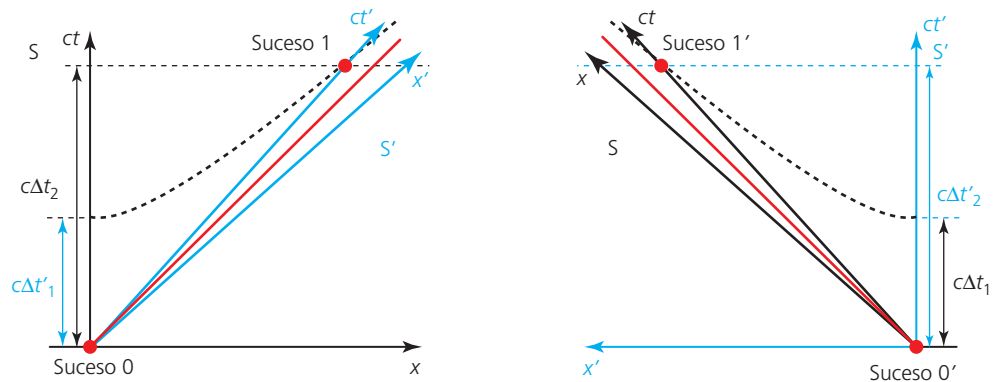
51 El primer postulado de Einstein afirma que las leyes de la física son las mismas en todos los sistemas de referencia inerciales. Esto significa que deberíamos poder representar en un diagrama espacio-tiempo que un observador situado en un sistema S también mediría la longitud de un objeto que es estacionario en un sistema de referencia S' como una longitud contraída. Utiliza la Figura 13.34 para demostrar que este es el caso marcando la longitud medida por S' sobre el eje x' y utilizando la curva del intervalo espacio-tiempo para marcar la longitud equivalente medida por S sobre el eje x . A partir de ahí, utiliza las longitudes medidas a lo largo del eje x' para estimar el valor de γ .



■ Figura 13.34

■ La paradoja de los gemelos

Una de las primeras controversias que levantó la relatividad especial fue su aparente simetría. Si dos observadores inerciales (cada uno con su propia varilla de un metro de longitud) se cruzan, cada uno vería la varilla del otro contraída y, por tanto, más corta que la suya. De manera similar, cada uno leería el reloj del otro como si fuera más lentamente que el propio. Las reglas de la relatividad especial no se rompen aquí porque estas situaciones son simétricas. En la Figura 13,35 se representa esta simetría.



■ **Figura 13.35** La simetría de la relatividad significa que si dos observadores llevan a cabo un mismo experimento uno sobre el otro, los resultados deberían ser simétricos. Imagina que dos observadores viajan en sentidos contrarios. Cada uno lleva una varilla de un metro de longitud sostenida paralelamente a su línea de movimiento y dos cronómetros. Cada uno de los observadores mide dos intervalos distintos. En primer lugar, comienzan a cronometrar el tiempo cuando se cruzan con la parte delantera de la varilla del otro observador y paran el cronómetro cuando se cruzan con la parte trasera de la varilla del otro observador, Δt_1 y $\Delta t'_1$, respectivamente; en segundo lugar, registran el intervalo de tiempo que tarda el otro observador en cruzarse con la parte delantera y trasera de su propia varilla, Δt_2 y $\Delta t'_2$. Según la relatividad, los resultados deben ser simétricos y los diagramas espacio-tiempo así lo confirman. Cada observador mide correctamente el tiempo propio (Δt_1 o $\Delta t'_1$) cuando se cruza con los extremos de la varilla del otro observador, pero mide un tiempo dilatado (estirado) cuando registra al otro observador cruzándose con su propia varilla (Δt_2 o $\Delta t'_2$). Esto solo funciona porque los Sucesos 0 y 0', y 1 y 1' son cuatro sucesos diferentes y significa que los dos diagramas espacio-tiempo son imágenes especulares el uno del otro

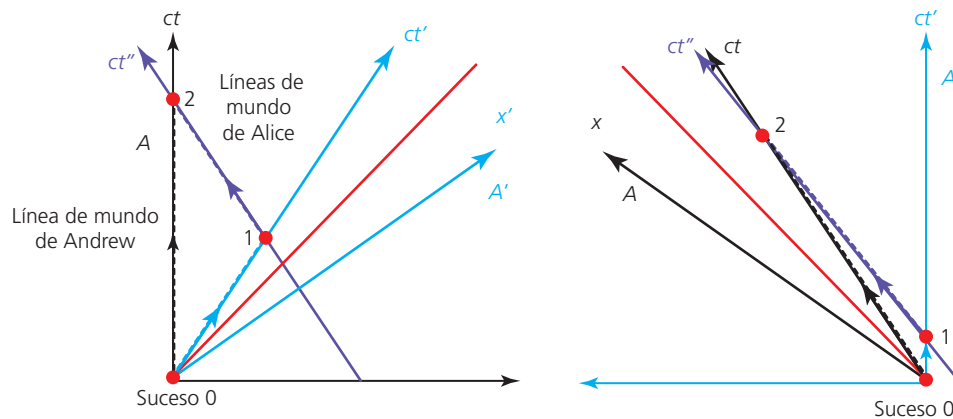
Los postulados de la relatividad especial afirman claramente que estos sistemas de referencia inerciales tienen igual validez y que, por tanto, ambas versiones deben ser correctas.

La paradoja de los gemelos pregunta qué ocurriría si tuviéramos dos gemelos, Andrew y Alice, con los siguientes gustos: a Andrew le gusta quedarse en casa, por tanto, se queda en la Tierra; a Alice, en cambio, le gusta viajar, y por eso la envían a nuestra estrella más cercana en una nave espacial que viaja a una velocidad cercana a la de la luz. Cuando Alice llega a Próxima Centauri decide que no le gusta la doble salida del sol del sistema binario y vuelve a casa en una nave diferente que viaja en sentido contrario y a la misma velocidad. Según la relatividad, Andrew debe

pensar que Alice no habrá envejecido tanto como él porque ella ha viajado. Sin embargo, en el sistema de referencia de Alice, ella es estacionaria y ve que la Tierra sale disparada alejándose de su nave espacial; a continuación, Alice salta a una segunda nave espacial y la Tierra se abalanza a toda prisa hacia ella, de manera que Alice podría argumentar que es Andrew quien ha viajado, y no ella, de modo que él debe haber envejecido menos que ella. La paradoja es que ninguno de los dos puede ser más joven que el otro y, con todo, la situación parece simétrica.

■ Solución a la paradoja de los gemelos

La solución es que la paradoja de los gemelos no es simétrica. Alice no puede argumentar que no ha viajado porque ha experimentado una espectacular aceleración cuando ha dado la vuelta para regresar (violando los requisitos de la relatividad especial). Esto significa que ella no ha estado en un único sistema de referencia inercial, sino en dos sistemas de referencia distintos. En la Figura 13.36 se muestra la falta de simetría cuando se comparan los diagramas espacio-tiempo. El sistema de referencia A es desde la perspectiva de Andrew, mientras que el A' es el de la nave espacial que tomó primero Alice para dirigirse a Próxima Centauri. La línea de mundo ct'' es la correspondiente a la segunda nave espacial que tomó Alice para regresar a la Tierra.



■ **Figura 13.36** Resolución de la paradoja de los gemelos. Los diagramas de espacio-tiempo desde la perspectiva de Andrew y desde la perspectiva de la primera mitad del viaje de Alice muestran claramente que las situaciones de Alice y de Andrew no son simétricas, tal como requiere la paradoja, de modo que está resuelta. Los ejes de color negro ct y x corresponden a Andrew, los ejes de color azul ct' y x' corresponden a la primera mitad del viaje de Alice, y el eje de color violeta ct'' corresponde a la segunda mitad de su viaje. La línea de mundo de Andrew entre los Sucesos 0 y 2 viene marcada por las líneas discontinuas de color negro; la línea de mundo de Alice entre 0 y 1 viene marcada por la línea azul discontinua y entre 1 y 2 por la línea violeta discontinua

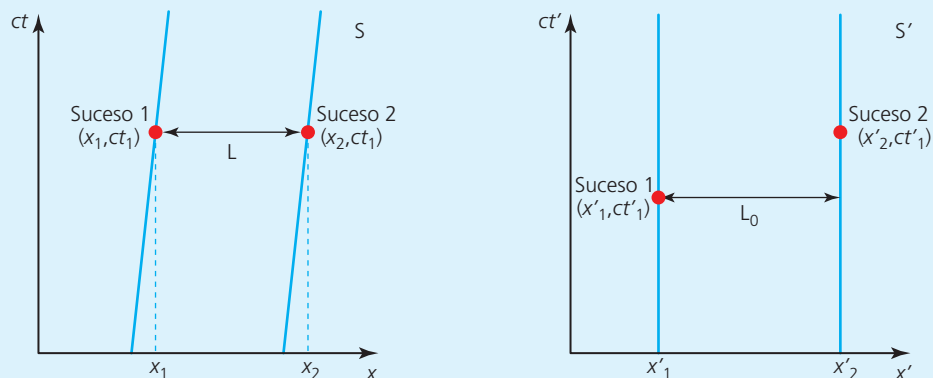
Aplicaciones

El experimento de Hafele–Keating

En 1971 Joseph Hafele y Richard Keating llevaron a cabo una versión del experimento de la paradoja de los gemelos (Figura 13.37). En esta versión, Andrew y Alice no eran personas, sino que Hafele y Keating utilizaron cuatro relojes atómicos muy precisos. Andrew (representado por relojes atómicos que permanecían en el Observatorio naval de los EEUU) se quedaba en la Tierra mientras que Alice viajaba en dos vuelos comerciales, representados por relojes que volaban alrededor de la Tierra. Uno de los relojes volaba hacia el este, con la rotación de la Tierra, y el otro volaba hacia el oeste, contra la rotación de la Tierra. Cuando los relojes atómicos volvieron se compararon con los relojes situados en la Tierra.

Los resultados se publicaron en la revista *Science* y confirmaron las predicciones de la relatividad. El reloj que viajaba hacia el este se había atrasado -59 ± 10 ns mientras que el reloj que viajaba hacia el oeste se había adelantado 273 ± 7 ns, de forma que estos valores encajaban con las expectativas de la relatividad (dentro de las incertidumbres previstas). Ambos valores no sumaban cero porque existe también un efecto causado por el vuelo de los aviones en un campo gravitatorio más débil, que provoca que ambos relojes vayan más rápido. Este efecto se explicará en la sección sobre relatividad general.

52 Considera los dos diagramas de espacio-tiempo de la Figura 13.37. Las líneas de mundo azules representan cada uno de los extremos de una varilla. Un observador situado en un sistema de referencia S ve pasar la varilla a velocidad constante, mientras que el observador situado en el sistema de referencia S' está en reposo respecto a la varilla. Ambos observadores miden la longitud de la varilla utilizando dos sucesos, uno en cada extremo de la varilla.



■ **Figura 13.37**

- Explica por qué el observador situado en el sistema de referencia S solo puede medir correctamente la longitud de la varilla si los dos sucesos ocurren simultáneamente.
 - Describe cómo se podría conseguir experimentalmente esta simultaneidad.
 - Explica por qué el observador situado en el sistema de referencia S' no necesita que los sucesos sean simultáneos para medir correctamente la longitud de la varilla.
 - Los dos observadores miden distintos valores para la longitud de la varilla. ¿Cuál de los dos mide la longitud propia? Razona tu respuesta.
 - ¿Qué aspecto de la relatividad especial demuestran los dos diagramas espacio-tiempo? Razona tu respuesta.
- 53 El experimento realizado en 1971 en el que se comparan cuatro relojes atómicos después de que dos de ellos hayan realizado un viaje a gran velocidad no encaja exactamente con la paradoja de los gemelos que se ha descrito. Describe y explica en qué consisten las diferencias.

Enlace con la teoría del conocimiento

¿Se pueden resolver las paradojas empleando únicamente la razón o requieren el uso de otros tipos de conocimiento?

La paradoja de los gemelos es un ejemplo de paradoja que se produce porque hay una mala interpretación de lo que se conoce. Esto depende de la definición exacta de paradoja que se esté empleando, de manera que o bien no se trata de una verdadera paradoja, o bien algunas paradojas se pueden resolver a través de un razonamiento más minucioso.

13.4 (A4: Material adicional para Nivel superior) Mecánica relativista

La energía se debe conservar en cualquier circunstancia y lo mismo le ocurre al momento. La relatividad del espacio y del tiempo requiere una nueva definición para la energía y el momento con el objetivo de preservar la naturaleza conservativa de estas leyes bajo transformaciones relativistas

■ La masa en reposo y la carga eléctrica como cantidades invariantes

En las Secciones 13.1 a 13.3 hemos hablado de varias cantidades que no varían, con independencia de lo rápido que se perciba el movimiento de un objeto. Estas cantidades eran: el intervalo de espacio-tiempo, Δs^2 , el tiempo propio, t_0 , y la longitud propia, L_0 . Además, todos los observadores coinciden en la masa en reposo, m_0 , y la carga eléctrica, q .

Podemos pensar en la masa en reposo como si se tratara de la «masa propia» de un objeto y se define como la masa que mediría un observador que es estacionario con respecto al objeto. La relación entre la masa en reposo y la masa medida, m , viene dada por:

$$m = \gamma m_0$$

Esta ecuación no figura en el Apéndice de datos de Física.

Ejemplo resuelto

13 Se mide la velocidad a la que viaja una partícula y resulta ser exactamente $0,85c$ y su masa inercial es $1,9149 \text{ u}$. ¿Qué tipo de partícula crees que puede ser?

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,85^2}} = 1,8983$$

$$m = \gamma m_0$$

$$m_0 = \frac{m}{\gamma}$$

$$= \frac{1,9149 \text{ u}}{1,8983} = 1,0087 \text{ u}$$

Si consultamos el *Apéndice de datos de Física* vemos que la partícula podría ser un neutrón.

■ Energía total y energía en reposo

Si la velocidad es una cantidad relativa, ya no con un cero absoluto sino con un máximo absoluto, la energía de un objeto debe depender también del sistema de referencia desde el cual lo observamos. Recuerda que:

$$\text{energía total} = \text{energía potencial} + \text{energía cinética}$$

Un objeto estacionario dentro de un sistema de referencia no tiene energía cinética y, por tanto, su energía es la menor posible. A esta energía la denominamos **energía en reposo**, E_0 . Cuando un objeto se mueve más rápido gana energía cinética pero, fundamentalmente, nunca puede alcanzar la velocidad de la luz en el vacío. La razón para ello, desde el punto de vista relativista, es que un observador que viaja en el sistema de referencia del objeto debe seguir midiendo la velocidad de la luz en el vacío como una constante invariable, c , y no sería así si el objeto alcanzara o superara la velocidad de la luz por sí mismo.

En consecuencia, ¿cuál es la explicación que proporciona la física? La respuesta se encuentra en la ecuación:

$$E = mc^2$$

La energía en reposo viene dada por:

$$E_0 = m_0c^2$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

Es una situación distinta a la de la física newtoniana, en la que la masa es una cantidad invariante, de manera que a velocidades que se aproximan a la velocidad de la luz en el vacío, la ecuación de la energía cinética clásica ($\frac{1}{2}m_0v^2$) ya no funciona y debemos utilizar la ecuación de la energía cinética relativista. Esta ecuación nos dice que la masa y la energía son equivalentes. Tal como se explicó en el Capítulo 7, si un objeto tiene energía, tiene masa; si un objeto gana energía, gana masa. Cuando un objeto se acelera gana más energía y, por tanto, gana más masa, de manera que cada vez cuesta más acelerarlo.

La energía total de un objeto se puede calcular fácilmente multiplicando la energía en reposo por el factor de Lorentz:

$$E = \gamma m_0c^2$$

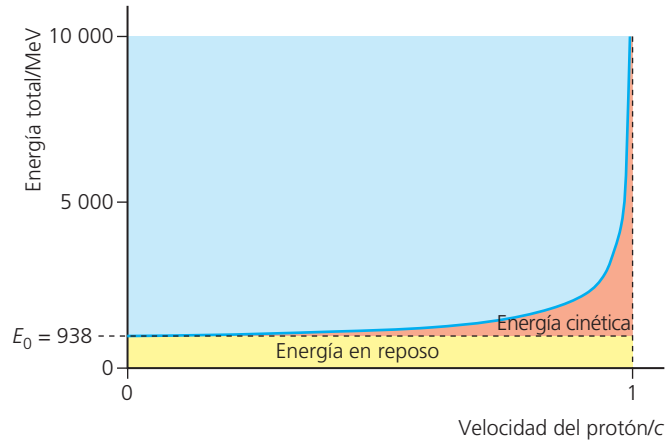
Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

A partir de la ecuación anterior y de la ecuación para la energía en reposo podemos calcular la energía cinética *relativista*:

$$\begin{aligned} \text{energía cinética relativista} &= \text{energía total} - \text{energía en reposo} \\ E_c &= \gamma m_0c^2 - m_0c^2 \\ &= (\gamma - 1)m_0c^2 \end{aligned}$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

En la Figura 13.38 tenemos un ejemplo de gráfica de la energía total de una partícula.



■ **Figura 13.38** Gráfica de la energía total de un protón. Los puntos clave que debemos reconocer en la gráfica son: i) la energía en reposo es el valor constante de E_0 ; ii) la energía cinética relativista es la diferencia entre la curva de la energía total y la energía en reposo; y iii) la velocidad del protón nunca alcanza el valor c . Como la masa y la energía son equivalentes, se puede representar una gráfica similar para la masa en la que la masa en reposo sustituye a la energía en reposo y las unidades pasan de MeV a $\text{MeV}c^{-2}$

Ejemplos resueltos

- 14 Se mide la velocidad a la que viaja un protón respecto al sistema de referencia del laboratorio y su valor resulta ser $0,500c$. ¿Cuál es la energía total del protón según los observadores del laboratorio?

$$\begin{aligned}\gamma &= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 - 0,500^2}} = 1,15 \\ E &= \gamma m_0 c^2 \\ &= 1,15 \times 938 \text{ MeV} c^{-2} \times c^2 \\ &= 1,08 \text{ GeV}\end{aligned}$$

- 15 Se mide la velocidad a la que viaja un electrón respecto al sistema de referencia del laboratorio y su valor resulta ser $0,75c$. ¿Cuál es la energía cinética del electrón según los observadores del laboratorio?

$$\begin{aligned}\gamma &= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 - 0,75^2}} = 1,51 \\ E &= (\gamma - 1)m_0 c^2 \\ &= (1,51 - 1) \times 0,511 \text{ MeV} c^{-2} \times c^2 \\ &= 0,26 \text{ MeV}\end{aligned}$$

Naturaleza de la ciencia

Cambio de paradigma

Einstein comprendió que la ley de conservación del momento ya no se podía mantener como una ley de la física. Dedujo, por tanto, que para que el momento se pudiera conservar bajo todas las condiciones posibles, la definición de momento tenía que cambiar y con ella las definiciones de otras cantidades mecánicas, como la energía cinética y la energía total de una partícula. Se trataba de un importante cambio de paradigma.

Cuando se realizan cambios espectaculares en las leyes de la ciencia es importante que seamos capaces de diferenciar entre los aspectos de la teoría anterior que son válidos y los que deben ser modificados. En este caso, Einstein se dio cuenta de que las reglas fundamentales de la conservación de la energía y de la conservación del momento se debían mantener en la relatividad especial y que, en consecuencia, las ecuaciones clásicas, que para los estudiantes de física pueden parecer erróneamente definiciones fundamentales, necesitan una revisión.

Einstein consideró en 1911 una teoría de la velocidad de la luz variable en la que la velocidad de la luz en el vacío sigue siendo un límite infranqueable, tal como describe la relatividad especial, pero este límite de velocidad varía dentro de un campo gravitatorio variable. Einstein acabó abandonando esta línea de investigación, pero otros científicos posteriores han propuesto esta teoría como solución a varios problemas que surgen en el ámbito de la cosmología. Recientemente, Andreas Albrecht y João Magueijo han sugerido que si la velocidad de la luz en el universo primigenio fuera 60 veces más rápida, ello permitiría resolver un tema de cosmología denominado problema del horizonte y ofrecería una alternativa a la teoría dominante, que es la teoría de la inflación. ¿Cuáles son las implicaciones potenciales del cambio del valor de c ?

■ Momento relativista

Como la energía, y por tanto la masa de una partícula, aumentan con la velocidad, este hecho debe tener también implicaciones para el cálculo del momento de las partículas que viajan a velocidades que se aproximan al valor c . Y como la masa está directamente vinculada a la masa en reposo por el factor de Lorentz, se debe cumplir lo mismo para el momento relativista:

$$p = \gamma m_0 v$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

A partir de la ecuación anterior, el físico inglés Paul Dirac derivó la ecuación relativista para la energía total de una partícula:

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

El uso de esta ecuación parece considerablemente más complejo, por tanto merece la pena que practiquemos un poco.

Ejemplo resuelto

- 16 Un observador inercial mide la velocidad de un protón y resulta tener un valor de $0,75c$. Calcula tanto el momento como la energía total del protón con respecto al observador inercial.

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 - 0,75^2}} = 1,51 \\ p &= \gamma m_0 v \\ &= 1,51 \times 938 \text{ MeV } c^{-2} \times 0,75 c \\ &= 1,06 \times 10^3 \text{ MeV } c^{-1} \\ E^2 &= p^2 c^2 + m_0^2 c^4 \\ E &= \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4} \\ &= \sqrt{(1,06 \times 10^3 \text{ MeV } c^{-1})^2 c^2 + (938 \text{ MeV } c^{-2})^2 c^4} \\ &= \sqrt{(1,06 \times 10^3)^2 + 938^2} \text{ porque se simplifican todas las } c \\ &= 1,420 \times 10^3 \text{ MeV} \end{aligned}$$

■ Unidades para la energía, la masa y el momento

Seguro que ya te resulta familiar el electronvoltio como unidad de energía, aunque las unidades que se utilizan habitualmente para las partículas son los kiloelectronvoltios (keV), los megaelectronvoltios (MeV) y los gigaelectronvoltios (GeV). La definición de electronvoltio tiene su origen en la ecuación para la energía potencial, $E = qV$.

A partir de la ecuación de Einstein ($E = mc^2$) sabemos que:

$$m = \frac{E}{c^2}$$

Las unidades para la masa son $\text{eV } c^{-2}$, pero habitualmente se expresan como $\text{MeV } c^{-2}$ o $\text{GeV } c^{-2}$.

Si consideras el Ejemplo resuelto 16, con un poco de suerte podrás ver que también tiene sentido introducir una nueva unidad para el momento, lo que simplifica de manera importante las ecuaciones cuando las velocidades vienen dadas como fracciones de c y, aunque cuesta un poco acostumbrarse a su uso, igual que ocurre con la unidad eV para la energía, con la práctica las ventajas se pueden apreciar rápidamente.

$$p = mv$$

Las unidades para el momento son $\text{eV } c^{-1}$, pero lo más habitual es utilizar $\text{MeV } c^{-1}$ o $\text{GeV } c^{-1}$.

54 La ventaja del uso de las unidades relativistas para la energía, la masa y el momento consiste en que simplifican mucho las ecuaciones en las que aparece c . Afortunadamente, no suele ser necesario convertirlas a unidades del SI, pero es conveniente que sepas hacerlo.

- a** Convierte 1,00 eV en julios.
- b** Convierte 1,00 J en eV.
- c** ¿Cuánta energía posee una masa de 1,00 kg?
- d** Convierte 1,0 kg en $\text{eV } c^{-2}$.
- e** Convierte $1,0 \text{ kg m s}^{-1}$ en $\text{eV } c^{-1}$.

Aplicaciones

Energía nuclear, aceleradores de partículas y detectores de partículas

Para comprender los cambios que tienen lugar en la energía y el momento en las centrales nucleares, los aceleradores de partículas y los detectores de partículas es necesario comprender las leyes de la mecánica relativista.

Centrales nucleares

Las centrales nucleares utilizan una reacción de fisión para liberar parte de la energía almacenada en núcleos inestables de gran tamaño, como el uranio-235 y el plutonio-239. La fisión espontánea del uranio-235 libera de forma característica una energía de 200 MeV, mayoritariamente en forma de energía cinética de los núcleos producidos debida a la repulsión coulombiana. Se liberan un promedio de 2,5 neutrones con energías cinéticas características de 2 MeV además de rayos gamma con una energía total de unos 7 MeV. A continuación, las colisiones con un material moderador, como el agua pesada, permiten ralentizar estos neutrones hasta alcanzar energías cinéticas de unos 10 eV, una energía a la que pueden ser absorbidos por otros núcleos de uranio-235. La utilización práctica de la energía nuclear no sería posible sin la comprensión de las implicaciones de la relatividad.

Aceleradores de partículas

Los aceleradores de partículas son cada vez más potentes y nos han permitido explorar las densidades extremadamente elevadas del universo primigenio y generar una amplia variedad de nuevas partículas. No obstante, los aceleradores tienen otros muchos usos, ya sean industriales e incluso domésticos: por ejemplo, la producción de haces de electrones para la irradiación, que actúan como generadores de neutrones, y el uso de los haces de protones para producir iones enriquecidos con protones (en vez de los iones enriquecidos con neutrones producidos en los reactores de fisión). Incluso los antiguos aparatos de televisión de rayos catódicos son una forma básica de aceleradores de partículas.

Los modernos aceleradores de partículas que se utilizan en investigación suelen ser de dos tipos: aceleradores lineales con un blanco fijo y aceleradores circulares que hacen girar dos haces en sen-

tidos contrarios. La ventaja de los aceleradores lineales es que su construcción es mucho más barata, aunque existe una limitación en cuanto a los valores de las energías que se pueden alcanzar debido a la longitud del acelerador. Los aceleradores circulares, como los sincrotrones, evitan este problema mediante el envío repetido de las partículas alrededor de un anillo. El haz de partículas atraviesa dipolos magnéticos que curvan el haz hacia el interior del anillo y cuadrupolos magnéticos que lo enfocan para que la concentración de partículas por unidad de volumen sea máxima (y así maximizar el número de colisiones en cada ciclo). La energía máxima de un sincrotrón viene determinada, en consecuencia, tanto por el radio del anillo acelerador como por la intensidad de los dipolos magnéticos que curvan la trayectoria de las partículas para que sigan el anillo. Sin embargo, tanto en los aceleradores lineales como en los circulares, el haz atraviesa placas eléctricas conectadas por campos eléctricos de alta energía que hacen que las partículas viajen más rápido.

Detectores de partículas

El cometido de un detector de partículas consiste en seguir la trayectoria y medir la energía, el momento y la carga de las partículas generadas en las colisiones de partículas de alta energía. La aplicación de campos magnéticos de gran intensidad tiene como consecuencia la curvatura de la trayectoria de las partículas cargadas. El seguimiento de estas trayectorias se realiza mediante diversos métodos. Los primeros detectores utilizaban película fotográfica y cámaras de burbujas o de niebla. Los destellos de luz eran registrados en películas fotográficas en cámaras de chispas y cámaras de centelleo. Los detectores modernos utilizan semiconductores de estado sólido para seguir la trayectoria de las partículas con mucha precisión y son capaces de lidiar con el gigantesco número de rastros que se producen en los aceleradores de partículas actuales.

55 Una masa de 1,00 kg de uranio-235 contiene aproximadamente $2,56 \times 10^{21}$ átomos de uranio. Un reactor nuclear moderno reemplaza aproximadamente 25 toneladas de uranio-235 cada 2 años. Si en cada fisión de uranio-235 se liberan 200 MeV de energía, ¿cuál es la potencia de salida máxima teórica de la central nuclear? (2 años = $6,31 \times 10^7$ s)

56 Utiliza la conservación del momento para explicar por qué en un sincrotrón (donde se produce la colisión de dos haces de partículas que viajan en sentidos contrarios) hay más energía disponible para generar nuevas partículas que en un acelerador lineal (en el que las partículas aceleradas colisionan en un blanco fijo) aunque la energía de colisión total de los dos aceleradores sea la misma.

■ Aceleradores de partículas

El funcionamiento de un acelerador de partículas consiste en la utilización de un campo eléctrico para proporcionar energía cinética a las partículas (Capítulo 10). Indudablemente, los aceleradores de partículas deben obedecer la ley de conservación de la energía pero, a velocidades cercanas a la velocidad de la luz en el vacío, necesitamos aplicar las ecuaciones relativistas para la energía. Toda la energía suministrada por el campo se debe convertir en energía cinética relativista:

pérdida de energía potencial eléctrica = ganancia en energía cinética

$$qV = \Delta E_c$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

Ejemplos resueltos

17 Un electrón en reposo es acelerado por una diferencia de potencial de 10 kV. Calcula la velocidad del electrón después de esta aceleración.

$$qV = \Delta E_c = E_c, \text{ porque no hay energía cinética inicial}$$

$$qV = (\gamma - 1)m_0c^2$$

$$\gamma = \frac{qV}{m_0c^2} + 1$$

$$= \frac{10 \times 10^3 \text{ eV}}{0,511 \times 10^6 \text{ eV}} + 1$$

$$= 1,02$$

$$\begin{aligned}\gamma &= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ \frac{v}{c} &= \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} \\ &= \sqrt{1 - \frac{1}{1,02^2}} \\ &= 0,20 \\ v &= 0,20c\end{aligned}$$

- 18** Según la física newtoniana, ¿qué voltaje se necesita para acelerar un electrón desde un estado estacionario hasta la velocidad de la luz y cuál es la verdadera velocidad del electrón después de tener en cuenta los efectos relativísticos? (Masa en reposo del electrón, $m_0 = 0,511 \text{ MeV } c^{-2}$)

$$\begin{aligned}qV &= \Delta E_c = E_c, \text{ porque no hay energía cinética inicial} \\ qV &= \frac{1}{2}c_0v^2 \\ V &= \frac{m_0v^2}{2q} \\ &= \frac{0,511 \times 10^6 \text{ eV}}{2e}, \text{ porque las } c^{-2} \text{ y } c^2 \text{ se simplifican} \\ &= 256 \text{ kV}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}qV &= (\gamma - 1)m_0c^2 \\ \gamma &= \frac{qV}{m_0c^2} + 1 \\ &= \frac{256 \times 10^3 \text{ eV}}{0,511 \times 10^6 \text{ eV}} + 1 \\ &= 1,50 \\ \frac{v}{c} &= \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} \\ &= \sqrt{1 - \frac{1}{1,50^2}} \\ &= 0,75 \\ v &= 0,75c\end{aligned}$$

- 57** Un electrón es cronometrado en el laboratorio cuando atraviesa un agujero de 5,00 m después de ser acelerado desde el reposo a través de un voltaje de 500 kV.
- ¿Cuál es la velocidad relativista del electrón?
 - ¿Qué intervalo de tiempo debería tardar en cruzar el agujero según un observador situado en el sistema de referencia del laboratorio?
 - ¿Qué intervalo de tiempo debería tardar en cruzar el agujero según un observador situado en el sistema de referencia del electrón en reposo?
- 58** Tras su actualización de 2015, los protones del gran colisionador de hadrones del CERN deberían alcanzar energías de 7 TeV ($7 \times 10^{12} \text{ eV}$). ¿A qué velocidad viaja un protón con una energía cinética de 7 TeV exactamente?
- 59** Los muones utilizados como diminutos relojes en los experimentos de desintegración atmosférica de muones tienen en realidad diversas velocidades. ¿Cuál es la energía cinética de un muon que viaja a $0,995c$? La masa en reposo de un muon es 207 veces mayor que la masa en reposo de un electrón.
- 60** El segundo acelerador de partículas más potente del mundo fue el Tevatron, en el Fermilab, que funcionó desde 1983 a 2011, y que podía acelerar protones y antiprotones alrededor de un anillo en sentidos opuestos hasta velocidades de $0,999954c$. ¿Cuál es la masa total, la energía cinética y el momento de un protón que viaja a esa velocidad?
- 61** La energía cinética media de los neutrones producidos en los reactores nucleares de fisión es de 2,0 MeV. Para poder iniciar otra reacción de fisión deben ser ralentizados mediante múltiples colisiones hasta tener solo 10 eV. ¿Cuál es la disminución del momento de los neutrones?

- 62 Las partículas alfa tienen una energía cinética característica de 5,000 MeV y una masa en reposo de $3,727 \text{ GeV } c^{-2}$. Calcula la velocidad y el momento relativistas de una partícula alfa típica.
- 63 El límite superior teórico para la energía de los rayos cósmicos que han recorrido una distancia significativa cualquiera a través del espacio se denomina límite de Greisen–Zatsepin–Kuzmin, y limita las energías de los rayos cósmicos a $5 \times 10^{19} \text{ eV}$. ¿Cuál es el momento de un protón que viaja con esa energía total?

■ Fotones

Las únicas partículas que pueden viajar a la velocidad de la luz en el vacío son los fotones, los paquetes de energía y momento que viajan en forma de oscilaciones de los campos electromagnéticos. Los fotones con las energías más elevadas se pueden formar cuando se desintegran las partículas de alta energía inestables y toda su energía o parte de ella se convierte en radiación electromagnética.

En el Capítulo 7 estudiamos la relación entre la energía de los fotones y su frecuencia o bien su longitud de onda, en el caso en que viajan a través del vacío. Esta relación viene dada por:

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

Donde h es la constante de Planck = $6,63 \times 10^{-34} \text{ Js}$.

Los fotones también poseen momento, lo cual puede ser confuso porque no poseen ninguna masa en reposo. En consecuencia, la ecuación relativista para el momento ($E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$) se convierte en:

$$E^2 = p^2c^2 + 0$$

$$p = \frac{E}{c}$$

La ecuación para la energía del fotón permite relacionar el momento del fotón con la frecuencia y la longitud de onda. Esta relación viene dada por la ecuación:

$$p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

Esta ecuación que relaciona la energía del fotón con su momento no figura en el *Apéndice de datos de Física*.

Ejemplos resueltos

- 19 Un pión, o mesón pi, es un tipo de partícula formada por un quark up o un quark down en combinación con un antiquark up o down. Los piones pueden ser positivos, neutros o negativos según la combinación exacta y se les asignan respectivamente los símbolos π^+ , π^0 y π^- . El pión neutro tiene una masa en reposo de $135,0 \text{ MeV } c^{-2}$ pero es inestable y se desintegra en dos fotones gamma. Dado que tanto la energía como el momento se deben conservar, en el sistema de referencia del pión en reposo los dos fotones deben tener energías iguales y viajar en sentidos opuestos. ¿Cuál es la longitud de onda de los rayos gamma producidos?

Para resolver este problema necesitamos convertir la masa en reposo a su energía equivalente en julios (multiplicando la masa en reposo por 10^6 y dividiendo entre $(3,00 \times 10^8)^2$ para convertir los $\text{MeV } c^{-2}$ en eV y multiplicando después por $1,50 \times 10^{-19} \text{ J}$ para convertir los eV en J).

$$\begin{aligned} E &= \frac{hc}{\lambda} \\ \lambda &= \frac{hc}{E} \\ &= \frac{6,63 \times 10^{-34} \times 3,00 \times 10^8}{135,0 \times 10^6 \times 1,60 \times 10^{-19}} \\ &= 9,21 \times 10^{-15} \text{ m} \end{aligned}$$

- 20 En otro experimento se mide la energía total con la que viaja un pión inmediatamente antes de su desintegración y resulta ser de 500,0 MeV. Los dos fotones producidos en la desintegración deben conservar tanto la energía como el momento y, en este ejemplo, uno viaja en el sentido de la trayectoria del pión y el otro viaja en sentido contrario. ¿Cuál es la longitud de onda de cada fotón?

En primer lugar calculamos el momento del muon:

$$E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$$

$$p = \sqrt{\frac{E^2}{c^2} - m_0^2c^2}$$

$$= \sqrt{500,0^2 - 135,0^2}$$

$$= 481,4 \text{ MeV}c^{-1}$$

Los subíndices 1 y 2 sirven para diferenciar ambos fotones. Ahora utilizamos tanto la conservación de la energía como la conservación del momento para derivar dos ecuaciones:

$$p_1 - p_2 = 481,4 \text{ MeV}c^{-1}$$

$$E_1 + E_2 = 500,0 \text{ MeV}$$

Sin embargo, para un fotón $E = pc$, por tanto si multiplicamos los dos miembros de la ecuación superior por c obtenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas que podemos resolver mediante reducción:

$$E_1 - E_2 = 481,4 \text{ MeV}$$

$$E_1 + E_2 = 500,0 \text{ MeV}$$

$$E_1 = 490,7 \text{ MeV}$$

$$E_2 = 9,3 \text{ MeV}$$

A partir de estos valores de la energía es fácil calcular la longitud de onda de cada fotón, sin olvidar que debemos convertir la energía de MeV a J:

$$E = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\lambda_1 = \frac{hc}{E_1}$$

$$= \frac{6,63 \times 10^{-34} \times 3,00 \times 10^8}{490,7 \times 10^6 \times 1,60 \times 10^{-19}}$$

$$= 2,53 \times 10^{-15} \text{ m}$$

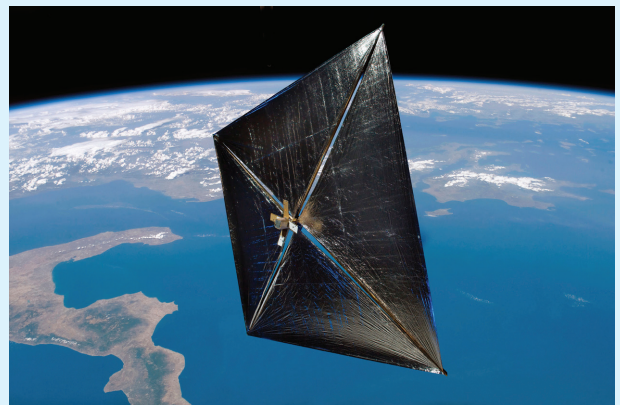
y

$$\lambda_2 = \frac{hc}{E_2}$$

$$= \frac{6,63 \times 10^{-34} \times 3,00 \times 10^8}{9,3 \times 10^6 \times 1,60 \times 10^{-19}}$$

$$= 1,3 \times 10^{-13} \text{ m}$$

- 64 La luz verde tiene una longitud de onda de 550 nm. ¿A qué longitud de onda tienen los fotones cinco veces ese momento?
- 65 ¿Qué momento tienen los rayos gamma con una energía de 100 keV?
- 66 Cuando un electrón y un positrón se aniquilan, el resultado más frecuente es la producción de dos rayos gamma. Si el par electrón-positrón estaba inicialmente estacionario (inmóvil), ¿cuál es el momento de cada uno de los rayos gamma producidos?
- 67 Se mide la energía total de un pion inmediatamente antes de su desintegración en dos rayos gamma y resulta ser de 550,0 MeV.
- ¿Cuáles son las energías de los dos fotones gamma producidos?
 - ¿Cuáles son las longitudes de onda de los dos fotones producidos?



■ **Figura 13.39** Una vela solar es un reflector enorme que utiliza el viento solar como mecanismo de propulsión. Aunque la fuerza total ejercida por la radiación solar es pequeña, a lo largo de un periodo de tiempo elevado es suficiente para propulsar sondas espaciales a altas velocidades

- 68 Uno de los sistemas de propulsión que se han propuesto para los viajes espaciales es el uso de una vela solar (Figura 13.39). A la distancia orbital de la Tierra, los fotones que llegan procedentes del Sol tienen una intensidad total de $1,40 \times 10^3 \text{ W m}^{-2}$. Calcula el momento de la radiación solar que atraviesa un área de $1,00 \text{ m}^2$ cada segundo a esta distancia del Sol.
- 69 Calcula la aceleración de una sonda espacial propulsada por un sistema de vela solar que refleja los fotones cuya área es de $15,2 \text{ km}^2$ y cuya masa total es $2,00 \times 10^4 \text{ kg}$.
- 70 Explica por qué una vela solar eficaz debe ser altamente reflectora y a la vez debe poseer una densidad muy baja.

Enlace con la teoría del conocimiento

¿En qué aspectos difieren las leyes de las ciencias naturales respecto a las leyes de la economía?

Las leyes de la ciencia que se han presentado en este capítulo se han desarrollado como consecuencia del fracaso de los modelos anteriores a la hora de explicar los resultados experimentales. Las leyes de la relatividad pudieron explicar los motivos del fracaso de los modelos anteriores pero, lo que es más importante, también realizaron predicciones precisas que se pudieron verificar experimentalmente. La fama de Einstein se debe al gran éxito que tuvieron esas predicciones a la hora de encajar con los resultados experimentales posteriores. La física teórica actual continúa ampliando las predicciones de las leyes de la relatividad, mientras que los físicos experimentales continúan comprobándolas. Las leyes de la relatividad tienen, por tanto, una exactitud que no se da en las leyes de la economía.

13.5 (A5: Material adicional para Nivel superior) Relatividad general

La relatividad general es un marco de ideas que aglutina los conceptos fundamentales de masa, espacio y tiempo para describir el destino del universo

Aunque la relatividad especial constituyó un notable éxito, Einstein se sentía profundamente frustrado por el hecho de que solo se podía aplicar a la situación especial de observadores inerciales. Tras publicar su trabajo sobre la relatividad especial, pasó gran parte de los 11 años siguientes intentando generalizar la teoría de la relatividad y finalmente publicó su teoría de la **relatividad general** en 1916. Esta teoría se basa en algunas ideas notablemente simples, aunque las matemáticas asociadas a ella son muy complejas.

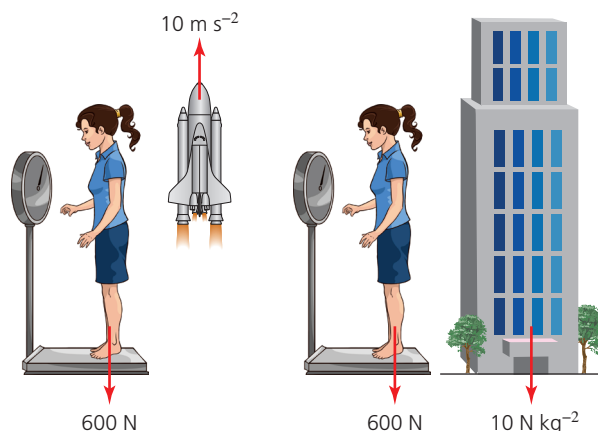
■ Principio de equivalencia

Einstein estaba intrigado por el hecho de que la masa inercial de un objeto ($m = F/a$) y la masa gravitatoria de un objeto ($m = P/g$) eran siempre idénticas. Esto significa que si un observador se sitúa en el interior de una caja cerrada, no tiene modo de distinguir si se encuentra en un cohete que se está acelerando en mitad del espacio vacío o bien está experimentando un campo gravitatorio. Einstein decidió que se trataba de una propiedad fundamental del universo: físicamente, no hay absolutamente ninguna diferencia medible entre una intensidad de un campo gravitatorio y una aceleración. A este principio lo conocemos como **principio de equivalencia relativista**.

Principio de equivalencia: no se puede llevar a cabo ningún experimento que determine si un observador se encuentra en un sistema de referencia acelerado o bien en un campo gravitatorio.

Este principio se ilustra en la Figura 13.40 y la razón de su importancia estriba en que la física que ocurre en una de las situaciones debe ser la misma que ocurre en la otra.

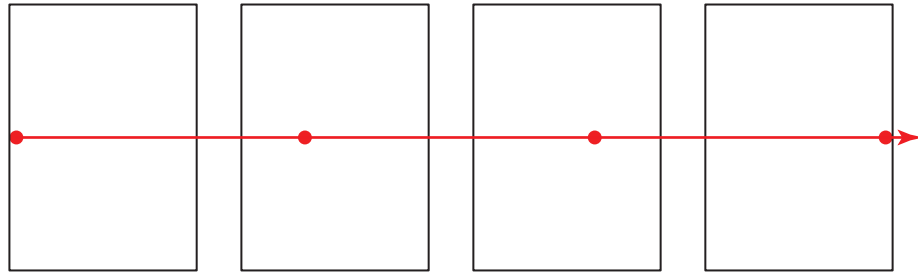
■ **Figura 13.40**
El principio de equivalencia significa que, intrínsecamente, una persona situada en el interior de una caja cerrada no tiene modo de distinguir si se encuentra en una habitación terrestre sometida a un campo gravitatorio de 10 N kg^{-1} (tal como se representa en la ilustración de la derecha) o bien se encuentra en el espacio profundo acelerando a 10 m s^{-2} o en una combinación equivalente de las dos posibilidades anteriores



■ Curvatura de la luz

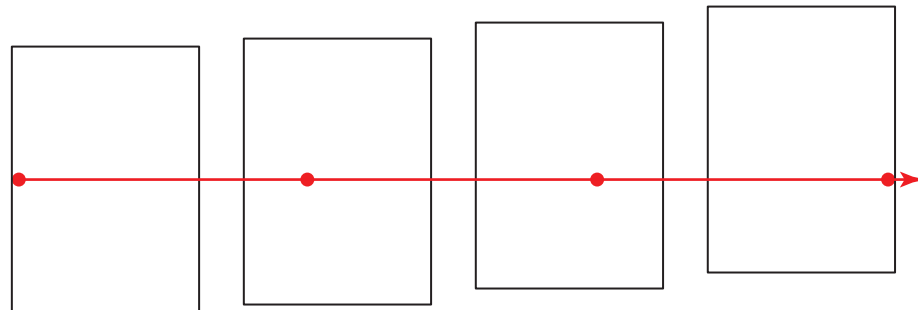
Consideremos ahora lo que le sucede a un haz de luz emitido por un láser montado en el interior de la pared de la caja cerrada. En todos los casos la emisión del haz de luz es horizontal según un observador situado fuera de la caja. En las Figuras siguientes (13.41 a 13.46) se representa la caja tras tres intervalos de tiempo iguales y la posición del fotón cuando atraviesa la caja se dibuja como un punto rojo que desempeña el papel de un suceso en el espacio-tiempo. Estos puntos se unen para representar la trayectoria del fotón:

- 1 Situación 1: caja estacionaria (inmóvil); el observador interno situado en el sistema de referencia de la caja y el observador externo están de acuerdo sobre la posición de la caja y la trayectoria que sigue el haz de luz (Figura 13.41):



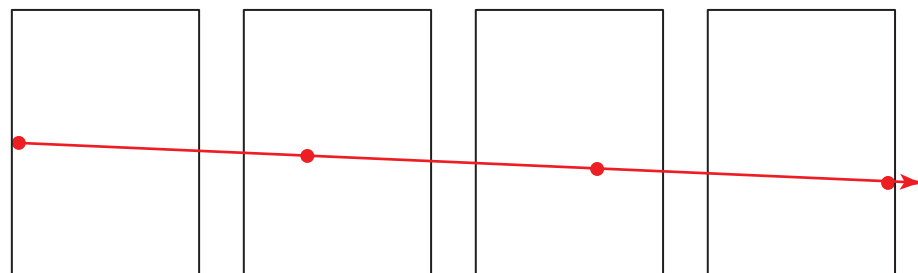
■ Figura 13.41

- 2 Situación 2: la caja se mueve hacia arriba con velocidad constante, v , tal como la ve un observador externo que vería el haz de luz viajando horizontalmente y la caja viajando a velocidad constante a través de su trayectoria (Figura 13.42):



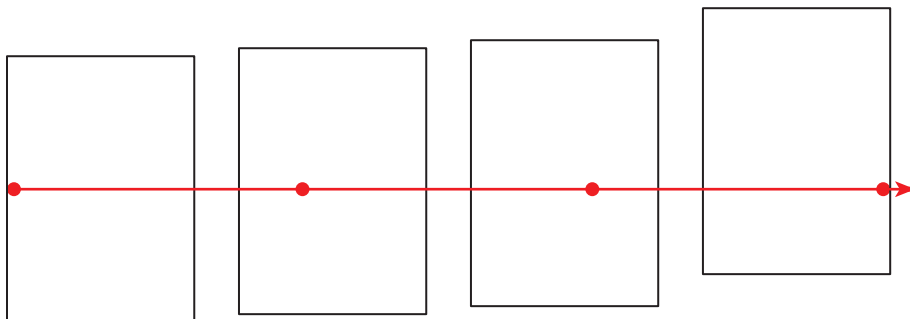
■ Figura 13.42

Sin embargo, un observador situado en el sistema de referencia de la caja vería el haz de luz curvado hacia abajo (Figura 13.43):



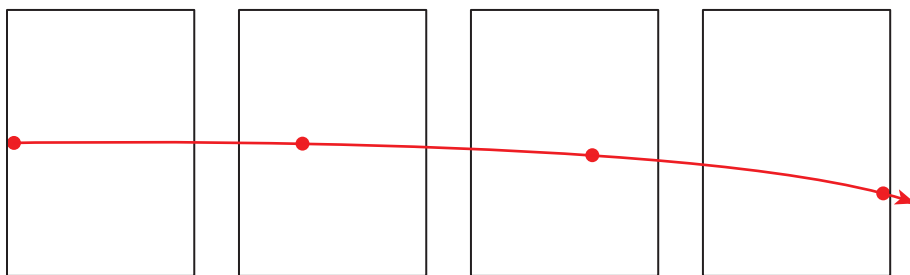
■ Figura 13.43

- 3 Situación 3: la caja experimenta una aceleración importante hacia arriba. El observador externo seguiría viendo el haz de luz viajando horizontalmente y la caja acelerándose a través del haz de luz (Figura 13.44)



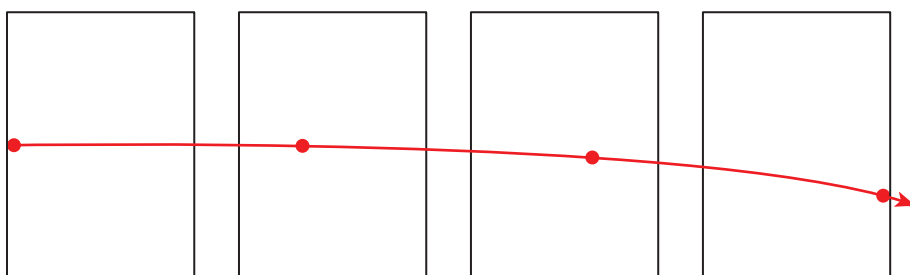
■ Figura 13.44

- 4 Situación 4: la caja experimenta una aceleración importante hacia abajo. El dibujo corresponde al punto de vista del observador situado en el sistema de referencia de la caja. En este caso el observador ve el haz de luz curvándose hacia abajo (Figura 13.45):



■ Figura 13.45

- 5 Situación 5: la caja está estacionaria pero sometida a un intenso campo gravitatorio. En este caso se puede aplicar el principio de equivalencia porque la posición de los sucesos que componen la trayectoria de la luz debe ser la misma que en las situaciones 3 y 4 con respecto a la caja (Figura 13.46):



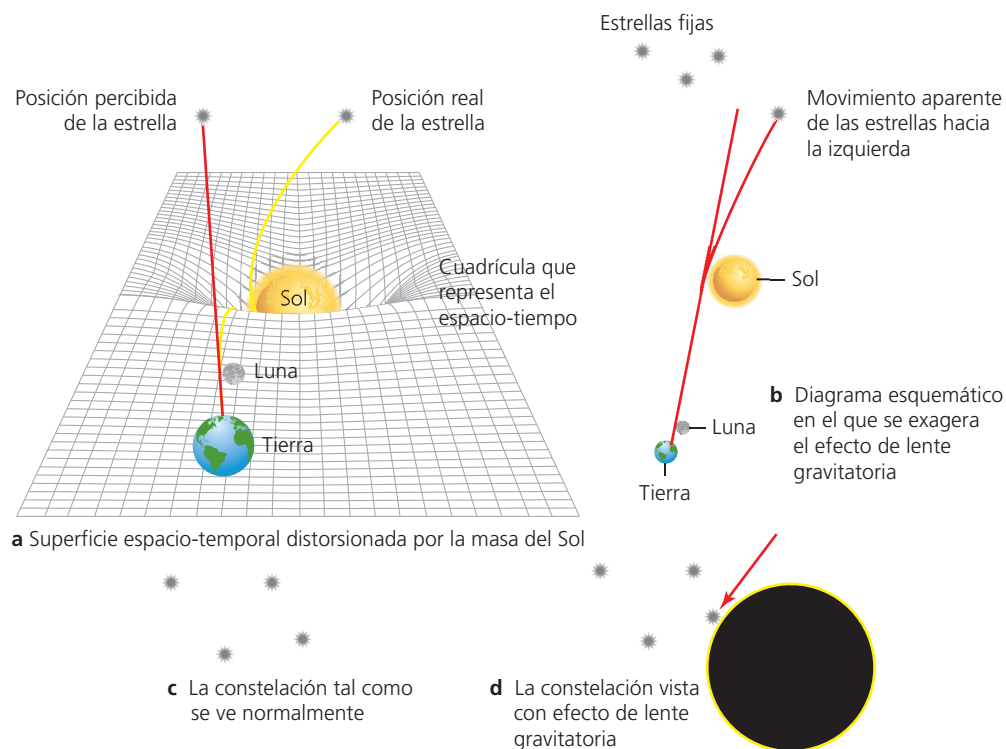
■ Figura 13.46

La importante conclusión que podemos extraer es que los campos gravitatorios deben curvar la trayectoria de un haz de luz.

■ Comprobación experimental de la curvatura de la luz por la acción de un campo gravitatorio

Una de las primeras conclusiones a las que llegó Einstein con su teoría de la relatividad general fue que la luz debía curvarse alrededor de los objetos con mucha masa. La comprobación de esta conclusión es sorprendentemente difícil de llevar a cabo por dos motivos: en primer lugar, el ángulo de curvatura de la luz es extremadamente pequeño; en segundo lugar, el Sol es tan brillante que solo podemos mirar hacia su corona durante un eclipse solar, cuando la Luna se encuentra exactamente entre la Tierra y el Sol. Los primeros en lograr la realización del experimento fueron los miembros de

un equipo dirigido por Arthur Eddington, que aprovecharon el eclipse solar de 1919 para medir la posición de estrellas cercanas al borde del eclipse, tal como se representa en la Figura 13.47.

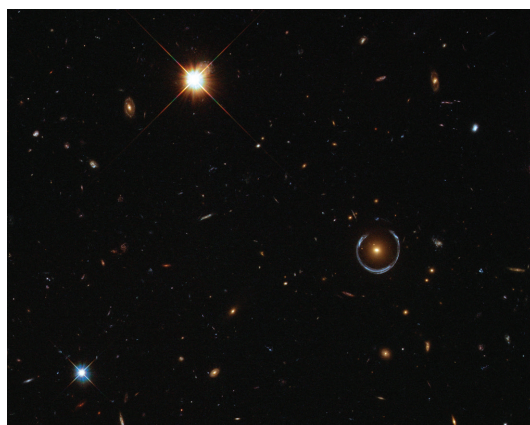


■ **Figura 13.47** Diagrama en el que se representa cómo se produce el efecto de lente gravitatoria debido al Sol: a) muestra una superficie espacio-temporal en la que la línea amarilla indica la trayectoria más corta a través del espacio-tiempo. Se estudiará con más detalle posteriormente; b) muestra un simple diagrama esquemático del efecto de lente gravitatoria como el que se te puede pedir que dibujes en una pregunta de examen; c) y d) muestran cómo aparecería una constelación normalmente y cómo aparecería si estuviera muy cerca del Sol. La posición observada de la estrella desplazada está tan cerca de la corona solar que el efecto solo es observable desde la Tierra durante un eclipse solar, cuando la Luna enmascara el disco solar. La estrella marcada con la flecha es la que presenta un desplazamiento de su posición

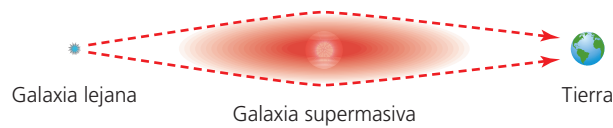
■ Efecto de lente gravitatoria

Se forma una *lente gravitatoria* cuando la luz procedente de una fuente brillante y muy distante se «curva» alrededor de un objeto con mucha masa (como una asociación de galaxias o un agujero negro) situado entre la propia fuente y el observador. El proceso se conoce como **efecto de lente gravitatoria** y es una de las consecuencias de la curvatura de la trayectoria de los rayos de luz debida a la gravedad. Einstein describió este efecto en su artículo de 1938 pero no se observó experimentalmente hasta 1979. En la Figura 13.48 se representa un ejemplo del aspecto que tiene realmente este efecto.

■ **Figura 13.48**
Una galaxia muy grande (situada en la parte central derecha) curva las trayectorias de la luz procedente de una fuente que se encuentra detrás de la galaxia desde nuestro punto de vista. La luz aparece en forma de anillo, conocido como anillo de Einstein



Se habla de efecto de lente gravitatoria porque este efecto tiene una apariencia similar al de la refracción de la luz a través de una lente convexa, tal como se muestra en la Figura 13.49.



■ **Figura 13.49** Efecto de lente gravitatoria: la luz procedente de una galaxia lejana y brillante o de una estrella simple súper brillante, como un púlsar, se curva hacia dentro a causa del intenso campo gravitatorio de una galaxia supermasiva que se encuentra entre la galaxia lejana y la Tierra. Las trayectorias de los rayos son similares a las producidas por una lente convexa. En realidad, la distorsión producida por este efecto se traduce a menudo o bien en imágenes múltiples o bien en un anillo de Einstein difuminado de la galaxia más lejana

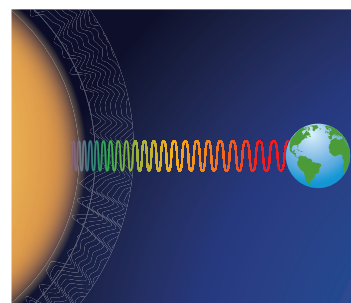
■ Desplazamiento hacia el rojo por efecto gravitatorio y experimento de Pound-Rebka-Snider

La curvatura de la luz debida a la gravedad podría sugerir que el campo gravitatorio provoca una variación en la velocidad del rayo de luz, pero esto entraría en conflicto con el primer postulado de la relatividad especial (la velocidad de la luz en el vacío es siempre c). Einstein se dio cuenta de que no era la velocidad, sino el tiempo el que se distorsionaba. En un sistema de referencia acelerado sabemos que cuanto más rápido viaja la caja más lentamente transcurre el tiempo para ella, porque el tiempo transcurre más lentamente para los observadores que se mueven más rápido que para los que se mueven más despacio. El principio de equivalencia nos dice que lo mismo se debe cumplir para un campo gravitatorio: cuanto más intenso es el campo gravitatorio, más lentamente debe transcurrir el tiempo. Por tanto, los campos gravitatorios también provocan dilatación del tiempo: los relojes sometidos a un

campo gravitatorio intenso hacen tictac más lentamente que los relojes sometidos a un campo gravitatorio más débil.

Este resultado también afecta a los rayos de luz que atraviesan un campo gravitatorio cada vez más intenso, causando un desplazamiento de la luz hacia el azul. Y a la inversa, un fotón que sale de un campo gravitatorio experimentará un desplazamiento hacia el rojo, como se muestra en la Figura 13.50 (el efecto Doppler y los desplazamientos hacia el rojo se trataron en el Capítulo 9).

La variación de la frecuencia del fotón, Δf , se puede calcular a partir de esta ecuación:



■ **Figura 13.50**

La frecuencia de la luz se desplaza hacia el azul cuando el fotón entra en un campo gravitatorio, como el que rodea al Sol, y, a la inversa, el fotón se desplaza hacia el rojo cuando sale del campo gravitatorio; es como si el fotón ganara o perdiera energía potencial gravitatoria, lo que provoca la variación de su frecuencia

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{g\Delta h}{c^2}$$

En esta ecuación, f es la frecuencia original, g es la intensidad del campo gravitatorio, h es la variación en la altura y c es la velocidad de la luz en el vacío. En esta ecuación se asume que la intensidad del campo gravitatorio es uniforme y, por tanto, constante.

Esta ecuación figura en el Apéndice de datos de Física.

Ejemplo resuelto

21 ¿Cuál es la variación que experimenta la frecuencia de un fotón de luz roja, $\lambda = 650 \text{ nm}$, cuando viaja desde la base hasta el vértice de la Torre Eiffel, recorriendo una distancia de 324 m?

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{650 \times 10^{-9}} = 4,62 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{g\Delta h}{c^2}$$

$$\Delta f = \frac{9,81 \times 324 \times 4,62 \times 10^{14}}{(3,00 \times 10^8)^2} = 16,2 \text{ Hz}$$

Como podemos ver, la variación en la frecuencia es minúscula en comparación con la frecuencia original, lo que constituye una predicción de la relatividad general particularmente interesante y difícil de comprobar.

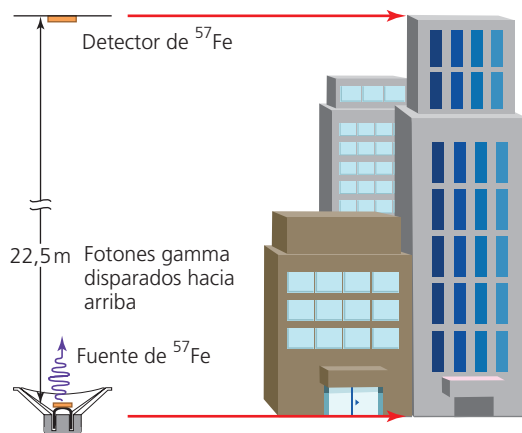
Experimento de Pound–Rebka–Snider

La comprobación experimental decisiva del desplazamiento hacia el rojo tuvo lugar gracias un experimento realizado en la Universidad de Harvard en 1959, y cuyo nombre rinde homenaje a los tres físicos que diseñaron y perfeccionaron el experimento original.

Según la física cuántica, las energías emitidas y absorbidas por los electrones cuando saltan entre niveles energéticos permitidos solo pueden tomar valores muy determinados. Lo mismo es cierto para las energías mucho más elevadas de los estados energéticos de los núcleos inestables asociados a la emisión y absorción de rayos gamma (cuando un núcleo pasa de un estado de alta energía a uno de energía más baja emite rayos gamma de una energía (y frecuencia) determinadas. Y a la inversa, cuando un rayo gamma que tiene exactamente la energía adecuada interactúa con un núcleo, puede ser absorbido por este y como resultado el núcleo pasa de un estado energético más bajo a uno más alto. Los rayos gamma que no tienen exactamente la energía adecuada atraviesan la muestra sin ser absorbidos. Este experimento proporcionó la comprobación experimental de los niveles energéticos nucleares, que se estudió en el Capítulo 12.

Pound y Rebka colocaron una muestra de hierro-57 en el sótano de un laboratorio y una segunda muestra de hierro-57 en una habitación situada en el último piso del edificio. Era necesario que las dos muestras estuvieran lo más alejadas posible en el campo gravitatorio terrestre con el objetivo de maximizar el efecto de desplazamiento hacia el rojo de forma conveniente para su medición experimental. Enfocaron los rayos gamma emitidos por la muestra del sótano en un haz estrecho y demostraron que la muestra de hierro-57 del último piso ya no podía absorber los rayos de luz incidentes. El desplazamiento hacia el rojo de los rayos gamma debido al efecto gravitatorio era suficiente para que los rayos emitidos por una de las muestras ya no pudieran ser absorbidos por la otra. Sin embargo, para comprobar las predicciones de la relatividad general necesitaban también comprobar la magnitud del desplazamiento hacia el rojo. Para ello, colocaron inicialmente la muestra del sótano sobre un altavoz, con lo que los rayos oscilaban hacia arriba y hacia abajo. El resultado era un desplazamiento Doppler hacia el azul cuando la muestra se movía hacia arriba y un desplazamiento Doppler hacia el rojo cuando el altavoz se movía hacia abajo.

En un punto específico de la fase de la oscilación del altavoz, la muestra del último piso absorbió los rayos gamma procedentes de la muestra del sótano. Esto ocurre cuando el desplazamiento hacia el rojo por efecto gravitatorio se compensa exactamente con el desplazamiento hacia el azul por efecto Doppler. El resultado se mide como un descenso en la intensidad de la radiación gamma que atraviesa la muestra del piso superior, lo que indica que la radiación ha sido absorbida. El cálculo de la posición exacta de la oscilación del altavoz que hace posible la absorción permitió a Pound y Rebka calcular la velocidad del altavoz y, a partir de esta, el desplazamiento hacia el azul por efecto Doppler. Repitieron el experimento a la inversa para comprobar que los fotones gamma que viajaban desde el último piso al sótano también experimentaban un desplazamiento hacia el azul por efecto gravitatorio cuando viajaban hacia abajo. Sus resultados confirmaron que los desplazamientos hacia el rojo y hacia el azul por efecto gravitatorio encajaban con los previstos por la relatividad general. Pound y Snider continuaron repitiendo el experimento con mayor precisión, de aquí que el experimento reciba el nombre de los tres científicos. En las Figuras 13.51 y 13.52 podemos ver una representación del experimento.



■ **Figura 13.51** Experimento de Pound–Rebka–Snider



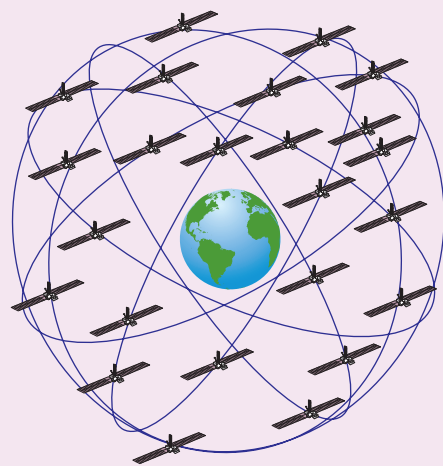
■ **Figura 13.52** Rebka trabajando en el sótano del laboratorio Jefferson, en Harvard; el tubo de polietileno contiene helio, que sirve para enfocar los fotones gamma en un haz estrecho

- 71 Las imágenes procedentes del telescopio espacial Hubble muestran lo que parecen ser tres estrellas idénticas brillantes y muy calientes alrededor de una región oscura del espacio. Las tres estrellas parecen estar a la misma distancia del telescopio mientras que la región oscura parece estar ocupada por una nube de polvo mucho más cercana que emite luz en la región infrarroja del espectro. Explica por qué parece haber tres imágenes de la misma estrella.
- 72 El laboratorio Jefferson, en el que se realizó el experimento de Pound-Rebka-Snyder, proporcionaba una distancia entre las dos muestras de 22,6 m (la altura del edificio). Los rayos gamma de la fuente de hierro-57 tenían una energía de 14,0 keV.
- Calcula el desplazamiento hacia el rojo de los fotones por efecto gravitatorio cuando pierden energía a medida que ascienden por el campo gravitatorio entre las muestras de la fuente y del detector.
 - Para que los fotones sean absorbidos por la muestra de hierro-57 del piso superior deben haber tenido exactamente la energía adecuada y por tanto deben haber experimentado un desplazamiento hacia el azul producido por el altavoz oscilante del sótano. Calcula la velocidad del altavoz utilizando la ecuación del desplazamiento Doppler para la luz.
- 73 Las líneas más oscuras de los espectros de absorción solares no se corresponden exactamente con los espectros de emisión de los gases terrestres, sino que aparecen ligeramente desplazadas. Explica el origen de este efecto.

Aplicaciones

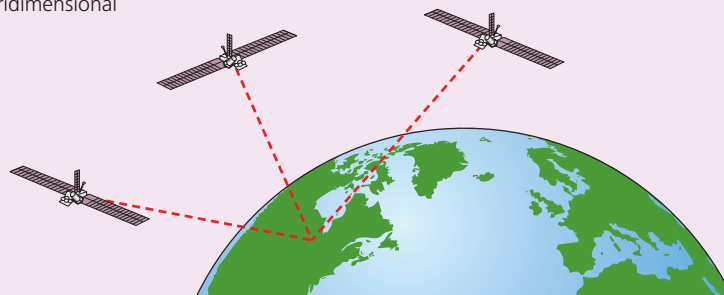
Corrección de tiempo en los satélites GPS

En 1956 se propuso una comprobación de la teoría de la relatividad que consistía en colocar relojes muy exactos en el interior de satélites en órbita para medir el aumento de la velocidad de los relojes debido a la combinación de los efectos de la relatividad especial y de la relatividad general. Cuarenta años después, el Sistema de Posicionamiento Global (GPS, por sus siglas en inglés), lanzado por el gobierno estadounidense, tuvo que tener en cuenta este efecto (Figuras 13.53 y 13.54). Cada uno de los satélites GPS transporta un reloj atómico que funciona con una precisión de ± 1 nanosegundo. A la velocidad de la luz, c , la consecuencia es una precisión en la posición de $\pm 0,3$ m.



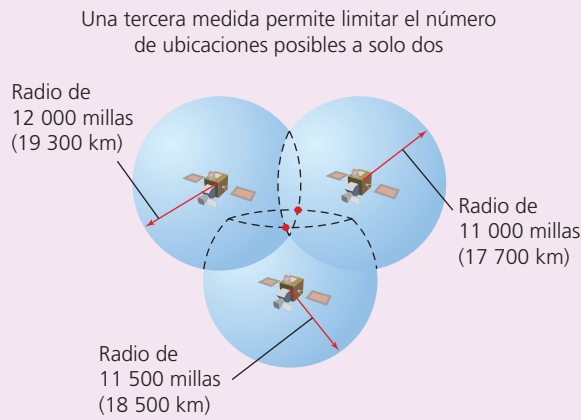
■ **Figura 13.53** En la actualidad hay más de 24 satélites GPS orbitando alrededor de la Tierra

Tres satélites pueden localizar un punto en un espacio tridimensional



■ **Figura 13.54** Las posiciones de cada uno de los tres satélites son suficientes para proporcionar la localización de un punto terrestre, pero se necesita un cuarto satélite para tener en cuenta las inexactitudes del reloj del receptor GPS y para asegurar que los dispositivos electrónicos habituales, como los teléfonos móviles y las cámaras, pueden ofrecer un posicionamiento exacto

A medida que cada satélite GPS describe una órbita, emite continuamente una señal que ofrece información sobre la posición y la trayectoria orbital, con una señal de tiempo que indica cuándo ha sido enviada la información de la localización. La señal sale a través de una esfera que rodea el satélite y que está centrada en su posición. El receptor puede calcular el radio de la esfera mediante la determinación del tiempo que ha estado viajando la señal a la velocidad de la luz. Si se comparan los tres satélites GPS, las esferas deberían intersectar en la ubicación del receptor GPS, lo que le permite calcular una posición exacta, tal como se muestra en la Figura 13.55. Sin embargo, los receptores GPS no necesitan relojes atómicos para calcular el tiempo correctamente, sino que, en lugar de ello, emplean un cuarto satélite para medir la discrepancia temporal y, a partir de esta, calcular la medida exacta del tiempo transcurrido entre las señales enviadas y recibidas.



■ **Figura 13.55** Si suponemos que el receptor puede medir el tiempo de forma exacta, las medidas de la posición y del tiempo obtenidas por tres satélites GPS ofrecen suficiente información para calcular la posición del receptor entre dos ubicaciones posibles, representadas mediante puntos rojos donde intersecan las superficies esféricas. En la práctica se puede descartar una de las dos ubicaciones porque está demasiado lejos de la superficie terrestre. La comparación con un cuarto satélite proporciona una corrección temporal, de manera que el receptor no necesita estar vinculado a un reloj atómico

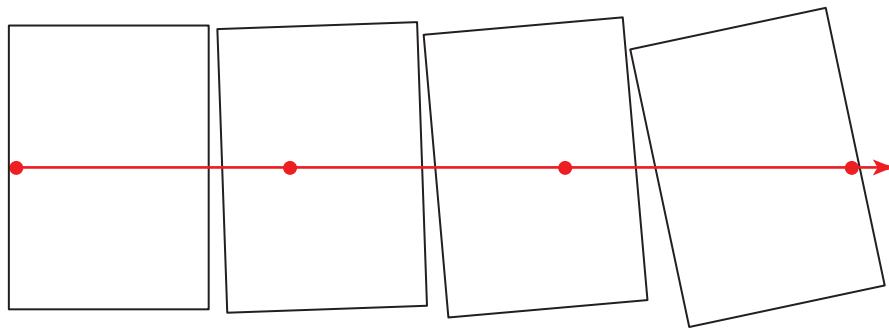
La elevada velocidad de los satélites GPS cuando orbitan alrededor de la Tierra (aproximadamente $14\,000\text{ km h}^{-1}$) significa que el tiempo se dilata por efecto de la relatividad especial, de modo que los relojes atómicos funcionan más lentamente, retrasándose 7 000 nanosegundos cada día. No obstante, los satélites también están sometidos a un campo gravitatorio más débil debido a su altitud por encima de la superficie terrestre. La relatividad general implica que sus relojes deben, por tanto, funcionar más rápido: a la altura orbital de un satélite GPS esta teoría predice que los relojes se deben adelantar 45 000 nanosegundos cada día. El efecto combinado es que los relojes de los satélites se deberían adelantar 38 microsegundos diarios, lo que, a la velocidad de la luz, crearía una inexactitud diaria de 11,4 km en el posicionamiento por GPS.

Con objeto de solventar este problema, los relojes de los satélites GPS, increíblemente precisos, están programados para retrasarse cada día 38 microsegundos. Así, los satélites GPS no solo ofrecen más pruebas experimentales que corroboran la relatividad sino que, sin estas correcciones relativistas, ninguno de los sistemas de navegación por satélite que muchos de nosotros utilizamos de forma habitual funcionaría.

- 74 Si los relojes de los satélites GPS se adelantan solo 1 ns diario, ¿cuál será el error acumulado en la distancia medida por el satélite al cabo de:
- 1 día?
 - 1 semana?
 - 5 años?
- 75 La medida de la posición depende del supuesto de que los relojes están corregidos y que las posiciones de los satélites se emiten correctamente. Indica otras posibles fuentes de error en las medidas con GPS.
- 76 ¿Quién llevó a cabo el experimento de 1971 que demostró que los relojes se adelantarían a altitudes mayores?

■ Curvatura del espacio-tiempo

Cuando Einstein describió la relatividad especial se dio cuenta de que la velocidad relativa de un observador provocaba un cambio en el comportamiento del espacio y del tiempo. Solo hay que dar un paso más para comprender que la distorsión del espacio-tiempo aumenta a medida que el observador se acelera, lo que provoca la curvatura del espacio-tiempo. El principio de equivalencia nos dice que los campos gravitatorios también curvan el espacio-tiempo. En otras palabras, las densidades elevadas de masa (y por tanto de energía) deben estirar y distorsionar el espacio-tiempo. Einstein también pensó que la luz debe seguir la trayectoria más corta (y por tanto una línea recta) disponible a través del espacio-tiempo. En la Figura 13.56 podemos ver una representación de este efecto.

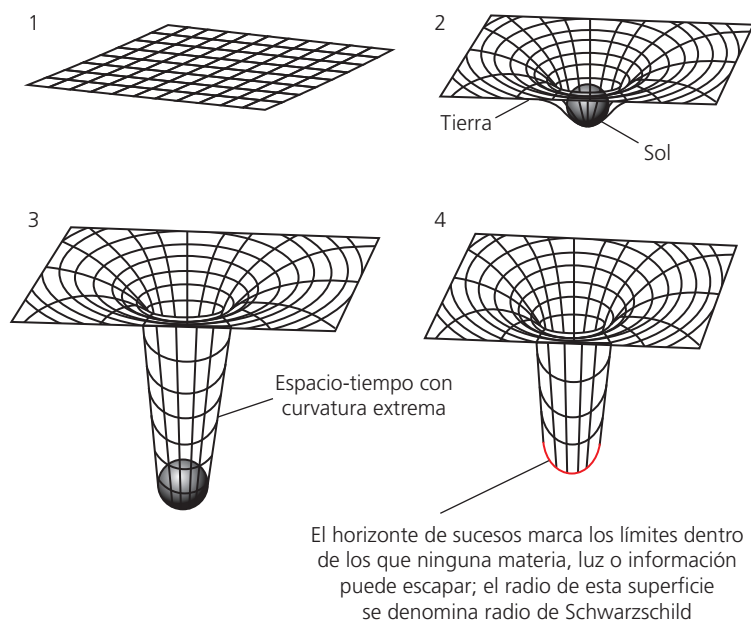


■ **Figura 13.56** El espacio-tiempo se distorsiona, produciéndose su curvatura y estiramiento. Aunque el rayo de luz parece seguir una trayectoria curva a través de las tres dimensiones del espacio, sigue describiendo una línea recta a través del espacio-tiempo. Es el propio espacio-tiempo el que se estira y se curva y provoca la rotación y la distorsión aparentes de la caja

La primera ley de la física newtoniana afirma que un objeto describe una trayectoria curva solo como resultado de una fuerza externa que no está en equilibrio. La materia viajará en línea recta hasta que una fuerza que no está en equilibrio actúe sobre ella. Sin embargo, cuando el espacio-tiempo se curva, la materia describe esta curva y experimenta como resultado una fuerza que no está en equilibrio.

Einstein estableció la hipótesis de que lo que nosotros experimentamos como fuerza de la gravedad equivale al efecto del espacio-tiempo sobre un objeto, que consiste en que este describa una trayectoria curvilínea. Una posible manera de imaginarlo es suponiendo que la energía y la masa tienen el efecto de definir cómo se debe curvar el espacio-tiempo, mientras que la curvatura del espacio-tiempo tiene el efecto de determinar cómo se desplazan la masa y la energía.

Esta hipótesis resolvía uno de los principales problemas a los que se enfrentaba Einstein con la teoría de la relatividad especial, porque se dio cuenta de que parece que la gravedad ejerza de forma instantánea una fuerza variable sobre un objeto que describe una órbita a una distancia, transmitiendo, aparentemente, información sobre la dirección y el sentido de la fuerza sobre el objeto en movimiento orbital a una velocidad más rápida que la de la luz. En lugar de ello, la curvatura del espacio-tiempo alrededor de un cuerpo gravitatorio de gran tamaño provoca que los objetos en órbita sigan una trayectoria orbital. En la Figura 13.57 se representa en forma de diagramas esta curvatura del espacio-tiempo.



■ **Figura 13.57** Una analogía que se utiliza habitualmente consiste en pensar en una representación bidimensional del espacio-tiempo como una lámina de goma que se deforma en todas direcciones en un plano horizontal. Los objetos con más masa (más masivos) se representan mediante bolas pesadas sobre la goma, y las masas y densidades más elevadas se representan mediante bolas más masivas y más densas respectivamente. Sin embargo, si la densidad alcanza un límite crítico, la lámina de goma se puede romper, de modo que el espacio-tiempo está tan deformado que la luz es incapaz de escapar; al objeto resultante se le denomina agujero negro

■ Horizontes de sucesos

Si la masa (o la energía) se concentra en un objeto superdenso, la intensidad del campo gravitatorio cercana a la superficie del objeto también aumenta y esto significa que la velocidad de escape también aumenta a su vez. No obstante, la relatividad espacial determina un límite superior para la velocidad. El límite de la velocidad de escape que se discute en la Figura 13.57 tiene lugar cuando la velocidad de escape (véase el Capítulo 10) iguala exactamente a la velocidad de la luz en el vacío y esto significa que la luz es incapaz de escapar del interior de esta región.

A la superficie que une todos los puntos en los que la velocidad de escape = c la denominamos *horizonte de sucesos*. Se trata de una superficie teórica que separa un objeto superdenso, como un agujero negro, del resto del universo. El horizonte de sucesos delimita la superficie dentro de la cual la luz, y, por tanto, todas las formas de materia y también de información, es incapaz de escapar hacia el resto del universo.

■ Agujeros negros de Schwarzschild

Los agujeros negros de Schwarzschild constituyen la forma más simple de agujero negro, en la que no hay ni rotación ni carga eléctrica. El límite crítico del que se habla en la Figura 13.57 ocurre cuando la velocidad de escape (Capítulo 10) iguala exactamente a la velocidad de la luz en el vacío. Esto significa que la luz es incapaz de escapar de esta región. El radio al que esto ocurre para un agujero negro simple sin rotación y sin carga eléctrica se denomina radio de Swarzschild, R_S , y viene dado por:

$$R_S = \frac{2GM}{c^2}$$

Donde G es la constante de gravitación universal, M es la masa del agujero negro y c es la velocidad de la luz en el vacío. Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

El radio de Swarzschild define una superficie esférica en el espacio; la energía y la información situadas dentro de esta frontera no pueden escapar hacia el resto del universo, mientras que las situadas fuera de la frontera sí lo pueden hacer. La superficie esférica es, por tanto, el **horizonte de sucesos** del agujero negro.

Ejemplo resuelto

22 ¿Cuál sería el radio del horizonte de sucesos de un objeto con la masa del Sol si fuera lo suficientemente denso como para producir un agujero negro? La masa del Sol es de $1,99 \times 10^{30}$ kg.

$$\begin{aligned} R_S &= \frac{2GM}{c^2} \\ &= \frac{2 \times 6,67 \times 10^{-11} \times 1,99 \times 10^{30}}{(3 \times 10^8)^2} \\ &= 2,95 \times 10^3 \text{ m} \end{aligned}$$

En realidad, la única fuerza conocida capaz de producir la suficiente densidad de masa para crear un agujero negro estelar es la gravedad. La fuerza no equilibrada hacia dentro es suficiente para que la estrella se condense formando un agujero negro solo hacia el final de su vida y los agujeros negros solo se forman en el caso de estrellas extremadamente grandes (supergigantes rojas) con una masa final mínima de entre 1,5 y 3,0 masas solares y unas masas iniciales entre 15 y 20 masas solares.

Naturaleza de la ciencia

Pensamiento creativo y crítico

El gran logro de Einstein (la teoría general de la relatividad) al conectar la geometría del espacio-tiempo (a través de su curvatura) al contenido de masa y de energía del espacio-tiempo se basa en la intuición, el pensamiento creativo y la imaginación.

Durante años se creyó que nada podía escapar de un agujero negro y eso es cierto, aunque solo para los agujeros negros clásicos. Si consideramos la teoría cuántica, un agujero negro irradia igual que un cuerpo negro. Este resultado inesperado reveló otras conexiones igualmente inesperadas entre los agujeros negros y la termodinámica.

En 1974, Stephen Hawking, actualmente director de investigación del Centro de cosmología teórica de la Universidad de Cambridge, intentaba relacionar la física cuántica con la teoría de la relatividad general. Como parte de su trabajo, investigaba los efectos de los campos cuánticos cercanos al horizonte de sucesos. Desde el punto de vista matemático se trata de algo muy complejo, pero, en resumen, podemos decir que la física cuántica predice la existencia de partículas virtuales generadas por las fluctuaciones cuánticas en la energía del vacío. El campo gravitatorio extremadamente intenso puede convertir estas partículas virtuales en partículas reales. En teoría es posible que una de estas partículas se quede atrapada en el horizonte de sucesos y que otra consiga escapar y, como la energía para producir la partícula proviene del campo gravitatorio, la partícula que escapa se lleva consigo parte de la energía (o la masa) del agujero negro.

El resultado es que los agujeros negros pueden resplandecer como si fueran cuerpos negros calientes. Sin embargo, resplandecen con una temperatura inversamente proporcional a su masa. Los agujeros negros pequeños, por tanto, parecen más calientes que los agujeros negros más grandes. De hecho, un agujero negro con la masa de nuestra Luna (10^{27} kg) resplandecería a unos 2,7 K, la temperatura de la radiación de fondo de microondas, y así lo harían los objetos con más masa, que seguirían absorbiendo más radiación de la que emiten.

Curiosamente, como la temperatura del agujero negro aumenta a medida que este se encoge, la tasa de evaporación aumenta exponencialmente a medida que el agujero disminuye de tamaño. Este resultado significa que pueden aparecer agujeros negros en miniatura y que se pueden evaporar rápidamente a través de la radiación de Hawking. De hecho, la teoría sugiere que el Gran Colisionador de Hadrones (LHC) del CERN podría tener bastante energía para crear uno de estos agujeros negros en miniatura y la capacidad de verlo evaporarse.

■ Dilatación del tiempo cerca de un agujero negro

Tanto el espacio como el tiempo se deforman (se estiran) a causa de la masa del agujero negro, por tanto, para un observador externo situado lejos del agujero negro, el tiempo parece dilatarse cada vez más a medida que un objeto se aproxima al horizonte de sucesos. Podemos calcular la distorsión que experimenta el tiempo entre dos sucesos según un observador cercano al agujero negro y un observador lejano a este. Esta distorsión viene dada por la ecuación:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{R_S}{r}}}$$

Donde Δt_0 es el tiempo transcurrido entre dos sucesos según un observador cercano al agujero negro, t es el tiempo transcurrido entre dos sucesos según un observador lejano al agujero negro, R_S es el radio de Schwarzschild del agujero negro y r es la distancia que separa al observador cercano del agujero negro. Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

Ejemplo resuelto

23 Se envía una sonda espacial a investigar un agujero negro con un radio de Schwarzschild de 5,0 km y la sonda devuelve una señal a la Tierra con un pulso de periodo 0,01 s. ¿Cuál es el periodo de la señal cuando la sonda espacial se encuentra a 10 km del centro del agujero negro?

$$\begin{aligned} \Delta t &= \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{R_S}{r}}} \\ &= \frac{0,01}{\sqrt{1 - \frac{5000}{10000}}} \\ &= 0,014 \text{ s} \end{aligned}$$

77 En diciembre de 2011 los astrónomos descubrieron un agujero negro supermasivo en el centro de la Vía Láctea con una masa estimada de 21 000 millones de masas solares ($4,2 \times 10^{40}$ kg). Estima el radio de Schwarzschild de este agujero negro.

78 Un púlsar, que es un tipo de estrella de neutrones giratoria y magnetizada, emite un haz de radiación intensa que parece lanzar destellos con un periodo regular, como un faro. Los púlsares giran muy rápidamente y pueden tener un periodo de milisegundos. Si se descubre un púlsar con un periodo de 33 milisegundos orbitando alrededor de un agujero negro con una masa de $3,0 \times 10^{35}$ kg de modo que está lo suficientemente cerca como para que su periodo aumente hasta 34 milisegundos (a causa de los efectos relativistas), ¿cuál es la distancia entre la estrella de neutrones y el centro del agujero negro?

■ Aplicaciones de la relatividad general al universo como un todo

Einstein comprendió que si el espacio-tiempo se podía curvar y distorsionar, el Universo como un todo también podía tener curvatura. El modelo clásico del universo es un modelo denominado euclidiano. Las tres dimensiones del espacio son ortogonales (forman entre sí ángulos rectos) y completamente rectas con escalas uniformes en todas direcciones. Es un ejemplo de «universo abierto» porque es infinito al menos en una dimensión. La relatividad general permite la curvatura de las dimensiones del espacio y del tiempo, de manera que sentidos opuestos en el espacio, o en el tiempo, pueden acabar curvándose sobre sí mismos y encontrándose.

La superficie de la Tierra es un buen ejemplo de superficie cerrada: es tan extensa que a escala humana cabe pensar que la Tierra es plana (y, por tanto, que o bien es infinita o bien tienen un borde que actúa como un precipicio). En lugar de ello, la superficie de la Tierra es curva, de manera que no tiene ni un inicio ni un final. La curvatura del espacio y del tiempo significa que el universo también puede cerrarse, de modo que el problema de qué hay más allá de sus límites desaparece.

Aplicaciones

Implicaciones de un universo relativista: expansión y contracción

Einstein aplicó las leyes de la relatividad al universo como un todo, tratando a las galaxias como si fueran moléculas en un gas cosmológico y aplicó las reglas estadísticas de la termodinámica para establecer un modelo del comportamiento del universo.

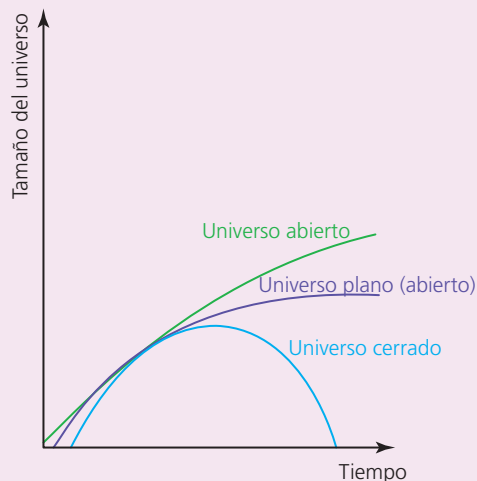
Einstein comprendió que su universo relativista era intrínsecamente inestable. Las galaxias se deben atraer entre sí provocando el colapso tanto del espacio como del tiempo. Su solución consistió en introducir una fuerza hacia fuera, a la que denominó *constante cosmológica*, y que representaba una fuerza repulsiva en el universo. La constante cosmológica otorga al vacío (o a cada unidad de espacio-tiempo) una minúscula cantidad de energía. Demasiada energía y el universo se expande; demasiado poca y la gravedad supera a la repulsión y el universo se colapsa.

En 1929 Edwin Hubble anunció que el universo estaba en expansión. La invención de telescopios de mayor tamaño equipados con cámaras ha permitido a los astrónomos observar cada vez a mayores profundidades del universo y Hubble había descubierto que la mayoría de las galaxias que podía detectar parecían desplazadas hacia el rojo, lo que implicaba que se alejaban de nosotros. Y lo más importante, la magnitud del desplazamiento hacia el rojo aumenta con la distancia. Su conclusión fue que el universo debe estar aumentando de tamaño.

La consecuencia fue que el universo comenzó siendo un punto a una densidad y temperatura increíblemente elevadas y que se ha expandido hacia afuera desde ese momento. A este suceso lo denominamos *Big Bang* (gran explosión) y actualmente constituye un aspecto fundamental de la cosmología moderna. Después del *Big Bang* nuestros modelos del universo sugieren un cosmos

en rápida expansión que se enfría a medida que se expande. Se suponía que la gravedad ralentizaría la velocidad de expansión del universo y, si hubiera en este la suficiente masa, incluso provocaría finalmente el colapso del universo o, de otro modo, continuaría expandiéndose a una velocidad cada vez menor de forma indefinida. Nuestro universo no es estable, sino que está en constante evolución, y hasta hace muy poco se consideraba que las posibilidades eran las que se representan en la gráfica de la Figura 13.58.

Einstein retiró rápidamente la constante cosmológica de sus ecuaciones de campo originales y dijo la conocida frase de que su introducción fue una de sus mayores meteduras de pata. Ironías del destino, podría haber estado completamente equivocado, ya que en 1998 dos equipos de investigadores llegaron de forma independiente a la misma conclusión de que la velocidad de expansión del universo no solo no estaba decelerando sino que en realidad estaba aumentando (no se muestra en la Figura 13.58). Saul Perlmutter, Brian Schmidt y Adam Riess recibieron conjuntamente el Premio Nobel de Física en 2011 por su trabajo sobre la medida de sucesos de las supernovas. La supernova más distante era más tenue de lo esperado, lo que sugería que estaba más alejada de lo que debería estar según el modelo de expansión decelerada. La explicación sugerida afirma que el espacio debe estar lleno de una energía oscura que, de algún modo, es similar a la constante cosmológica de Einstein.



■ **Figura 13.58** Las tres soluciones más simples a las ecuaciones de campo de la relatividad general para la evolución del universo con distintas masas/energías

- 1 Explica por qué es tan difícil medir si el espacio-tiempo es curvo o plano a escalas cosmológicas.
- 2 Los universos abiertos, planos y cerrados tienen diferentes finales. ¿Cuáles son los finales probables para cada tipo de universo?
- 3 Explica por qué la edad de un universo también depende de si es abierto, plano o cerrado.
- 4 En cosmología, la *teoría de la inflación* también utiliza un concepto similar a la constante cosmológica para explicar la estructura a gran escala del universo a partir de las fluctuaciones cuánticas del universo primigenio. ¿En qué consiste la teoría de la inflación?

Enlace con la teoría del conocimiento

¿Qué otros ejemplos existen de afirmaciones inicialmente dudosas que se han demostrado correctas posteriormente en la historia?

Aunque el propio Einstein calificó a la constante cosmológica como su «mayor metedura de pata», el Premio Nobel de 2011 fue otorgado a científicos que habían demostrado la validez de esta teoría a través de sus estudios sobre la energía oscura.

No cabe duda de que los estudiantes se estarán preguntando qué es lo que se requiere para demostrar que una idea es válida. El conocimiento humano ha consistido en una sucesión de nuevos modelos que en un principio fueron puestos en tela de juicio y que, posteriormente, cuando los datos

experimentales los han verificado, han sido aclamados. Ideas como la evolución, la tectónica de placas, la naturaleza esférica de la Tierra, la teoría de la termodinámica e incluso el cambio climático, han desafiado en primera instancia los puntos de vista establecidos y han tenido que vencer considerables dudas hasta convertirse en ideas aceptadas por la mayoría de la sociedad. En cambio, existen afirmaciones que apelan al sentido común o que parecen de sentido común y que, por tanto, se suponen válidas sin pruebas que las corroboren. Algunos de los ámbitos que merecen un debate son los estilos de aprendizaje educativo, la homeopatía y el diseño inteligente.

Resumen de conocimientos

■ 13.1 Los inicios de la relatividad

- Los sistemas de referencia son sistemas de coordenadas para distintos observadores en movimiento.
- Los postulados de Newton afirman que el tiempo hace tictac a velocidad constante en todo el universo, de manera que todos los observadores están de acuerdo sobre el intervalo de tiempo transcurrido entre dos sucesos.
- Sucesos «simultáneos» significa que los sucesos tienen lugar sin que transcurra un intervalo de tiempo entre ellos.
- Las ecuaciones de transformación galileanas ($x' = x - vt$ y $u' = u - v$) ofrecen una manera de transformar las coordenadas de un sistema de referencia a otro.
- Las ecuaciones de Maxwell describen la interacción de las cargas eléctricas, los imanes, los campos eléctricos y los campos magnéticos.
- Las ecuaciones de Maxwell derivan un valor constante para la velocidad de la luz en el vacío, lo que contradice la física newtoniana.
- La existencia de fuerzas eléctricas y magnéticas sobre las cargas y las corrientes que se mueven a través de los campos eléctricos y magnéticos dependen del sistema de referencia del observador, lo cual contradice la física newtoniana.

■ 13.2 Transformaciones de Lorentz

- La definición de un sistema de referencia inercial: un sistema de coordenadas que ni se acelera ni experimenta un campo gravitatorio.
- Los dos postulados de la relatividad especial: todos los sistemas de referencia son igualmente válidos; la velocidad de la luz en el vacío es constante para todos los observadores inerciales.
- Un observador estacionario (inmóvil) que se encuentra a mitad de camino entre dos relojes estacionarios los puede sincronizar utilizando un destello de luz para enviar un rayo de luz a cada reloj.
- Los sucesos que son estacionarios para un observador no tienen por qué ser estacionarios para otro observador.
- El espacio-tiempo es el entrecruzamiento intrínseco del espacio y del tiempo, de manera que el movimiento relativo afecta a las medidas que realiza un observador y a cómo experimenta tanto el espacio como el tiempo.
- Las cantidades invariantes, es decir, las cantidades que son constantes para todos los observadores: la velocidad de la luz en el vacío, el intervalo de espacio-tiempo, el intervalo de tiempo propio, la longitud propia y la masa en reposo.
- El intervalo de espacio-tiempo es la separación entre sucesos en el espacio-tiempo.
- El intervalo de espacio-tiempo es una cantidad invariante, de manera que debe ser el mismo para todos los observadores:

$$(\Delta s)^2 = c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2$$
- La masa en reposo, m_0 , es la masa de un objeto medida por un observador que es estacionario con respecto al objeto.
- El intervalo de tiempo propio, Δt_0 , es el tiempo medido entre dos sucesos por un observador que experimenta ambos sucesos en el mismo lugar en su sistema de coordenadas (sistema de referencia).
- La longitud propia, L_0 , es la longitud medida entre dos sucesos por un observador que no se mueve con respecto a estos dos sucesos.
- El factor de Lorentz describe el cambio de escala que tiene lugar cuando se produce una transformación entre dos sistemas de referencia:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

- Las transformaciones de Lorentz describen matemáticamente el cambio de coordenadas cuando nos desplazamos de un sistema de referencia inercial a otro:

$$x' = \gamma(x - vt)$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right)$$

- Las transformaciones de Lorentz también se pueden utilizar para describir la variación de la longitud entre dos sucesos o el intervalo de tiempo entre dos sucesos en función del movimiento relativo del observador:

$$\Delta x' = \gamma(\Delta x - v\Delta t)$$

$$\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{v\Delta x}{c^2}\right)$$

- El año luz, al, es una unidad de distancia equivalente a la distancia recorrida por la luz en el vacío en un año.
- Cuando se pasa de un sistema de referencia a otro, las velocidades relativas no se suman simplemente; en lugar de ello se debe usar la ecuación de transformación de la velocidad de Lorentz:

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}$$

- La dilatación del tiempo es el estiramiento del tiempo como resultado del movimiento relativo. El intervalo de tiempo propio es el intervalo de tiempo más corto posible entre dos sucesos y todos los demás observadores miden un intervalo de tiempo más largo calculado a partir de la ecuación:

$$\Delta t' = \gamma\Delta t_0$$

- La contracción de la longitud es el acortamiento de la distancia entre dos sucesos debido al movimiento relativo. La longitud propia es la longitud en línea recta más larga posible entre dos sucesos y todos los demás observadores miden una longitud contraída a partir de la ecuación:

$$L = \frac{L_0}{\gamma}$$

- El experimento de la desintegración del muon proporcionó una de las verificaciones de la relatividad especial. Los muones se forman en la atmósfera como resultado de las colisiones con los rayos cósmicos. Tienen una semivida muy corta, por tanto, según la física newtoniana, son muy pocos los muones que deberían alcanzar la superficie terrestre. El número (más elevado) de muones que consiguen llegar corresponde a los efectos de la dilatación del tiempo y la contracción de la longitud debidos a la elevada velocidad de estas partículas.

■ 13.3 Diagramas espacio-tiempo

- Los diagramas espacio-tiempo representan la dimensión del espacio, x , a lo largo del eje horizontal mientras que en el eje vertical se representa o bien el tiempo o , con mayor frecuencia, la velocidad de la luz en el vacío multiplicada por el tiempo, ct .
- Los sucesos se representan como puntos en un diagrama espacio-tiempo.
- Una línea de sucesos representa la trayectoria que sigue un objeto a través del espacio-tiempo (lo que se denomina línea de mundo del objeto).
- En el caso de los fotones, la línea de mundo se suele dibujar a 45° y a veces se denomina línea de luz.
- El gradiente de una línea de mundo viene dado por c/v .
- El ángulo entre una línea de mundo y el eje vertical viene dado por:

$$\theta = \text{tg}^{-1} \frac{v}{c}$$

- Se puede representar un segundo sistema de referencia en el mismo diagrama espacio-tiempo, pero el nuevo eje ct' está situado a lo largo de la línea de mundo de la partícula que está en reposo en este sistema de referencia.
- El nuevo eje x' es la imagen especular del nuevo eje ct' a lo largo de la línea de luz (la línea de mundo de un fotón).

- Se produce así un par de ejes inclinados. Las coordenadas en este sistema de referencia se pueden leer a partir de una cuadrícula inclinada que se dibuja paralela a los ejes x' y ct' .
- Aunque el espacio-tiempo de fondo es el mismo para ambos sistemas de referencia, las escalas sobre los ejes originales y los ejes inclinados son distintas.
- Los sucesos que son simultáneos para un observador no tienen que serlo para otros observadores situados en sistemas de referencia distintos. Los sucesos son simultáneos si ocurren a lo largo de la misma línea de la cuadrícula paralela al eje x o el eje x' .
- La dilatación del tiempo y la contracción de la longitud se pueden demostrar con diagramas espacio-tiempo.
- La paradoja de los gemelos se propuso como un argumento en contra de la relatividad especial. Sugiere que cuando dos gemelos se alejan rápidamente cada uno de ellos piensa que es estacionario y que el otro gemelo se está moviendo, por ese motivo los efectos de la dilatación del tiempo parecen ser idénticos para cada gemelo. El gemelo viajero vuelve y la situación una vez más parece simétrica.
- La paradoja se puede resolver porque la situación *no* es simétrica. El gemelo viajero no está en un único sistema de referencia inercial, sino que cambia de un sistema de referencia inercial a otro.

■ 13.4 Mecánica relativista

- La masa en reposo y la carga eléctrica son cantidades invariantes. La masa total se puede calcular a partir de la masa en reposo mediante la ecuación:

$$m = \gamma m_0$$

- La energía y la masa son diferentes aspectos de una misma cosa. Cuando un objeto gana energía también gana masa. La cantidad de energía que posee un objeto estacionario se denomina masa en reposo y se puede calcular mediante la ecuación:

$$E_0 = m_0 c^2$$

- La masa en reposo es una cantidad invariante.
- La energía total de un objeto es una combinación de su energía en reposo y su energía cinética. Se calcula mediante la ecuación:

$$E = \gamma m_0 c^2$$

- La energía total de una partícula tiende a infinito a medida que la partícula se aproxima a la velocidad de la luz. En consecuencia, es imposible que una partícula alcance o supere la velocidad de la luz.
- En una gráfica en la que se representa la energía total en función de la velocidad, el corte con el eje y es la energía en reposo de la partícula. Se puede representar una gráfica similar comparando la masa frente a la velocidad.
- La energía cinética ya no se puede calcular mediante la ecuación $E_c = \frac{1}{2}mv^2$; en lugar de ello, las energías cinéticas relativistas se calculan restando la energía total menos la energía en reposo:

$$E_c = (\gamma - 1)m_0 c^2$$

- A velocidades relativistas la ecuación $p = mv$ ya no es válida; en su lugar hay que emplear la versión relativista de la ecuación:

$$p = \gamma m_0 v$$

- La energía total de una partícula también se puede calcular mediante la ecuación:

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$$

- Cuando se efectúan cálculos relativistas, es mucho más simple utilizar unidades escritas en términos de c . Para la energía se siguen utilizando eV, keV, MeV y GeV. Para la masa se usan: $eV c^{-2}$, $keV c^{-2}$, $MeV c^{-2}$ y $GeV c^{-2}$. Las unidades para el momento son: $eV c^{-1}$, $keV c^{-1}$, $MeV c^{-1}$ y $GeV c^{-1}$.
- Cuando las partículas se aceleran toda la energía que ganan se considera energía cinética. Por tanto:

$$qV = \Delta E_c$$

- Los fotones no tienen masa en reposo pero sí tienen momento y energía. Las relaciones entre el momento, la energía y la frecuencia vienen dadas por la ecuación:

$$p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

■ 13.5 Relatividad general

- El principio de equivalencia afirma que la física para un observador situado en un sistema de referencia acelerado es idéntica a la física para uno situado en un campo gravitatorio. Este principio es útil porque significa que lo que se puede deducir sobre una de las situaciones se debe cumplir también en la otra.
- Un observador situado en un sistema de referencia acelerado verá que un rayo de luz se curva. En consecuencia, el principio de equivalencia significa que la luz también se deberá curvar en un campo gravitatorio.
- La comprobación experimental de la curvatura de la luz y de la distorsión del espacio-tiempo por efecto de la gravedad viene dada por el efecto de lente gravitatoria de las estrellas lejanas debido a la intervención de galaxias de masa elevada y por el pequeño desplazamiento en la posición de las estrellas que se puede observar cuando están cerca del Sol durante un eclipse solar.
- Cuando los fotones escapan de un campo gravitatorio experimentan un desplazamiento hacia el rojo por efecto gravitatorio. Cuando los fotones se adentran en un campo gravitatorio experimentan un desplazamiento hacia el azul por efecto gravitatorio.
- La magnitud del desplazamiento hacia el rojo se puede calcular a partir de la siguiente ecuación (g se sigue utilizando como si el campo fuera uniforme):

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{g\Delta h}{c^2}$$

- En el experimento de Pound–Rebka–Snider se utilizaron los rayos gamma producidos por núcleos de hierro para medir el desplazamiento hacia el rojo por efecto gravitatorio. Los rayos gamma solo podían ser absorbidos por una fuente situada en un punto más elevado (en altura) cuando el desplazamiento hacia el rojo por efecto gravitatorio se compensaba con el desplazamiento hacia el azul por efecto Doppler provocado por la oscilación de la superficie.
- El horizonte de sucesos es la superficie que une los puntos donde la velocidad de escape iguala a la velocidad de la luz en el vacío y marca, por tanto, el límite del agujero negro. En el interior de este, ni la luz ni la información ni la materia pueden escapar hacia el resto del universo.
- La masa y la energía deforman (estiran) el espacio-tiempo. Cuando el espacio-tiempo se estira más allá de un cierto punto, la luz ya no puede escapar y el resultado es un agujero negro. El radio del horizonte de sucesos de los agujeros negros simples (los que no están cargados eléctricamente y no giran) se denomina radio de Schwarzschild y viene dado por la ecuación:

$$R_s = \frac{2GM}{c^2}$$

- Los campos gravitatorios también provocan un efecto de dilatación del tiempo. La magnitud de esta dilatación cerca de un agujero negro se puede calcular mediante la ecuación:

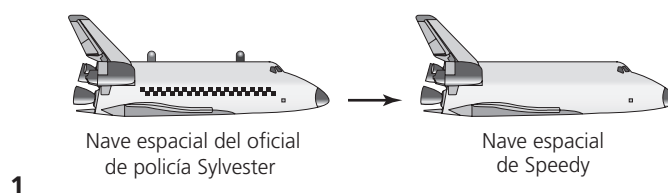
$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - R_s/r}}$$

- La teoría de la relatividad general también predice que la totalidad del tejido del universo se puede distorsionar, de manera que una o más dimensiones son cerradas o circulares.
- El universo es inestable y no puede permanecer en un estado estático. El modelo fundamental del cosmos sugiere que la gravedad debería provocar la ralentización de la expansión del universo y que si este tuviera la masa suficiente podría colapsarse sobre sí mismo.
- Sin embargo, los datos recientes obtenidos a partir de las supernovas apuntan a que la velocidad de expansión es cada vez mayor.

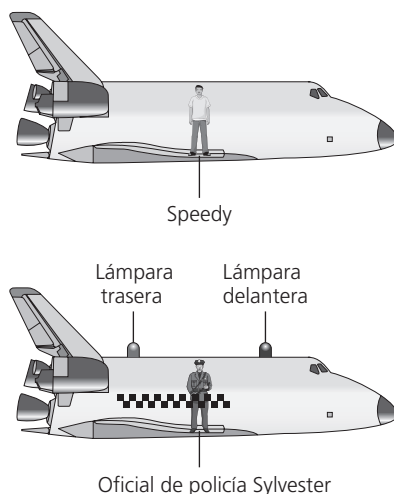
■ Selección de preguntas de examen

Hoja 3 Preguntas del IB y preguntas tipo IB

- 1 Esta pregunta trata sobre las fuerzas que actúan sobre las cargas en movimiento. Dos protones son prácticamente estacionarios en un laboratorio y están situados a una distancia de 10^{-10} m.
- Representa los dos protones en un diagrama y etiqueta las principales fuerzas que actúan sobre cada protón. (2)
 - Ahora los protones son acelerados perpendicularmente a la línea que los separa, de manera que viajan a través del vacío con velocidades inicialmente paralelas. Dibuja un segundo diagrama donde se representen las fuerzas que actúan sobre los protones según un observador situado en el sistema de referencia del laboratorio. (3)
 - Las ecuaciones de Maxwell predicen que la velocidad de la luz a través del vacío debe ser constante. Explica por qué contradicen las leyes de la física newtoniana. (3)
- 2 Esta pregunta trata sobre cinemática relativista. Speedy se encuentra en el interior de una nave espacial que está siendo perseguida por el oficial de policía Sylvester.



- En el sistema de referencia del oficial Sylvester, Speedy se mueve hacia el oficial Sylvester a una velocidad de $0,25c$.
- Describe qué se entiende por sistema de referencia. (2)
 - El oficial Sylvester enciende las lámparas parpadeantes azules (delantera y trasera) de su nave espacial.
 - Suponiendo que en esta situación se aplica una transformación galileana, calcula el valor de la velocidad de la luz que mediría Speedy utilizando las lámparas parpadeantes. (1)
 - Speedy mide la velocidad de la luz parpadeante emitida por las lámparas. Deduce, utilizando la suma relativista de velocidades, que Speedy obtendrá un valor para la velocidad de la luz igual a c . (3)
 - Más tarde, la nave espacial del policía está al lado de la nave espacial de Speedy y la adelanta a velocidad constante. El oficial Sylvester se encuentra en el punto medio entre las lámparas parpadeantes delantera y trasera (y puede ver las dos). En el momento en el que el oficial Sylvester y Speedy se encuentran uno frente al otro, Speedy observa que las lámparas de luz azul parpadean simultáneamente. ¿Cuál de las dos lámparas ve parpadear primero el oficial Sylvester? ¿Por qué? (4)



- d** La nave espacial del policía viaja a una velocidad constante de $0,5c$ con respecto al sistema de referencia de Speedy. La luz procedente del flash de una de las lámparas viaja a través de la nave espacial del policía y se refleja hacia la fuente de luz. El oficial Sylvester mide el tiempo que tarda la luz en volver a la fuente y es $1,2 \times 10^{-8}$ s.
- Explica en pocas palabras por qué el tiempo medido por el oficial Sylvester es un intervalo de tiempo propio. (1)
 - Determina (desde el sistema de referencia de Speedy) cuánto tiempo tarda la luz en recorrer la nave espacial del policía y volver a su fuente (3)

3 Esta pregunta trata sobre relatividad especial, simultaneidad y contracción de la longitud.

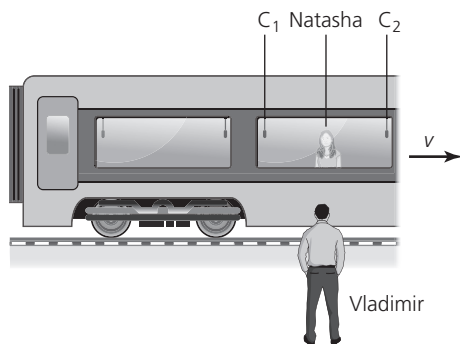
- a** Uno de los dos postulados de la relatividad especial se puede formular como: «Las leyes de la física son las mismas para todos los observadores situados en sistemas de referencia inerciales». Enuncia:

- qué se entiende por sistema de referencia inercial (1)
- el otro postulado de la relatividad especial. (1)

- b** En un experimento teórico para ilustrar el concepto de simultaneidad, Vladimir está de pie sobre el suelo cerca de una vía de ferrocarril recta y plana. Natasha se encuentra en el interior de un vagón de tren que viaja por la vía con velocidad constante, v , en la dirección y el sentido indicados en la imagen.

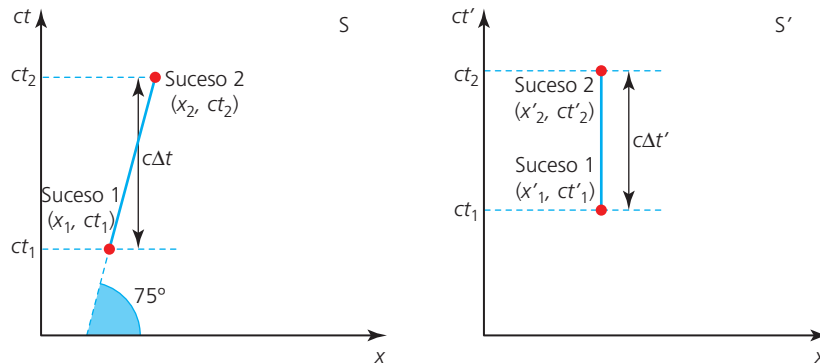
Natasha está sentada en una silla que es equidistante de los dos extremos del vagón. En cada uno de los extremos hay un reloj, C_1 y C_2 . Cerca de Natasha hay un interruptor que, cuando se pulsa, envía una señal a cada uno de los relojes y estos registran el momento en el que llegan las señales. En el instante en el que Natasha y Vladimir se encuentran uno frente al otro, Natasha pulsa el interruptor. Según ella, C_1 y C_2 registran el mismo instante de llegada de cada señal.

Explica, desde el punto de vista de Vladimir, si C_1 y C_2 registran efectivamente el mismo instante de llegada de cada señal o no. (4)

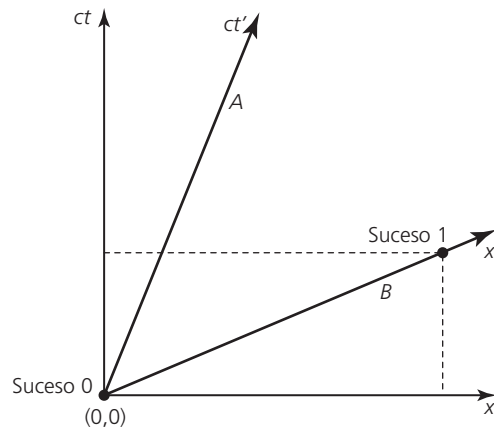


- c** La velocidad, v , del vagón es $0,70c$. Vladimir mide la longitud de la mesa junto a la que se sienta Natasha y es de 1,0 m.
- Calcula la longitud de la mesa medida por Natasha (3)
 - Explica qué observador mide la longitud propia de la mesa. (1)
- d** Según Vladimir, un reloj en reposo en el interior del vagón parecerá que funciona más lentamente que un reloj en reposo junto a él. Sin embargo, según Natasha, el reloj de Vladimir funcionará más lentamente que un reloj en reposo junto a ella.
- Explica en pocas palabras de qué forma conduce este fenómeno de dilatación del tiempo a la «paradoja de los gemelos», en la que uno de los gemelos emprende un viaje de ida y vuelta a una estrella lejana a una velocidad cercana a la de la luz mientras que el otro gemelo se queda en la Tierra. (3)
 - Enuncia cuál es la razón en la que se basa la resolución de la paradoja. (1)
- e** La comprobación experimental de la dilatación del tiempo proviene de la desintegración de los muones. Un pulso de muones producido por la radiación cósmica en las capas superiores de la atmósfera terrestre viaja a la Tierra con una velocidad de $0,96c$ (medida por un observador en reposo sobre la superficie terrestre). La semivida de los muones, medida en el sistema de referencia en el que los muones están en reposo, es $3,1 \times 10^{-6}$ s.
- Determina, para los muones, la distancia que habrá recorrido la Tierra hacia ellos una vez se hayan desintegrado la mitad de los muones del pulso. (1)
 - Calcula, para el observador terrestre, la distancia que habrá recorrido el pulso de muones hacia la Tierra una vez se hayan desintegrado la mitad de los muones del pulso. (2)
- f** Sugiere de qué forma tus respuestas a los apartados **e i** y **e ii** proporcionan pruebas que corroboran la teoría de la relatividad especial. (3)

- 4 Esta pregunta trata sobre diagramas de espacio-tiempo. Observa los dos diagramas de espacio-tiempo de la imagen inferior. Las líneas continuas azules representan las líneas de mundo de un muon que se forma en el Suceso 1 y que se desintegra en dos fotones en el Suceso 2. Los dos diagramas de espacio-tiempo se han dibujado de modo que tienen escalas idénticas aunque comienzan en instantes de tiempo distintos.



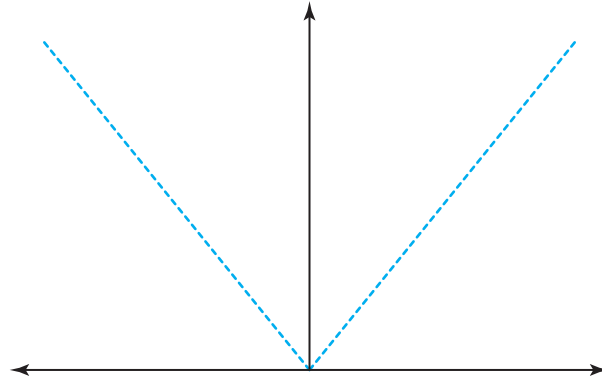
- a ¿Qué sistema de referencia corresponde al sistema de referencia en reposo del muon? (1)
 - b ¿Qué observador mide el tiempo propio entre los dos sucesos? Explica tu respuesta. (2)
 - c Explica por qué el intervalo de tiempo Δt es distinto del intervalo de tiempo $\Delta t'$. (3)
 - d El ángulo que forma la línea de mundo del muon con el eje x es 75° . Demuestra que la velocidad del muon según un observador en reposo en el sistema de referencia S es $0,27c$. (2)
 - e Según el observador situado en el sistema de referencia S el muon existe durante $2,2\mu s$. ¿Durante qué intervalo de tiempo existe el muon según un observador situado en el sistema de referencia S' ? (3)
 - f El muon se desintegra formando un electrón, un neutrino y un antineutrino. En este experimento el electrón es prácticamente estacionario. Dibuja las líneas de mundo del neutrino y del antineutrino si viajan en sentidos contrarios a lo largo de la dimensión x' a una velocidad que es prácticamente la de la luz. (3)
- 5 Esta pregunta trata sobre diagramas de espacio-tiempo y transformaciones de velocidad relativistas. Debes considerar el diagrama de espacio-tiempo que se muestra abajo, en el que se representan los sistemas de referencia A y B sobre el mismo diagrama.



- a ¿Qué se entiende por espacio-tiempo? (1)
- b ¿Son simultáneos los sucesos 0 y 1? Razona tu respuesta. (3)
- c Estima la velocidad de B con respecto a A mediante las medidas tomadas sobre el propio diagrama. (3)
- d En el suceso 0 hay un tercer observador, C . Según el observador B , C se mueve tras A con una velocidad de $0,300c$. Calcula la velocidad de C según el observador A utilizando tu respuesta al apartado **b**. (3)
- e Dibuja la línea de mundo para C sobre el diagrama de espacio-tiempo. (3)

Solo para Nivel superior

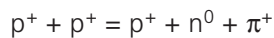
- 6 Esta pregunta trata sobre protones que viajan a través de un acelerador de partículas circular. Los protones son acelerados desde el reposo a través de un voltaje de 300 000 kV antes de ser inyectados hacia el anillo del acelerador de partículas.
- Calcula la velocidad de los protones cuando son inyectados en el anillo (3)
 - Demuestra que el momento de los protones es aproximadamente $0,8 \text{ GeV } c^{-1}$. (3)
 - A continuación los protones se aceleran en dos haces que viajan en sentidos contrarios alrededor del anillo y son acelerados hasta una velocidad de $0,97c$ antes de colisionar. Dibuja esquemáticamente sobre los ejes de la gráfica inferior la línea de mundo de uno de los protones cuando describe una órbita alrededor del anillo a una velocidad de $0,97c$ dibujada desde el sistema de referencia del laboratorio. (3)



- Calcula la energía total disponible cuando colisionan dos protones que viajan en sentidos contrarios. (3)
 - Según un observador situado en el sistema de referencia de uno de los protones, ¿a qué velocidad se aproxima el otro protón? (3)
- 7 Esta pregunta trata sobre energía y momento relativistas.
- La partícula A está en reposo respecto a un observador. Otra partícula idéntica, B, se mueve respecto al observador. Distingue entre la energía total de la partícula A y la energía total de la partícula B medidas por el observador. (2)
 - Dos protones viajan uno hacia el otro a lo largo de la misma línea recta en el vacío. La velocidad de cada protón (medida en el sistema de referencia del laboratorio) es $0,960c$.



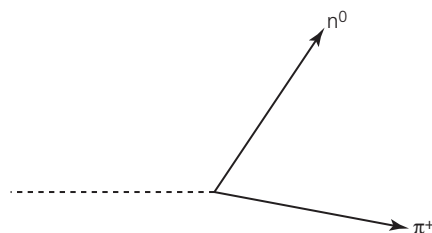
- Calcula la velocidad relativa de uno de los protones respecto al otro protón (2)
 - Demuestra que la energía total de uno de los protones, según un observador en reposo en el laboratorio, es $3,35 \text{ GeV}$. (2)
- c La colisión de los dos protones da lugar a la siguiente reacción:



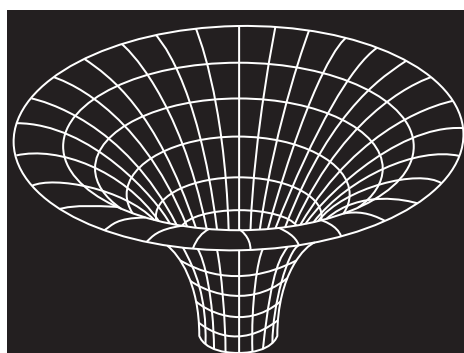
donde π^+ es una partícula denominada pion y tiene una masa en reposo de $140 \text{ MeV } c^{-2}$. La energía total del pion es 502 MeV . Determina, según un observador en reposo en el laboratorio:

- la energía total del protón formado más la energía total del neutrón formado en la colisión (2)
- el momento del pion. (2)

- d** En este diagrama se representan las trayectorias seguidas por el neutrón y el pion del apartado **c**. La línea discontinua representa la trayectoria de la colisión original de los protones del apartado **b**. Dibuja sobre el diagrama la dirección del protón formado en la colisión. (1)



- 8** Esta pregunta trata sobre la dilatación del tiempo en los satélites GPS. Un satélite GPS viaja en una órbita circular alrededor de la Tierra con un radio orbital de $20,4 \times 10^3$ km, de modo que viaja a $4,42 \text{ km s}^{-1}$. ($M_{\text{Tierra}} = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$, $r_{\text{Tierra}} = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$.)
- a** Los relojes de los satélites GPS experimentan una dilatación del tiempo respecto a los relojes de la superficie terrestre. Describe el significado del término *dilatación del tiempo*. (2)
- b** Calcula:
- i** la fracción de la velocidad de la luz a la que viaja el satélite (1)
- ii** el factor de Lorentz a esta velocidad. (2)
- c** Demuestra mediante las transformaciones de Lorentz que el tiempo registrado por el satélite debido a su movimiento relativo se retrasará aproximadamente $7 \times 10^{-6} \text{ s}$ cada 24,0 horas. (2)
- d** Explica con la ayuda de un diagrama el significado del término «desplazamiento hacia el azul por efecto gravitatorio». (3)
- e** Según la teoría de la relatividad general, los relojes de los satélites GPS funcionan más rápido que los relojes sobre la superficie terrestre.
- i** Supón que $g = 9,81 \text{ ms}^{-1}$. Utiliza la ecuación para el desplazamiento hacia el rojo por efecto gravitatorio para estimar la diferencia en el tiempo medido por los satélites GPS cuando transcurre 1 segundo medido en la Tierra. (3)
- ii** En un periodo de 24 horas, ¿cuánto se adelantan los relojes de los satélites GPS con respecto a los de la Tierra como consecuencia de los efectos de la relatividad general? (1)
- 9** El diagrama inferior ilustra la distorsión del espacio debida al campo gravitatorio de un agujero negro.



- a i** Describe lo que se entiende por *centro* y *superficie* de un agujero negro. (3)
- ii** Define el radio de Schwarzschild haciendo referencia a tu respuesta al apartado **a i**. (1)
- iii** Calcula el radio de Schwarzschild para un objeto con una masa de $2,0 \times 10^{31} \text{ kg}$ (diez masas solares). (2)
- iv** La ciencia ficción suele representar los agujeros negros como objetos que «se tragan» todo lo que hay en el universo. Una nave espacial viaja hacia el objeto del apartado **a iii** de manera que, si continuara en línea recta, su distancia de máxima aproximación sería de unos 10^7 m . Basándote en el diagrama y en tu respuesta al apartado **a iii**, di si el destino de la nave espacial es consistente con el destino que le espera según la ciencia ficción. (2)
- b** En 1979, Walsh, Carswell y Weymann descubrieron «dos» cuásares muy lejanos separados por un pequeño ángulo. El examen espectroscópico de las imágenes demostró que eran idénticos. Explica resumidamente cómo pueden corroborar la teoría de la relatividad general estas imágenes. (2)

Física para la ingeniería

IDEAS FUNDAMENTALES

- Las leyes fundamentales de la mecánica se pueden ampliar cuando se aplica el principio de equivalencia a la rotación. Los objetos reales tienen dimensiones y, por tanto, necesitan una ampliación del modelo de partícula puntual para tener en cuenta la posibilidad de que los distintos puntos de un objeto tengan diferentes estados de movimiento y/o diferentes velocidades.
- La primera ley de la termodinámica relaciona la variación en la energía interna de un sistema con la energía transferida y el trabajo realizado. La entropía del universo tiende hacia un máximo.
- A los fluidos no se les puede aplicar un modelo de partículas puntuales. Su respuesta a la compresión, distinta de la de los sólidos, genera un conjunto de características que requiere un estudio en profundidad.
- En el mundo real, los osciladores experimentan amortiguación, y sus implicaciones deben ser tenidas en cuenta.

14.1 (B1: Núcleo) Cuerpos rígidos y dinámica rotatoria

Las leyes fundamentales de la mecánica se pueden ampliar cuando se aplica el principio de equivalencia a la rotación. Los objetos reales tienen dimensiones y, por tanto, necesitan una ampliación del modelo de partícula puntual para tener en cuenta la posibilidad de que los distintos puntos de un objeto tengan diferentes estados de movimiento y/o diferentes velocidades

En el Capítulo 2 vimos el movimiento de *traslación*, en el que las velocidades lineales de los objetos varían por la acción de las fuerzas resultantes, dando lugar a aceleraciones y cambios de posición. Las tres leyes del movimiento de Newton se utilizaron en el Capítulo 2 para describir y predecir el movimiento de las masas en términos de las fuerzas que actúan sobre ellas.

En esta sección consideraremos cómo se pueden aplicar ideas similares a objetos que pueden rotar. Una **rotación** es el movimiento circular de un objeto alrededor de un punto o un eje. Si el centro de rotación se encuentra en el interior del objeto, este se puede describir como *objeto giratorio*. Si el eje se encuentra en el exterior del objeto, este se puede describir como *objeto en revolución*. Véase la Figura 14.1. Las observaciones y las medidas realizadas en atracciones de feria ofrecen datos interesantes que se pueden utilizar en esta sección.



■ **Figura 14.1**

En muchas atracciones de feria se producen movimientos de giro y de revolución



La rama de la física y de la ingeniería que trata del movimiento de los objetos rotatorios se denomina **dinámica rotatoria**. En este capítulo estudiaremos únicamente **cuerpos rígidos**, es decir, objetos que mantienen su forma.

Este tema tiene muchas aplicaciones, entre las que se encuentran las máquinas, los generadores eléctricos y los motores (la mayoría implican rotaciones continuas, incluyendo las transferidas al movimiento fácilmente observable de los volantes, las hélices y los aerogeneradores), balones, planetas, galaxias y estrellas.

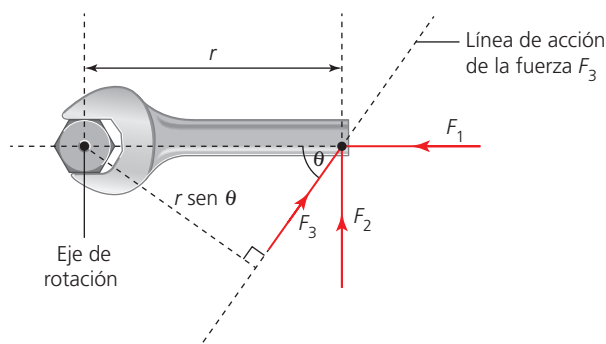
■ Momento de torsión

En cualquier situación en la que es posible una rotación es importante identificar primero el lugar respecto al que se puede producir la rotación. En la mayoría de los casos aparece un **eje de rotación**. (Los términos *pivote*, *bisagra* y *fulcro* también se utilizan ampliamente para diversas situaciones en las que la rotación no es completa o continua).

La **línea de acción** de una fuerza es una línea recta que indica la dirección en la que se aplica la fuerza. Cualquier fuerza aplicada a un objeto cuya línea de acción no se encuentra a través del eje de rotación tiende a iniciar o cambiar el movimiento de rotación, siempre que sea posible.

Claramente, fuerzas de mayor módulo tenderán a producir aceleraciones más elevadas, pero la línea de acción (dirección) de la fuerza también desempeña un papel muy importante. Véase la Figura 14.2.

■ **Figura 14.2**
Fuerzas de igual módulo y distintas direcciones



De las tres fuerzas que se representan en la Figura 14.2, F_1 no tiene efecto giratorio porque su línea de acción se encuentra a través del eje de rotación. F_2 tiene el mayor efecto giratorio porque su línea de acción es perpendicular a una línea que une su punto de aplicación con el eje. El efecto de F_3 se encuentra entre estos dos extremos. El efecto giratorio también depende de la distancia, r , desde el eje de rotación a la línea de acción de la fuerza.

En general, el «efecto giratorio» de una fuerza, F , se denomina **momento de torsión**, Γ , y depende del módulo de la fuerza y de la distancia perpendicular desde el eje de rotación a la línea de acción de la fuerza (a veces denominada *brazo de palanca*). En la Figura 14.2 se representa esta distancia para la fuerza F_3 como $r \sin \theta$, donde θ es el ángulo entre la línea de acción de la fuerza y una línea que une el punto de aplicación de la fuerza al eje de rotación; r es la distancia desde el eje de rotación al punto de aplicación de la fuerza. El momento de torsión se define de la manera siguiente:

$$\Gamma = Fr \sin \theta$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

En algunas circunstancias, el momento de torsión también se denomina **momento** de una fuerza. Su unidad es el N m (no el N m^{-1}), pero fíjate en que *no* es equivalente a la unidad de energía, el julio, que también tiene las unidades N m.

Ejemplo resuelto

- 1 Considera la Figura 14.2.
 - a Si $r = 48$ cm, ¿qué momento de torsión produce una fuerza de 35 N aplicada a lo largo de la línea de acción de F_2 ?
 - b ¿Qué valor de F_3 produciría el mismo momento de torsión que en (a) si el ángulo $\theta = 37^\circ$?

$$\begin{aligned} \text{a } \Gamma &= Fr \sin \theta \\ &= 35 \times 0,48 \times \sin 90^\circ \\ &= 17 \text{ N m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b } 17 &= F_3 \times 0,48 \times \sin 37^\circ \\ F_3 &= \frac{17}{0,29} = 59 \text{ N} \end{aligned}$$

Combinación de momentos de torsión

Un momento de torsión es una magnitud vectorial, aunque solo nos ocuparemos de si tiende a producir un movimiento en sentido horario o antihorario.

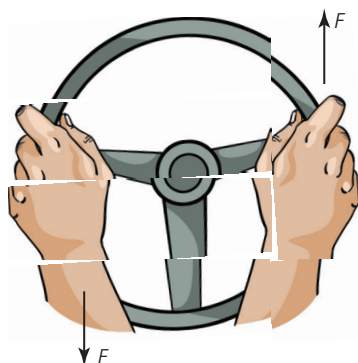
Cuando actúa más de un momento de torsión sobre un cuerpo, el momento de torsión resultante se puede determinar mediante la suma de estos, pero los momentos de torsión en sentido horario y antihorario se oponen, de manera que se debe tener en cuenta el «sentido» de los momentos de torsión cuando se determina la resultante. (Esto se expresa a veces como **principio de los momentos**).

Pares de fuerzas

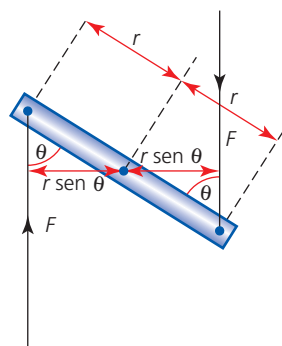
Se denomina par al conjunto de dos fuerzas de igual módulo y distintas líneas de acción paralelas entre sí y que actúan en sentidos contrarios, tendiendo a provocar una rotación.

Un par produce una fuerza resultante nula sobre un objeto, de manera que no hay aceleración de traslación, ya que el objeto permanece en la misma ubicación. En la Figura 14.3 se muestra un ejemplo característico, un par utilizado para girar un volante. Otros ejemplos en los que se utiliza un par de fuerzas son: las fuerzas aplicadas para girar un grifo, las fuerzas sobre una barra imantada situada en un campo magnético, las fuerzas sobre los pedales de una bicicleta y las fuerzas sobre un motor en rotación (rotor).

El módulo del momento de torsión proporcionado por un par de fuerzas es simplemente el doble del módulo del momento de torsión proporcionado por cada una de las dos fuerzas individuales, $\Gamma = 2 F r \sin \theta$. Véase la Figura 14.4.



■ **Figura 14.3** Un par de fuerzas utilizado para girar un volante



■ **Figura 14.4** Cálculo del momento de torsión proporcionado por un par de fuerzas

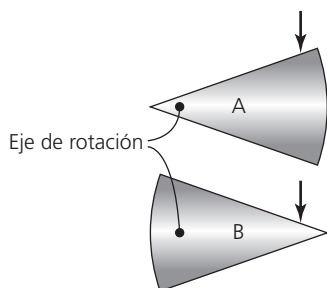
Si sobre un objeto (que se puede mover libremente en cualquier dirección) actúa una única fuerza pero no a través de su centro de masa, el objeto tiende a cambiar tanto su movimiento de rotación como su movimiento de traslación.

- 1 Se necesita un momento de torsión de 48 N para aflojar una tuerca de una máquina. ¿Cuál es la mínima fuerza con la que se puede conseguir aflojar la tuerca si la longitud de la llave inglesa utilizada es de 23 cm?
- 2 **a** Determina el momento de torsión proporcionado por el par de fuerzas representado en la Figura 14.4 sabiendo que la fuerza es 42 N, $r = 8,3$ cm y el ángulo θ es 53° .
b Esboza una gráfica donde se represente la variación del momento de torsión cuando el objeto se desplaza desde una posición horizontal a una vertical (supón que las direcciones de las fuerzas no cambian).
- 3 Considera la Figura 14.4. ¿Depende el módulo del momento de torsión proporcionado por el par de fuerzas de la posición del eje de rotación? Razona tu respuesta.

■ Momento de inercia

Denominamos **inercia** a la propiedad de un objeto que le permite resistir los cambios de movimiento (aceleraciones). La inercia de un objeto en movimiento de *traslación* depende únicamente de su masa (se supone que sobre el objeto no actúa ninguna otra fuerza, como la fricción). En otras palabras, las masas más grandes necesitan fuerzas también más grandes (que las masas más pequeñas) para producir aceleraciones iguales. Decimos que las masas más grandes tienen inercias mayores y que la masa se puede considerar una medida de la inercia. La primera y la segunda ley de Newton se pueden expresar en términos de inercia, pero el concepto de inercia no se incluyó en el Capítulo 2, cuando se introdujeron las leyes de Newton.

■ **Figura 14.5**
Los distintos ejes pueden producir momentos de inercia distintos para el mismo objeto



La resistencia al movimiento rotatorio también depende de la masa del objeto y de cómo se distribuye la masa sobre el eje de rotación. Considera la Figura 14.5. El objeto A requiere más fuerza para producir una aceleración determinada que el objeto B, que tiene la misma masa pero forma un eje de rotación diferente.

La resistencia a un cambio del movimiento rotatorio de un objeto se cuantifica como su **momento de inercia**, I , que depende de la distribución de masa alrededor del eje de rotación elegido.

El objeto más simple que podemos considerar es una *masa puntual*. El momento de inercia de una masa puntual, m , que rota a una distancia r de su eje de rotación viene dado por:

$$I = mr^2$$

La unidad para el momento de inercia es el kg m^2 . Se puede considerar que la mayoría de los objetos esféricos se comportan como masas concentradas en sus puntos centrales.

Naturaleza de la ciencia

Partículas puntuales

El concepto de *partícula puntual* (también llamada a veces partícula «ideal») se utiliza ampliamente en física, por ejemplo, en el ámbito de los campos gravitatorios y eléctricos. Una partícula puntual no ocupa espacio y cuando decimos que una masa real se comporta como una partícula puntual estamos sugiriendo que no necesitamos preocuparnos por su forma o su tamaño reales. Por ejemplo, una masa que se comporta como una masa puntual tiene propiedades que dependen solo del módulo de esa masa.

El concepto de partícula puntual simplifica la física asociada a cualquier teoría. Se trata de un supuesto razonable para una partícula que se encuentra relativamente lejos, y puede ser válido para las partículas esféricas y homogéneas bajo la mayoría de circunstancias. Y, aunque el supuesto no sea razonable, la teoría fundamental se puede adaptar de manera que encaje con las circunstancias individuales.

Ejemplo resuelto

2 ¿Cuál es el momento de inercia de un péndulo simple de 10 g de masa y una longitud de 75 cm?

$$\begin{aligned} I &= mr^2 \\ &= 0,01 \times 0,75^2 \\ &= 5,6 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2 \text{ (suponiendo que se puede considerar que el péndulo actúa como una masa puntual).} \end{aligned}$$

El momento de inercia de cualquier masa real no puntual se puede determinar mediante la suma de los momentos de inercia de sus partículas individuales. Este concepto viene representado por:

$$I = \Sigma mr^2$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física* (el símbolo Σ significa «suma de»).

Esta ecuación se puede utilizar para determinar el momento de inercia de varias formas geométricas distintas. A continuación se dan algunos ejemplos, pero no es necesario recordarlos o saber cómo se han obtenido porque las ecuaciones se proporcionarán junto con los enunciados de las preguntas de examen en caso necesario:

- esfera sólida de radio r sobre un eje a través de su centro: $\frac{2}{5}mr^2$
- cilindro sólido o disco de radio r con un eje central (paralelo a los lados): $\frac{1}{2}mr^2$
- cilindro hueco de paredes delgadas de radio r con un eje central (paralelo a los lados): mr^2
- varilla fina de longitud L , eje perpendicular a la varilla a través del centro: $\frac{1}{12}mL^2$
- varilla fina de longitud L , eje perpendicular a la varilla a través del extremo: $\frac{1}{3}mL^2$

Aplicaciones

Volantes

Los volantes están diseñados para tener momentos de inercia elevados. Se añaden a los ejes de la maquinaria rotatoria para resistir los cambios de movimiento y/o almacenar energía cinética de rotación. Se utilizan en la maquinaria moderna, pero en la Figura 14.6 se representa un ejemplo de otra época, un torno (o rueda) de alfarero. La rueda inferior, de mayor tamaño, se impulsa con el pie durante un rato, hasta que el sistema gira rápidamente. Después ya no hace falta seguir pedaleando continuamente gracias a que tiene un momento de inercia elevado.

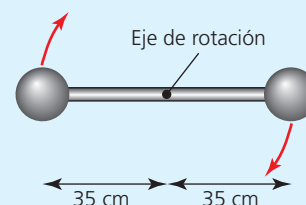


■ **Figura 14.6** Un volante sobre un torno de alfarero

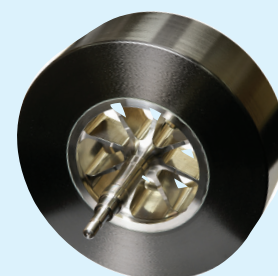
Los volantes pueden ser útiles para mantener la rotación en máquinas que no disponen de una alimentación eléctrica continuada. Para este propósito necesitan ser capaces de almacenar cantidades relativamente elevadas de energía cinética.

- 1 Estima la energía cinética almacenada en un volante de masa 100 kg y radio 30 cm sabiendo que gira a 50 revoluciones por segundo. (Utiliza la ecuación $E_C = \frac{1}{2}I\omega^2$, que se explica más adelante en esta misma sección).

- 4 Dibuja diagramas donde se representen las formas y los ejes de rotación de los cinco momentos de inercia distintos de la lista anterior.
- 5 Estima el momento de inercia de la Tierra en su órbita alrededor del Sol (masa de la Tierra $\approx 6 \times 10^{24}$ kg, distancia al Sol ≈ 150 Mkm).
- 6
 - a ¿Cuál es el momento de inercia de una pelota de golf giratoria de masa 46 g y radio 21 mm?
 - b ¿Qué supuesto has tenido en cuenta en tu respuesta al apartado (a)?
- 7
 - a Sugiere por qué se puede utilizar la ecuación $I = mr^2$ para aproximar el momento de inercia de una rueda de bicicleta.
 - b Calcula el valor del momento de inercia de una rueda de bicicleta convencional estimando en primer lugar su masa y su radio.
- 8 En la Figura 14.7 se representa una disposición en la que dos masas esféricas, cada una de 2,0 kg, rotan alrededor de un eje que se encuentra a 35 cm de los centros de ambas masas.
 - a Determina el momento de inercia total de esta disposición sabiendo que la varilla tiene una masa de 400 g y una longitud de 56 cm.
 - b ¿En qué porcentaje contribuye la varilla al momento de inercia total del sistema?
- 9 El volante representado en la Figura 14.8 se puede considerar un cilindro de acero (densidad 7800 kg m^{-3}) de radio externo 40 cm y altura 12 cm sin la sección central (de radio externo 18 cm).
 - a Utiliza esta simplificación para estimar su momento de inercia. Ignora la estructura de soporte.
 - b Investiga una posible aplicación práctica de un volante y explica con detalle por qué se utiliza.



■ **Figura 14.7**



■ **Figura 14.8** Volante

■ Equilibrio de rotación y de traslación

Si un objeto permanece en reposo o continua moviéndose exactamente de la misma forma se dice que está en *equilibrio*.

El equilibrio *de traslación* se produce cuando no hay fuerza resultante neta que actúe sobre un objeto, de manera que permanece estacionario (inmóvil) o continúa moviéndose a velocidad constante (es decir, en línea recta a velocidad constante).

El equilibrio *de rotación* se produce cuando no hay momento de torsión resultante actuando sobre un objeto, de manera que permanece estacionario (inmóvil) o continúa rotando a velocidad angular constante.

■ Aceleración angular

Recordemos del Capítulo 6 que la **velocidad angular** de un objeto en rotación uniforme se puede calcular a partir de:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*. La unidad para la velocidad angular son los rad s^{-1} .

Si un objeto experimenta un momento de torsión resultante, tendrá una aceleración angular (una variación en su velocidad angular).

La aceleración angular, α , se define como la tasa de cambio de la velocidad angular con el tiempo:

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Así, cuando la velocidad angular varía desde ω_i a ω_f en un tiempo, t , la aceleración angular, α , viene dada por:

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{t}$$

o:

$$\omega_f = \omega_i + \alpha t$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*. Es comparable a $v = u + at$ para el movimiento de traslación.

La aceleración angular se mide en la unidad rad s^{-2} .

Relación entre la aceleración angular y la aceleración lineal

En el Capítulo 6 estudiamos que:

$$v = \omega r$$

de manera que:

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\Delta v}{r\Delta t}$$

o:

$$\alpha = \frac{a}{r}$$

Esta ecuación no figura en el *Apéndice de datos de Física*.

■ Ecuaciones del movimiento de rotación en el caso de aceleración angular uniforme

Las ecuaciones siguientes se utilizaron en el Capítulo 2 para describir el movimiento de traslación en el caso de aceleración lineal constante:

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$v^2 = u^2 + 2as$$

Ya hemos detectado similitudes entre los conceptos y las ecuaciones utilizados en la mecánica rotatoria y en la lineal, y podemos continuar la **analogía** escribiendo dos ecuaciones más que describen el movimiento rotatorio con *aceleración angular constante*:

$$\theta = \omega_i t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\theta$$

Estas ecuaciones figuran en el *Apéndice de datos de Física*.

- 10 La circunferencia del London Eye (Figura 14.9) puede girar continuamente a una velocidad de 26 cm s^{-1} y su radio es de 60 m .
 - a Calcula su velocidad angular.
 - b Calcula cuántos minutos tarda en completar una revolución.
- 11 La llanta externa de una rueda de bicicleta de radio 32 cm tiene una aceleración lineal de $0,46 \text{ m s}^{-2}$.
 - a ¿Cuál es la aceleración angular de la llanta?
 - b Si comienza desde el reposo, ¿cuánto tiempo tarda la rueda en acelerar hasta una velocidad de tres revoluciones por segundo?
- 12 Una rueda se acelera desde el reposo durante $5,0 \text{ s}$ a $5,2 \text{ rad s}^{-2}$.
 - a ¿Cuál es su velocidad angular una vez transcurridos los 5 s ?
 - b ¿Cuál es su desplazamiento angular total a lo largo de este intervalo de tiempo?
 - c ¿Cuántas rotaciones completa en 5 s ?
 - d Al cabo de $5,0 \text{ s}$ se retira el momento de torsión y la rueda decelera a una tasa constante para acabar quedándose estacionaria (inmóvil) de nuevo transcurridos $18,2 \text{ s}$. ¿Cuántas rotaciones se habrán completado durante este tiempo?
- 13 Una paleta de ventilador rotatoria tiene una velocidad angular de $7,4 \text{ rad s}^{-1}$. A continuación se acelera durante $1,8 \text{ s}$ y el desplazamiento angular producido es de $26,1 \text{ rad}$. Calcula su aceleración angular.
- 14 Una máquina giratoria que gira a 3000 revoluciones por minuto (rpm) se acelera hasta 6000 rpm, completando un total de 12 revoluciones.
 - a Convierte 3000 rpm a rad s^{-1} .
 - b ¿Cuál es la aceleración angular?

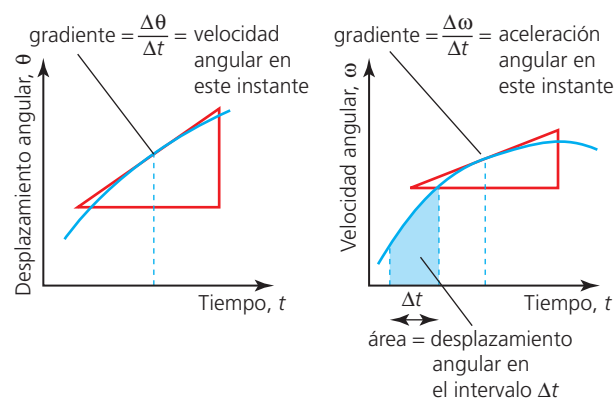


■ Figura 14.9 El London Eye

Gráficas de movimiento rotatorio

También podemos emplear analogías con la mecánica lineal cuando interpretamos gráficas de movimiento rotatorio. Véase la Figura 14.10.

■ Figura 14.10 Interpretación de las gráficas de movimiento rotatorio



■ Segunda ley de Newton aplicada al movimiento angular

En el caso del movimiento de traslación, la segunda ley de Newton afirma que cuando una fuerza resultante, F , actúa sobre un objeto de masa, m , produce una aceleración lineal, a , que viene dada por:

$$F = ma$$

Se pueden aplicar ideas similares al movimiento *rotatorio*; cuando un momento de torsión resultante, Γ , actúa sobre un objeto con momento de inercia, I , produce una aceleración angular, α :

$$\Gamma = I\alpha$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

Ejemplo resuelto

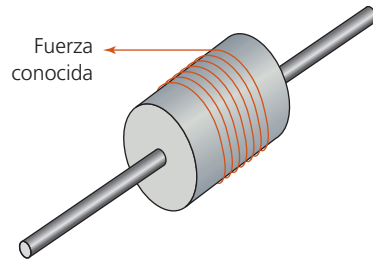
- 3 a Sobre un sistema cuyo momento de inercia es $0,54 \text{ kg m}^2$ actúa un momento de torsión resultante de $0,76 \text{ N m}$. ¿Qué aceleración produce?
 b Si el sistema ya estaba rotando a $1,7 \text{ rad s}^{-1}$, ¿cuál es su máxima velocidad angular si el momento de torsión se aplica durante 3 s exactamente?
 c ¿Qué supuestos has tenido en cuenta para resolver estos problemas?

- a $\Gamma = I\alpha$
 $\alpha = \frac{\Gamma}{I} = \frac{0,76}{0,54} = 1,4 \text{ rad s}^{-2}$
 b $\omega_f = \omega_i + \alpha t = 1,7 + (1,4 \times 3,0) = 5,9 \text{ rad s}^{-1}$
 c Sobre el sistema no actúan fuerzas de fricción.



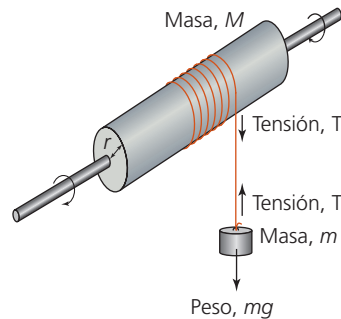
Esta ecuación se puede utilizar para la determinación experimental del momento de inercia. Por ejemplo, véase la Figura 14.11 (y la Figura 14.12). El momento de inercia del sistema se puede calcular si se puede determinar la aceleración angular producida por una fuerza conocida.

■ **Figura 14.11**
 Rotación de un cilindro con una fuerza constante



Ejemplo resuelto

- 4 En la figura 14.12 se representa una masa que cae, m , sujeta a una cuerda que está enrollada alrededor de un cilindro de radio r y momento de inercia $\frac{1}{2}Mr^2$. Obtén una ecuación para la aceleración hacia abajo de la masa.



■ **Figura 14.12**

El momento de torsión que actúa sobre el cilindro,

$$\Gamma = Tr = I\alpha = \frac{1}{2}Mr^2 \times \frac{a}{r}$$

$$T = \frac{1}{2} \times \frac{Mr^2}{r} \times \frac{a}{r} = \frac{1}{2}Ma$$

la fuerza resultante que actúa sobre la masa que cae, $F = mg - T$

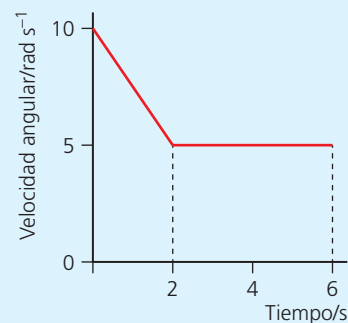
$$\text{la aceleración lineal de la masa que cae, } a = \frac{F}{m} = \frac{mg - T}{m}$$

$$= \frac{mg - \frac{1}{2}Ma}{m}$$

Reagrupando obtenemos:

$$a = \frac{mg}{m + \frac{1}{2}M}$$

- 15 Calcula el momento de inercia de un sistema que se acelera desde 500 rpm (revoluciones por minuto) hasta 1500 rpm en 1,3 s cuando se aplica un momento de torsión resultante de 98 N m.
- 16 Considera la Figura 14.11. Cuando se aplica una fuerza constante de 25 N durante 2,0 s, el cilindro rotatorio se acelera desde el reposo hasta recorrer un ángulo total de 22,4 radianes.
- ¿Cuál es la aceleración angular?
 - Determina el momento de inercia del sistema si el radio del cilindro es de 4,4 cm.
- 17 Un par de fuerzas está formado por dos fuerzas paralelas de 26 N separadas por una distancia de 8,7 cm. Si este par de fuerzas proporciona el momento de torsión resultante a un sistema rotatorio cuyo momento de inercia es 17,3 kg m², determina la aceleración angular producida.
- 18 Se aplica un momento de torsión de 14,0 N m a una rueda inmóvil, pero las fuerzas resistivas proporcionan un momento de torsión en sentido opuesto de 6,1 N m. Calcula la velocidad angular al cabo de 2,0 s sabiendo que la rueda tiene un momento de inercia de 1,2 kg m².
- 19 Los fabricantes de coches suelen citar en las características del vehículo la potencia de salida y el momento de torsión máximo proporcionado. Establece cuáles son las relaciones entre estas dos cantidades.
- 20 Esboza una gráfica de desplazamiento angular para el siguiente movimiento rotatorio: un objeto rota a 3 rad s⁻¹ durante 4 s, a continuación decelera rápidamente y permanece inmóvil durante los 6 s siguientes. La rotación se invierte de manera que se acelera hasta volver a su posición inicial al cabo de un tiempo total de 15 s.
- 21 En la Figura 14.13 se representa la variación de la velocidad angular de un objeto durante 6 s.
- ¿Cuál es la aceleración angular durante los primeros 2 s?
 - ¿Cuál es el ángulo total que ha rotado el objeto en 6 s?
- 22 Considera la Figura 14.12. ¿Qué masa, m , tendrá una aceleración lineal de 2,5 m s⁻² cuando actúa sobre un cilindro de 8,3 kg?



■ Figura 14.13

■ Conservación del momento angular

El **momento angular**, L , de un objeto en rotación es el equivalente rotatorio del momento lineal. Depende del momento de inercia, I , del objeto y de su velocidad angular, ω . Se define de la manera siguiente:

$$L = I\omega$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*. La unidad para el momento angular es el kg m² s⁻¹.

Ejemplo resuelto

- 5 Una esfera de 2,1 kg de masa y 38 cm de radio rota a una velocidad de 44 rpm. ¿Cuál es su momento angular?

$$\begin{aligned} L &= I\omega = \frac{2}{5}mr^2 \times \frac{2\pi}{T} = \frac{2}{5} \times 2,1 \times 0,38^2 \times 2 \times \frac{\pi}{60/44} \\ &= 0,56 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$



■ Figura 14.14
Patinaje artístico sobre hielo

En el Capítulo 2 se demostró que la ley de conservación del momento, que no tiene excepciones, era muy útil a la hora de predecir el resultado de las interacciones entre masas que se ejercen fuerzas mutuamente. Análogamente, la ley de conservación del momento angular (tal como se enuncia a continuación) no tiene excepciones y se puede utilizar para predecir cambios en los sistemas rotatorios.

El momento angular total de un sistema sobre el que no actúan fuerzas externas es constante.

Por ejemplo, las personas que hacen patinaje artístico sobre hielo (Figura 14.14), los gimnastas y los bailarines de ballet pueden rotar más rápido acercando los brazos y las piernas al eje de rotación de su cuerpo. De esta manera disminuye su momento de inercia y, como su momento angular es constante (si suponemos que no actúan fuerzas significativas), su velocidad angular debe aumentar.

Ejemplo resuelto

- 6 Un disco de metal sólido de masa 960 g y radio 8,8 cm rota a $4,7 \text{ rad s}^{-1}$.
- Calcula el momento de inercia del disco.
 - Calcula la nueva velocidad angular después de dejar caer una masa de 500 g rápidamente y con cuidado sobre el disco a una distancia de 6,0 cm del centro.

$$\begin{aligned} \text{a } I &= \frac{1}{2}mr^2 = \frac{1}{2} \times 0,96 \times (8,8 \times 10^{-2})^2 \\ &= 3,7 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2 \end{aligned}$$

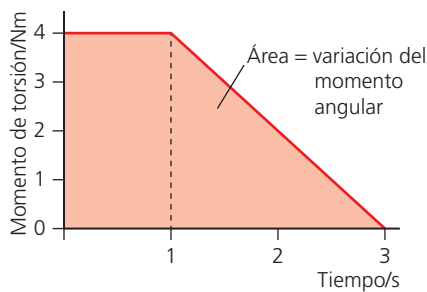
$$\begin{aligned} \text{b } \text{Momento de inercia de la masa añadida} &= mr^2 = 0,5 \times (6,0 \times 10^{-2})^2 \\ &= 1,8 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2 \end{aligned}$$

$$L = I\omega = \text{constante}$$

$$(3,7 \times 10^{-3}) \times 4,7 = ((3,7 \times 10^{-3}) + (1,8 \times 10^{-3})) \times \omega$$

$$\omega = 3,2 \text{ rad s}^{-1}$$

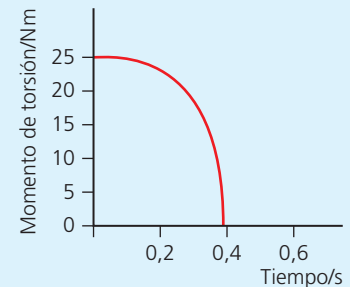
■ **Figura 14.15**
Ejemplo de gráfica momento de torsión-tiempo

**Gráficas momento de torsión-tiempo**

En el Capítulo 2 estudiamos que el área bajo una gráfica fuerza-tiempo equivale a la variación del momento del sistema (impulso). De forma análoga, en la dinámica rotatoria, el área bajo una gráfica momento de torsión-tiempo es igual a la variación en el momento angular y esto se cumple para cualquier forma de gráfica. Consideremos la Figura 14.15.

$$\begin{aligned} \text{Área bajo la gráfica} &= \text{variación del momento angular} \\ &= (4,0 \times 1,0) + \frac{1}{2}(4,0 \times 2,0) = 8,0 \text{ Nm s (o kg m}^2 \text{ s}^{-1}). \end{aligned}$$

- 23 Un tiovivo sin motor de radio 4,0 m y momento de inercia 1200 kg m^2 rota con una velocidad angular de $0,56 \text{ rad s}^{-1}$. Un niño de masa 36 kg está de pie cerca del tiovivo y decide saltar sobre su borde.
- Calcula la nueva velocidad angular del tiovivo.
 - Discute si el tiovivo volverá o no a su velocidad original si el niño salta de nuevo para salir del tiovivo.
- 24 Las estrellas de neutrones son los remanentes colapsados de otras estrellas mucho más grandes. ¿Por qué tienen velocidades de rotación tan extremadamente elevadas?
- 25 En la Figura 14.16 se representa la variación del momento de torsión aplicado a un sistema inmóvil cuyo momento de inercia es $0,68 \text{ kg m}^2$.
- Estima la variación del momento angular del sistema.
 - ¿Cuál es su velocidad angular final?



■ **Figura 14.16**

Energía cinética de rotación

La energía cinética de traslación se puede calcular a partir de la ecuación $\frac{1}{2}mv^2$. Análogamente, la energía cinética de rotación se puede calcular a partir de:

$$E_{\text{Crot}} = \frac{1}{2}I\omega^2$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

Es frecuente que los objetos posean tanto energía cinética de rotación como energía cinética de traslación simultáneamente; las ruedas de un vehículo en movimiento son un buen ejemplo. Las moléculas de gas también poseen ambos tipos de energía cinética.

Ejemplo resuelto

- 7 Calcula la energía cinética de rotación de una moneda lanzada al aire con masa 8,7 g, radio 7,1 mm y que completa una rotación en 0,52 s.

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times \frac{1}{0,52} = 12 \text{ rads}^{-1}$$

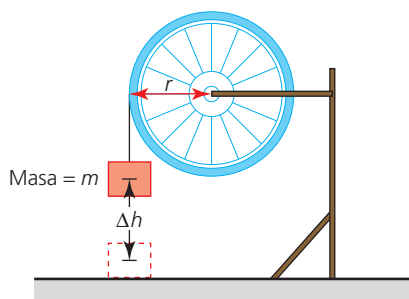
$$I = \frac{1}{2}mr^2 = \frac{1}{2} \times (8,7 \times 10^{-3}) \times (7,1 \times 10^{-3})^2 = 2,2 \times 10^{-7} \text{ kg m}^2$$

$$E_{\text{Crot}} = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2} \times (2,2 \times 10^{-7}) \times 12^2 = 1,6 \times 10^{-5} \text{ J}$$



El momento de inercia de un objeto (como una rueda) montado sobre un eje se puede determinar experimentalmente como se muestra en la Figura 14.17. Como ya vimos, se trata de un experimento simple siempre y cuando se disponga de una fuerza constante. Si no, se puede utilizar una aproximación basada en la conservación de la energía, como se explica a continuación.

■ **Figura 14.17**
Determinación del momento de inercia de una rueda



En la Figura 14.17 se enrolla una cuerda alrededor de la parte externa de una rueda; cuando la masa que está sujeta a la cuerda cae, la rueda empieza a rotar y se produce un momento de torsión. Se debe medir la velocidad angular de la rueda cuando la masa ha caído una distancia conocida. La grabación en video de este tipo de experimento de movimiento puede ser muy práctica a la hora de obtener datos.

Cuando la masa ha caído una distancia, Δh , ha transferido energía potencial gravitatoria, $mg\Delta h$, en forma de energía cinética a sí misma y a la rueda en rotación.

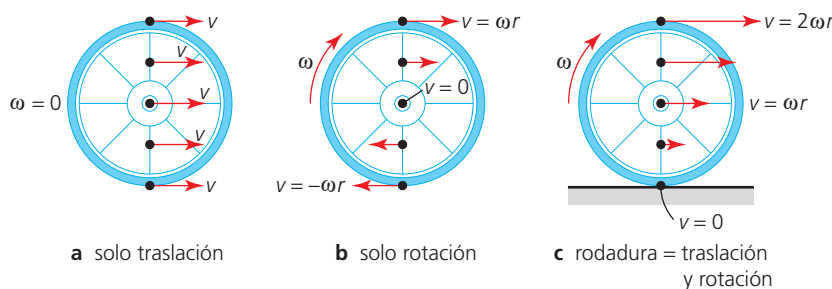
$$mg\Delta h = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

Rodadura

Una forma muy común de rotación es la de un objeto que rueda, como la rueda de una bicicleta. La rodadura es una combinación de movimiento de traslación y de rotación. La rodadura sobre una superficie horizontal no es posible si no hay fricción: sin ella, un objeto solo puede deslizarse y resbalar. En esta sección solo consideraremos la rodadura *sin* deslizamiento.

La Figura 14.18 muestra los vectores de las velocidades en ciertos lugares de una rueda.

■ **Figura 14.18**
Distintos movimientos de una rueda (de radio r)



- En (a) la rueda representada *no* rota pero se desplaza hacia la derecha con un movimiento de traslación. En esta situación, poco habitual, todas las partes de la rueda poseen la misma velocidad lineal de traslación simultáneamente.
- En (b) la rueda rota pero *no* cambia de posición. Tal vez no hay fricción o la rueda no está tocando el suelo. No hay movimiento de traslación. Todas las partes de la rueda poseen la misma velocidad *angular*, ω , pero cualquier velocidad *lineal* instantánea, v , depende de la ubicación del punto sobre la rueda ($v = \omega r$).
- En (c) la rueda rota y se desplaza a la vez hacia la derecha. La velocidad *lineal* de traslación de la rueda es igual a la velocidad de un punto situado sobre la circunferencia ($v = \omega r$).

Dado que suponemos que no se produce deslizamiento de la rueda sobre la superficie cuando toca al suelo, el punto más bajo de la rueda debe permanecer inmóvil instantáneamente:

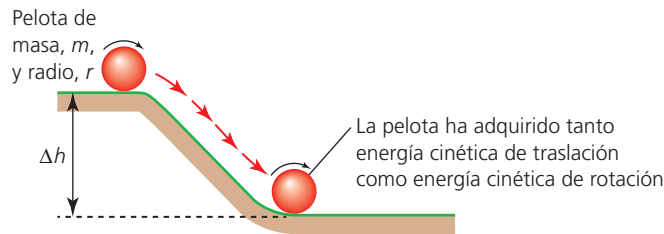
- velocidad de la parte inferior de la rueda = velocidad lineal hacia la derecha $+ \omega r$, + velocidad de un punto en la parte inferior de la rueda, $- \omega r$, = 0
- velocidad de la parte superior de la rueda = velocidad lineal hacia la derecha, $+ \omega r$, + velocidad de un punto en la parte superior de la rueda, $+ \omega r$, = $2\omega r$

Rodadura por una pendiente

Un objeto, como una pelota o una rueda, que rueda por una colina transfiere su energía potencial gravitatoria tanto en forma de energía cinética de traslación como de energía cinética de rotación. Véase la Figura 14.19.

$$mg\Delta h = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

■ **Figura 14.19**
Rodadura por una pendiente



Esto significa que, en la parte inferior de una pendiente sin fricción, un objeto deslizante alcanzaría una velocidad más elevada que un objeto rodante. Además, los objetos rotatorios con momentos de inercia mayores viajarán más lentamente en la parte inferior de la misma pendiente. Si el ángulo de inclinación de la pendiente es muy elevado (es muy escarpada) la rodadura no será posible. Estas variaciones pueden ofrecer las bases para los estudios de laboratorio.

Consideremos el ejemplo de una esfera sólida, para la cual $I = \left(\frac{2}{5}\right)mr^2$, recordemos que $v = \omega r$, la ecuación anterior se convierte en:

$$mg\Delta h = \frac{1}{2}m\omega^2 r^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}\right)mr^2\omega^2 = \frac{7}{10}\omega^2 r^2$$

Fíjate en que, con los supuestos que hemos tenido en cuenta, la velocidad angular en la parte inferior de la pendiente no depende ni del ángulo de la pendiente ni de la masa de la pelota.

Comparación entre los conceptos y las ecuaciones de la mecánica lineal y rotatoria

En la tabla 14.1 se resumen todos los conceptos y las ecuaciones de la mecánica rotatoria que se han estudiado en esta sección y se comparan con los conceptos análogos de la mecánica lineal que se estudiaron en el Capítulo 2. Los elementos en negrita figuran en el *Apéndice de datos de Física*.

■ **Tabla 14.1**
Resumen de los conceptos y las ecuaciones de la mecánica lineal y rotatoria

Mecánica lineal	Mecánica rotatoria
desplazamiento, s	desplazamiento angular, θ
velocidad inicial, $u = \frac{\Delta s}{\Delta t}$	velocidad angular inicial, $\omega_i = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$
velocidad final, v	velocidad angular final, ω_f
aceleración, $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$	aceleración angular, $\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$
$v = u + at$	velocidad angular, $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$
$s = \left(\frac{u+v}{2}\right)t$	$\omega_f = \omega_i + \alpha t$
$s = ut + \frac{1}{2}at^2$	$\theta = \left(\frac{\omega_i + \omega_f}{2}\right)t$
$v^2 = u^2 + 2as$	$\theta = \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
fuerza, F	$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\theta$
masa, m	momento de torsión, $\Gamma = Fr \text{ sen } \theta$
$F = ma$	momento de inercia, $I = \sum mr^2$
momento lineal, $p = mv$	$\Gamma = I\alpha$
el momento se conserva en todas las interacciones siempre que no actúen fuerzas exteriores.	momento angular, $L = I\omega$
energía cinética lineal, $E_c = \frac{1}{2}mv^2$	energía cinética rotatoria, $E_{c_{rot}} = \frac{1}{2}I\omega^2$

- 26 El momento de inercia de un ventilador de refrigeración es $8,2 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$. Calcula su energía cinética rotatoria sabiendo que el ventilador rota a una frecuencia de 20 Hz.
- 27 Un coche que viaja a una velocidad constante de 23 m s^{-1} tiene una rueda con un radio de 32 cm y una masa de 8,9 kg.
- Determina la velocidad angular de la rueda.
 - Calcula la energía cinética rotatoria de la rueda sabiendo que su momento de inercia es $0,72 \text{ kg m}^2$.
 - Compara tu respuesta al apartado (b) con la energía cinética de traslación de la rueda a la misma velocidad.
- 28 Considera el experimento representado en la Figura 14.17. Se determina la velocidad angular de la rueda después de que una masa de 100 g haya caído 50 cm y resulta ser de $2,7 \text{ rad s}^{-1}$.
- En cualquier instante de tiempo, la velocidad lineal con la que cae la masa, v , equivale a la velocidad con la que se mueve el borde de la rueda. Determina el valor de v cuando la masa ha caído 50 cm sabiendo que el radio de la rueda es 35 cm.
 - Calcula el valor del momento de inercia de la rueda.
- 29 Utiliza las analogías entre la mecánica lineal y la mecánica rotatoria para escribir las ecuaciones del trabajo y la potencia rotatorios.
- 30 Una bola maciza y una bola hueca de la misma masa ruedan cuesta abajo por una pendiente. Cuando llegan al final, ¿cuál de las bolas (a) rota más rápido, (b) lleva la velocidad lineal más elevada? Razona tus respuestas.
- 31 Calcula la mayor velocidad angular que alcanza una bola maciza de 5,2 cm de radio cuando rueda cuesta abajo por una pendiente de altura vertical 6,0 cm. ¿Qué supuestos has tenido en cuenta?

14.2 (B2: Núcleo) Termodinámica

La primera ley de la termodinámica relaciona la variación en la energía interna de un sistema con la energía transferida y el trabajo realizado. La entropía del universo tiende hacia un máximo

Esta sección trata sobre el estudio del proceso de uso de la energía térmica para realizar un trabajo mecánico útil en los *motores térmicos* (que se introdujeron en el Capítulo 3). Esta rama de la física se denomina *termodinámica* y, aunque tiene su origen en la necesidad de comprender el funcionamiento de los motores térmicos, se aplica en otros muchos ámbitos. El estudio de la termodinámica lleva a una mejor comprensión de conceptos científicos clave como la energía interna, el calor, la temperatura, el trabajo y la presión, además de las relaciones entre estos conceptos y la relación con el comportamiento macroscópico de las partículas.

Los motores térmicos de muchos tipos, como los que se representan en la Figura 3.26, desempeñan un papel muy importante en nuestras vidas y centraremos nuestra atención en comprender los principios fundamentales considerando los procesos relacionados con el aumento de volumen (*expansión*) de masas fijadas de *gases ideales*.

Tanto en el resto de este capítulo como en toda la física en general existen muchas referencias a los «sistemas y entornos» (termodinámicos). Antes de seguir avanzando debemos asegurarnos de que estos términos simples ampliamente utilizados se entienden con claridad.

- Un **sistema** es, simplemente, lo que estamos estudiando o aquello de lo que estamos hablando. En este capítulo será concretamente un gas.
- El **entorno** es todo lo demás: el contenedor del gas y el resto del universo.

En ocasiones denominamos al entorno con el término *medio ambiente*. Si queremos indicar que una parte del entorno está diseñada a propósito para que la energía térmica fluya hacia dentro o hacia fuera, podemos emplear el término **reservorio** (térmico).

Un sistema termodinámico puede ser tan complejo como un motor de un cohete, el planeta Tierra o el cuerpo humano, pero en este capítulo nos vamos a ceñir al comportamiento de los gases ideales en los motores térmicos.

Perspectivas adicionales

Comprensión de los términos: ¿ingenio, motor o máquina?

La mayoría de la gente encontraría difícil distinguir entre una máquina, un motor y un ingenio porque, en la vida diaria, se pueden utilizar los tres términos para una misma cosa (p.ej. en un coche). Además, las definiciones de los términos también evolucionan y los términos científicos pueden quedar absorbidos generalmente en el lenguaje diario; por ejemplo, expresiones como «motor de búsqueda» y «motor de cambio» acaban desdibujando el significado original de los términos. En la práctica, los términos de los que estamos hablando tienen significados que se superponen.

Una «máquina» es un término general que se aplica a cualquier cosa que puede hacer algo práctico mediante la transferencia de energía (ya sea un simple aparato con un único componente o un complejo mecanismo con diversas partes). Sin embargo, en la vida diaria se utiliza mayoritariamente para referirse a las máquinas complejas de gran tamaño que efectúan un movimiento; es decir, que realizan un trabajo. Los aparatos como los cuchillos o las tijeras también son máquinas en sentido estricto, y en los cursos de física se pueden enseñar importantes conceptos fundamentales utilizando máquinas simples como las rampas, las poleas, los engranajes y los niveles. La palabra «aparato» se aplica normalmente a una máquina simple que se ha fabricado con un propósito específico, como un abridor de botellas o un secador de cabello. Las partes de las máquinas más simples se suelen denominar «componentes».

■ **Figura 14.20**
Motor de combustión
interna



El término «ingenio» es más específico que el término «máquina» y hace referencia a un tipo de máquina diseñado para hacer que algo se mueva, pero el uso de este término casi siempre se limita a las máquinas que emplean la energía térmica (calor) obtenida mediante la quema de combustible para la realización de un trabajo, por ejemplo un ingenio (motor) de combustión interna en un coche (Figura 14.20). Para especificar este uso, estos ingenios se suelen denominar motores térmicos.

■ **Figura 14.21**
Lanzamiento de un
cohete



Un «motor a propulsión» es un tipo concreto de motor térmico en el que la fuerza hacia delante (impulso) se produce mediante la eyección a gran velocidad de un gas o un líquido en sentido contrario. La ley de conservación del momento o tercera ley de Newton del movimiento se suele utilizar para explicar la propulsión a chorro (véase el Capítulo 2).

La mayoría de los motores térmicos utilizan la combustión de una sustancia cuando esta reacciona químicamente con el oxígeno del aire del exterior; si no hay aire disponible se debe proporcionar un agente oxidante desde el interior del aparato y en ese caso se denomina «cohete» (Figura 14.21).

El término «motor» se emplea para una máquina que está diseñada para producir movimiento, pero se suele utilizar de forma específica para los motores eléctricos o electromotores. Sin embargo, este término se ha acabado vinculando al transporte, como en los automóviles o los autobuses.

- 1 Los siguientes elementos hacen referencia a motores térmicos: motor a chorro, cohete, combustión interna (coche), diésel, vapor. Describe en pocas líneas las principales diferencias entre ellos.

■ Energía interna de un gas ideal

Por definición, en un gas ideal no hay fuerzas intermoleculares (excepto durante las colisiones), por tanto la energía interna de un gas ideal corresponde únicamente a la energía cinética aleatoria de las moléculas. En el Capítulo 3 vimos que la energía cinética aleatoria total de las moléculas de un mol de un gas ideal a una temperatura T (K) era $\frac{3}{2}RT$, donde R es la constante universal de los gases. Para una muestra de gas que contiene n moles, la energía interna (a la que se le otorga el símbolo U) se puede determinar a partir de la ecuación:

$$U = \frac{3}{2}nRT$$

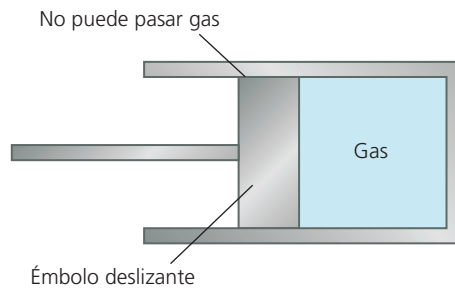
Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

Ejemplo resuelto

- 8 a ¿Cuál es la energía interna total de un mol de un gas ideal a 0 °C?
b ¿Cuánta energía se necesita para elevar la temperatura de 4,8 moles de un gas ideal de 25 °C a 50 °C?

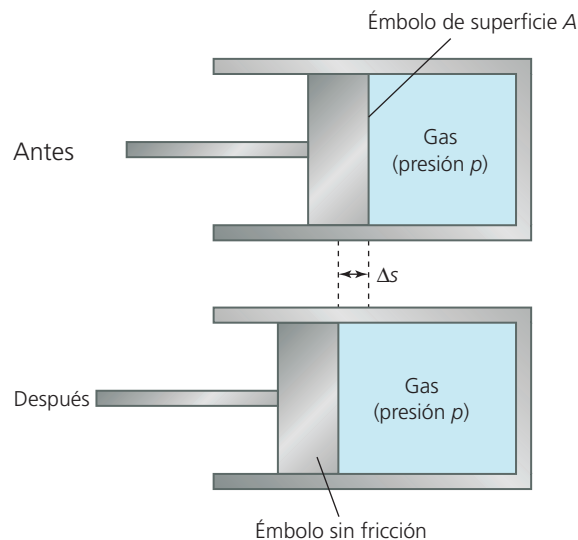
a $U = \frac{3}{2}nRT = \frac{3}{2} \times 1 \times 8,31 \times 273$
 $= 3,4 \times 10^3 \text{ J}$

b $\Delta U = \frac{3}{2}nR(323 - 298) = \frac{3}{2} \times 4,8 \times 8,31 \times 25$
 $= 1,5 \times 10^3 \text{ J}$



■ **Figura 14.22** Un gas en el interior de un cilindro con un émbolo móvil

■ **Figura 14.23**
Gas en expansión en el interior de un cilindro



■ Trabajo realizado cuando un gas cambia de estado

El sistema termodinámico que estamos considerando se representa a menudo como un gas en el interior de un recipiente cilíndrico de forma regular y limitado por un **émbolo** estanco al gas que se puede desplazar sin fricción (Figura 14.22).

En primer lugar vamos a considerar el ejemplo idealizado y simplificado de un gas que se expande ligeramente, de modo que no se produce variación de la presión ni de la temperatura.

Si el gas contenido en el cilindro de la Figura 14.23 ejerce una fuerza resultante sobre el émbolo (porque la presión en el interior del cilindro es mayor que la presión del entorno), el émbolo se desplaza hacia fuera a medida que el gas se expande. En este caso decimos que el gas ha realizado un trabajo al hacer retroceder el gas del entorno (recuerda que estamos suponiendo que no hay fricción). Como el desplazamiento, Δs , es pequeño, no habrá una variación significativa en la presión del gas, p . (Para representar la presión se utiliza ampliamente tanto el símbolo P como p). Si suponemos que la temperatura es constante podemos escribir:

trabajo realizado por el gas = fuerza \times distancia recorrida en la dirección y sentido de la fuerza

o:

trabajo realizado por el gas = $(pA)\Delta s$ (porque fuerza = presión \times superficie)

Como $\Delta V = A\Delta s$:

$$W = p\Delta V$$

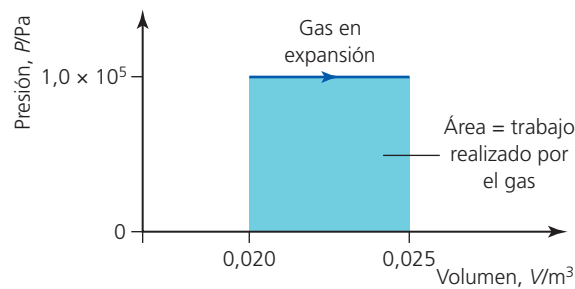
Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*. Si el gas se comprime, el trabajo se realiza *sobre* el gas (sistema) y a W se le otorga signo negativo.

Estas variaciones se pueden representar en un diagrama pV (gráfica) como en el ejemplo de la Figura 14.24, en el que se representa la expansión de un gas desde $0,020 \text{ m}^3$ hasta $0,050 \text{ m}^3$ a una presión constante de $1,0 \times 10^5 \text{ Pa}$.

El trabajo realizado por el gas en la expansión en este ejemplo, $W = p\Delta V$, es, por tanto:

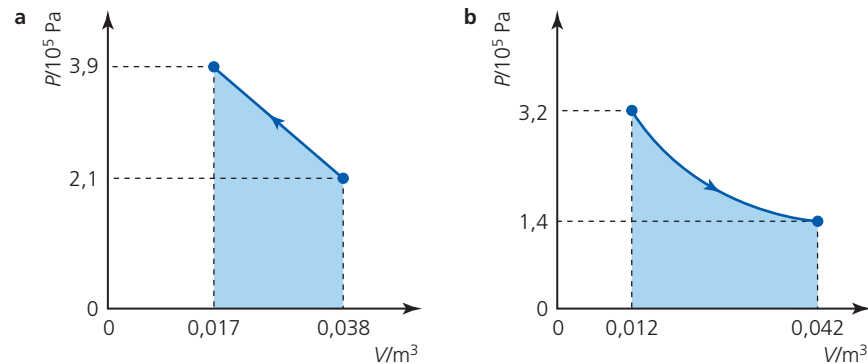
$$W = (1,0 \times 10^5) \times (0,050 - 0,020) = 3,0 \times 10^3 \text{ J}$$

■ **Figura 14.24**
Trabajo realizado durante la expansión de un gas ideal



Fíjate en que el cálculo efectuado para determinar el trabajo realizado, $p\Delta V$, es numéricamente igual al cálculo del área bajo el diagrama pV . Esto se cumple para todos los procesos termodinámicos (con independencia de la forma de la gráfica) y es uno de los motivos por los que en termodinámica se utilizan de forma tan generalizada los diagramas pV para representar diversos procesos. En la Figura 14.25 se representan dos ejemplos más.

■ **Figura 14.25**
Determinación de las áreas bajo las gráficas presión-volumen



Ejemplo resuelto

9 Determina los valores del trabajo realizado en los dos cambios de estado representados en la Figura 14.25.

a $W = p\Delta V = \text{área bajo la gráfica} = \frac{1}{2}(3,9 - 2,1) \times 10^5 \times (0,038 - 0,017) + (0,038 - 0,017) \times 2,1 = 6,3 \times 10^3 \text{ J}$

El trabajo se realiza sobre el gas cuando se comprime hasta alcanzar un volumen menor.

b En este ejemplo, el trabajo es realizado *por* el gas cuando el volumen aumenta. La representación gráfica es una curva y su área se puede estimar mediante el dibujo de un rectángulo que a simple vista tiene la misma área que el área sombreada de la figura:

$$W = \text{área bajo la curva} \approx (2,2 \times 10^5) \times (0,042 - 0,012) = 6,6 \times 10^3 \text{ J}$$

■ Primera ley de la termodinámica

La expansión, igual que cualquier otro cambio en el estado físico de un gas, comporta una transferencia de energía. Los procesos termodinámicos pueden implicar la realización de un trabajo mecánico, W , una variación de la energía interna del gas, U , o la transferencia de energía térmica, Q . Recuerda que la energía térmica (calor) es la transferencia *no mecánica* de energía desde un punto más caliente a otro más frío.

Podemos utilizar el principio de conservación de la energía para describir las conexiones entre estas magnitudes: si se transfiere una cantidad de energía térmica, $+Q$, *hacia* el gas, este, según las circunstancias concretas, puede *ganar* energía interna, $+\Delta U$, y/o se puede expandir y realizar un trabajo *sobre* el entorno, $+W$. Es decir:

$$Q = \Delta U + W$$

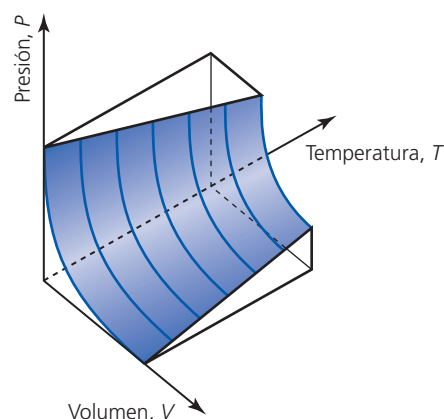
Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

Esta importante ecuación se conoce como **primera ley de la termodinámica** y es un enunciado del principio de conservación de la energía aplicado a los sistemas termodinámicos.

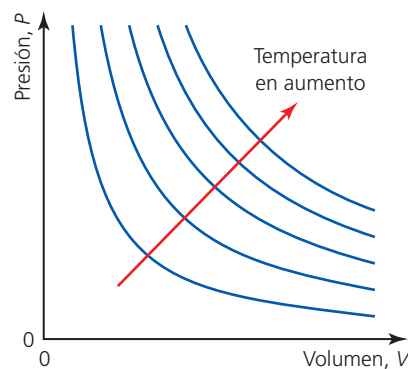
Las direcciones y sentidos de las transferencias de energía (que se representan mediante signos positivos o negativos) pueden provocar confusión. Recordemos que:

- $-Q$ se refiere a un flujo de energía térmica *hacia fuera* del gas
- $-\Delta U$ se refiere a un *descenso* de la energía interna del gas
- $-W$ se refiere al trabajo realizado *sobre* el gas por el entorno durante la compresión.

■ **Figura 14.26**
Superficie curvada tridimensional que representa los posibles estados de una cantidad determinada de un gas ideal



■ **Figura 14.27**
Isotermas sobre un diagrama pV



■ Diagramas pV

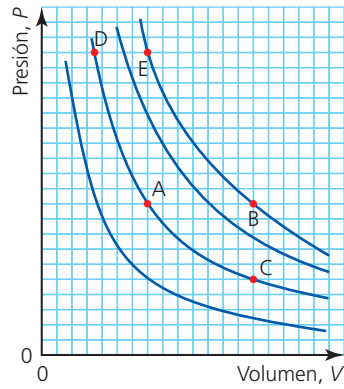
Se necesitan tres magnitudes (presión, volumen y temperatura) para especificar por completo el estado de una cantidad determinada de gas. Necesitaríamos una gráfica tridimensional para representar las tres posibilidades, como en la Figura 14.26. En lugar de ello solemos utilizar un *diagrama pV* , en el que las variaciones de la tercera variable, la temperatura, se representan mediante distintas curvas sobre el diagrama, tal como se puede ver en la Figura 14.27.

Una **línea isoterma**, o simplemente **isoterma**, es una línea dibujada sobre el diagrama pV que conecta los posibles estados de un gas a la misma temperatura. Sobre un mismo gráfico pV se pueden representar varias isotermas, como en la Figura 14.27. Cada una de estas líneas representa la proporcionalidad inversa de una relación según la ley de Boyle, $p \propto 1/V$, tal como estudiamos en el Capítulo 3. Fíjate en que si calentamos una muestra de gas en el mismo volumen hasta una temperatura más elevada, la presión será mayor, por tanto, en los diagramas pV las isotermas más «altas» corresponden a las temperaturas más elevadas.

Durante un cambio de estado, el sistema se desplaza hasta una nueva posición sobre el diagrama pV , pero el valor de $\frac{pV}{T}$ permanece invariable para una cantidad fijada de un gas ideal. Recuerda del Capítulo 3:

$$pV = nRT$$

■ **Figura 14.28**
Cambios de estado
sobre un diagrama pV



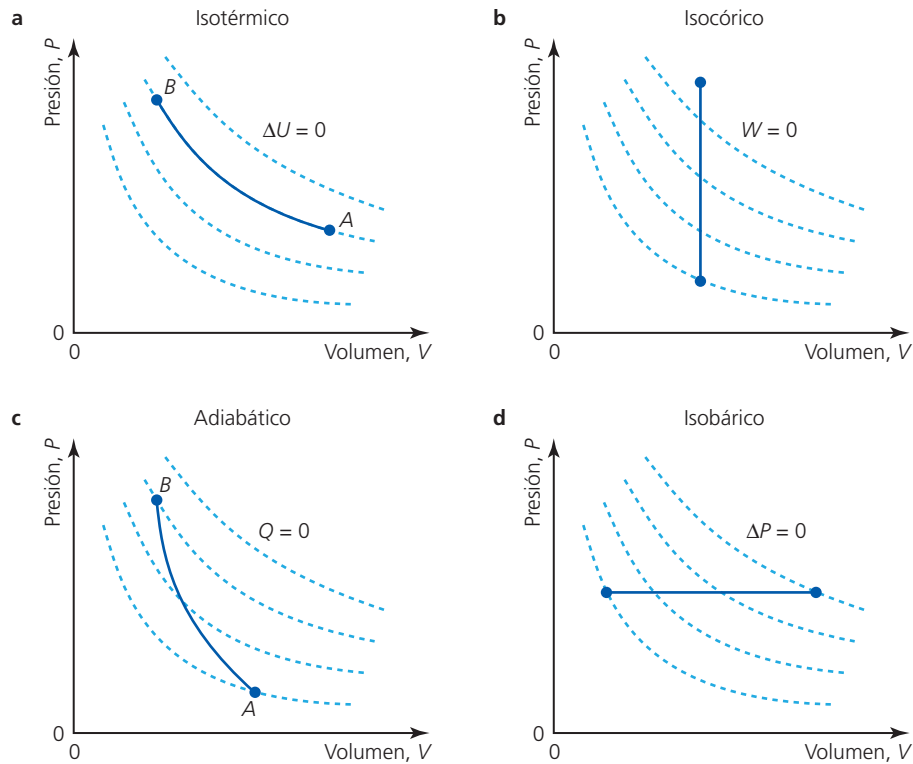
La interpretación de los diagramas pV es una habilidad importante y en la Figura 14.28 se muestran algunos ejemplos. Consideremos un gas ideal en un estado representado por el punto A. La duplicación del volumen a presión constante se representa mediante el desplazamiento hasta el punto B, que se encuentra a una temperatura más elevada. El punto C también representa una duplicación del volumen, pero a temperatura constante y presión más baja. El desplazamiento hasta el punto D se puede conseguir duplicando la presión a la misma temperatura y con la mitad del volumen. Finalmente, el punto E representa la duplicación de la presión a una temperatura más elevada con el mismo volumen.

■ Procesos isocóricos, isobáricos, isotérmicos y adiabáticos

Entre los diversos cambios de estado que puede experimentar un gas ideal, conviene considerar la primera ley de la termodinámica ($Q = \Delta U + W$) bajo cuatro situaciones extremas (véase la Figura 14.29):

- $\Delta U = 0$
- $W = 0$
- $Q = 0$
- $\Delta p = 0$

■ **Figura 14.29**
Cuatro procesos
termodinámicos



$\Delta U = 0$ (proceso isotérmico)

No hay variación en la energía interna del gas. Es decir, su temperatura es constante. Por tanto, $Q = 0 + W$; $Q = W$.

En una expansión isotérmica ($B \rightarrow A$) todo el trabajo realizado por el gas sobre su entorno es suministrado por la energía térmica transferida al gas. En una compresión isotérmica ($A \rightarrow B$), el trabajo realizado sobre el gas se transfiere hacia fuera del gas en forma de energía térmica. Para que un proceso se pueda aproximar a un proceso ideal isotérmico, el cambio debe ser lo más lento posible. Para un cambio isotérmico:

$$pV = \text{constante (ley de Boyle)}$$

$W = 0$ (proceso isocórico)

No hay trabajo realizado por el gas o sobre el gas y esto significa que no hay cambio de volumen. Por tanto, $Q = \Delta U + 0$; $Q = \Delta U$.

En este sencillo proceso, si se transfiere energía térmica al gas este simplemente adquiere energía interna y su temperatura aumenta. Si la transferencia de energía térmica es hacia fuera del gas su energía interna y su temperatura descienden.

$Q = 0$ (proceso adiabático)

No hay transferencia de energía térmica entre el gas y su entorno. Por tanto, $0 = \Delta U + W$; $\Delta U = -W$ para una compresión y $-\Delta U = W$ en el caso de expansión.

En una expansión adiabática ($B \rightarrow A$) todo el trabajo realizado por el gas se transfiere a partir de la energía interna en el interior del gas, ΔU es negativo y la temperatura desciende. En una compresión adiabática ($A \rightarrow B$) todo el trabajo realizado sobre el gas ($-\Delta W$) se transfiere en forma de energía interna del gas, que se calienta. Cuando las moléculas del gas impactan contra el émbolo que se desplaza hacia el interior del recipiente, adquieren energía cinética. Fíjate en que, sobre los diagramas pV , las curvas adiabáticas deben ser más escarpadas que las isotermas simplemente por el motivo de que, para expansiones iguales, en un cambio adiabático la temperatura desciende y, por definición, no ocurre lo mismo durante un cambio isotérmico.

Para que un proceso se pueda aproximar a un proceso adiabático ideal, el cambio debe ser lo más rápido posible y se debe producir en el interior de un recipiente bien aislado.

Para un cambio adiabático de un gas *ideal monoatómico*:

$$pV^{\frac{5}{3}} = \text{constante}$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

En el caso de los gases que no son monoatómicos, V se eleva a una potencia distinta, pero no lo estudiaremos en el presente curso. Si comparamos la ecuación anterior con la ecuación para un cambio isotérmico ($pV = \text{constante}$), vemos que cambios similares en el volumen están asociados con cambios mayores en la presión en los cambios adiabáticos. El motivo es que también están acompañados por cambios de temperatura.

$\Delta p = 0$ (cambio isobárico)

Se trata de cualquier expansión o compresión que se produce a presión constante; por tanto, $Q = \Delta U + W$.

Los cambios isobáricos se suelen producir cuando los gases se pueden expandir o contraer libremente si cambia su temperatura, con lo que su presión se mantiene igual que la presión del entorno.

Ejemplos resueltos

- 10 Un gas ideal de volumen $0,08 \text{ m}^3$ y presión $1,4 \times 10^5 \text{ Pa}$ se expande hasta ocupar un volumen de $0,11 \text{ m}^3$ a presión constante cuando se proporcionan $7,4 \times 10^3 \text{ J}$ de energía térmica.
- Nombra el proceso termodinámico que tiene lugar.
 - Calcula el trabajo realizado por el gas.
 - ¿Cuál es el cambio en la energía interna del gas?

a Proceso isobárico.

$$\begin{aligned} \text{b } W &= p\Delta V \\ &= (1,4 \times 10^5) \times (0,11 - 0,08) \\ &= 4200 \text{ J} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c } \Delta Q &= \Delta U + \Delta W \\ (7,4 \times 10^3) &= \Delta U + 4200 \\ \Delta U &= +3200 \text{ J} \end{aligned}$$

- 11 En una compresión adiabática se reduce el volumen de un gas en un factor 8,0. Determina el factor en el que se incrementa la presión del gas.

$$\begin{aligned} pV^{\frac{5}{3}} &= \text{constante} \\ \frac{p_2}{p_1} &= \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{5}{3}} = 8,0^{\frac{5}{3}} \\ \log \frac{p_2}{p_1} &= \frac{5}{3} \log 8,0 = 1,505 \\ \frac{p_2}{p_1} &= 32 \end{aligned}$$

Si se hubiera tratado de un cambio isotérmico, la presión hubiera aumentado en el mismo factor (8,0), ya que el volumen ha disminuido. En este ejemplo la presión ha aumentado en un factor mayor porque la temperatura ha aumentado en una compresión adiabática.

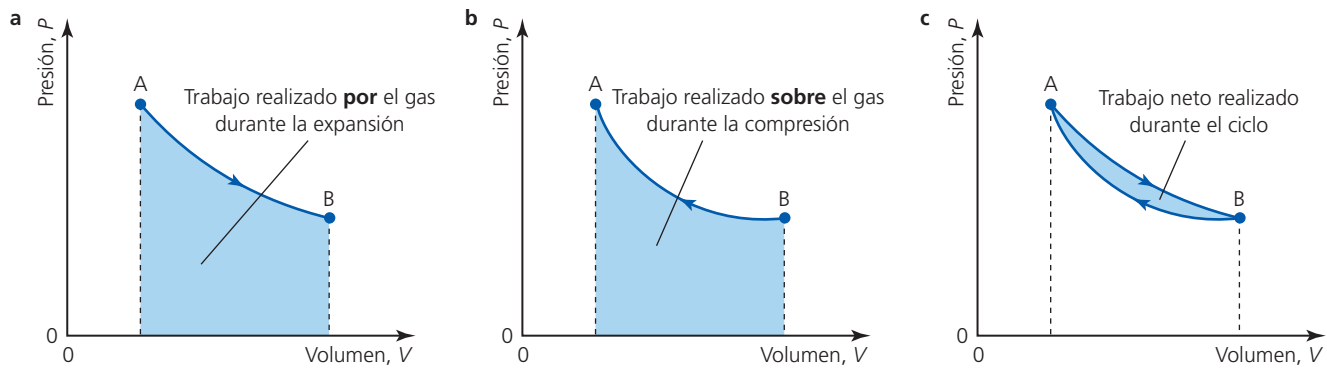
- 32 ¿Qué aumento de temperatura se produce cuando se transfieren $0,45 \text{ kJ}$ a la energía interna de $0,50$ moles de un gas ideal a volumen constante?
- 33 Explica las diferencias entre los conceptos de energía interna, energía térmica y temperatura.
- 34 Una masa fija de un determinado gas se expande en una cierta cantidad. Compara el trabajo realizado según si el cambio fuera isobárico, adiabático o isotérmico. Razona tu respuesta.
- 35 Cuando se transfieren 100 J de energía térmica a un gas este se expande y realiza 30 J de trabajo. ¿Cuál es el cambio en la energía interna?
- 36 Explica por qué un gas se calienta cuando se comprime rápidamente.
- 37 Cuando un gas se expande isotérmicamente se realiza un trabajo de 3000 J .
- ¿El trabajo es realizado *sobre* el gas o *por* el gas?
 - ¿Cuál es el valor de la energía térmica transferida al gas: cero, 3000 J , superior a 3000 J o inferior a 3000 J ?
- 38 Tiramos *muy lentamente* del pistón (émbolo) de una bomba para hinchar las ruedas de una bicicleta.
- ¿Qué les sucede a la temperatura, la energía interna y la presión del gas?
 - ¿Qué supuestos has tenido en cuenta?
- 39 Explica por qué una expansión adiabática representada sobre un diagrama pV debe ser más escarpada que una expansión isotérmica que comienza en el mismo punto.
- 40 Una muestra de un gas ideal se expande desde $2,23 \text{ m}^3$ hasta $3,47 \text{ m}^3$. La presión original del gas es $3,63 \times 10^5 \text{ Pa}$.
- ¿Cuál es la presión final del gas si el cambio es isotérmico?
 - Dibuja un diagrama pV apropiado e incluye estos dos estados.
 - Dibuja una línea sobre el diagrama que indique cómo pasa el gas entre estos dos estados.
 - Estima el trabajo realizado durante la expansión del gas.
- 41 Un gas ideal monoatómico se expande adiabáticamente desde un volumen de $6,78 \times 10^{-2} \text{ m}^3$ hasta $9,53 \times 10^{-2} \text{ m}^3$. Si la presión inicial del gas es $4,32 \times 10^5 \text{ Pa}$, ¿cuál es su presión final?

■ Procesos cíclicos y diagramas pV

Un gas en expansión (denominado a veces **sustancia activa**) puede realizar un trabajo útil, por ejemplo, haciendo que un émbolo se desplace a lo largo de un cilindro. Sin embargo, no se puede expandir de forma indefinida, de modo que cualquier máquina que transfiera energía térmica en forma de trabajo mecánico debe funcionar en forma de **ciclos**, lo que comporta repetidas **expansiones** seguidas de **compresiones**. En esta sección estudiaremos algunos de los principios físicos fundamentales asociados a los procesos cíclicos que tienen lugar en un gas ideal. No obstante, es importante comprender que no estamos describiendo los detalles de ningún proceso mecánico real en un determinado tipo de motor.

El proceso esencial en un motor térmico es la transferencia de energía térmica para provocar la expansión del gas y la consiguiente realización de un trabajo mecánico por parte de este. En la Figura 14.30a se representa este proceso mediante la trayectoria AB. El área sombreada bajo la curva representa el trabajo realizado *por* el gas en este proceso.

En un proceso cíclico, el gas se debe comprimir y debe volver a su estado original. Supongamos, para simplificar, que este proceso se representa mediante la trayectoria que se muestra en la Figura 14.30b. El área bajo esta curva representa el trabajo realizado *por* el entorno *sobre* el gas comprimido. La diferencia entre las áreas, representada en la Figura 14.30c, es el **trabajo útil neto** realizado por el gas durante un único ciclo. Por descontado, si imaginamos la situación imposible en la que cuando el gas se comprime vuelve exactamente a la misma trayectoria que ha seguido durante la expansión, no habría trabajo útil realizado y no se habría disipado energía.



■ **Figura 14.30** Trabajo realizado en un ciclo termodinámico

En general, la eficacia, η , de cualquier proceso (véase el Capítulo 2) está definida por:

$$\eta = \frac{\text{trabajo útil realizado}}{\text{energía de entrada}}$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

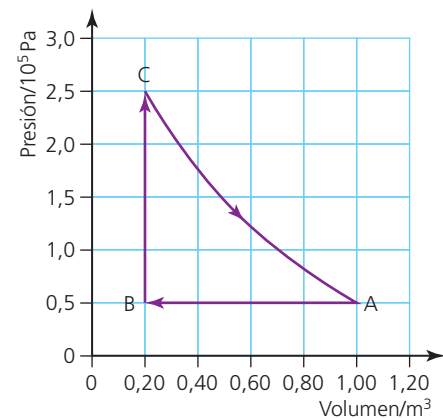
Ejemplos resueltos

12 Determina la eficacia del ciclo simple representado en la Figura 14.30 si el área representada en (a) es 130 J y el área representada en (b) es 89 J.

$$\eta = \frac{\text{trabajo útil realizado}}{\text{energía de entrada}} = \frac{130 - 89}{130} = 0,32 \text{ (o } 32\%)$$

13 En la Figura 14.31 se representa un ciclo simplificado, ABCA, de un gas ideal en un determinado motor térmico. A lo largo del tiempo se ha producido un flujo de energía térmica de $1,3 \times 10^5 \text{ J}$ hacia el gas.

- Calcula el trabajo realizado durante el proceso AB.
- Nombra los procesos AB y BC.
- Estima el trabajo útil neto realizado por el gas durante el ciclo.
- ¿Cuál es la eficacia aproximada del motor?



■ **Figura 14.31**

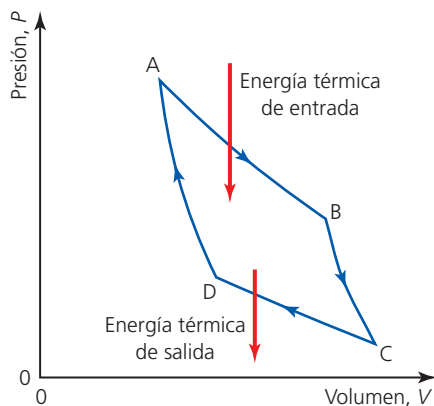
- a $W = p\Delta V = \text{área bajo AB}$
 $= (0,50 \times 10^5) \times (1,0 - 0,20)$
 $= 4,0 \times 10^4 \text{ J (realizado sobre el gas)}$
- b AB se produce a presión constante: compresión isobárica.
 BC se produce a volumen constante: aumento de temperatura isocórico.
- c trabajo neto realizado por el gas = área encerrada en el ciclo
 $= \frac{1}{2} \times (0,85 - 0,20) \times (2,5 - 0,50) \times 10^5$
 (estimado a partir de un triángulo que tiene la misma área a simple vista)
 $W = 6,5 \times 10^4 \text{ J}$
- d eficacia = trabajo neto de salida / energía total de entrada
 $\frac{6,5 \times 10^4}{1,3 \times 10^5} = 0,50$ (o 50%)

Ciclo de Carnot

El ciclo termodinámico que produce la eficacia teórica máxima para un gas ideal se representa en la Figura 14.32 y se denomina *ciclo de Carnot*.

Se trata de un proceso en cuatro etapas: una expansión isotérmica (AB) seguida de una expansión adiabática (BC); el gas vuelve a continuación a su estado original mediante compresiones isotérmicas (CD) y adiabáticas (DA). La energía térmica se transfiere durante las dos etapas isotérmicas. (Por definición, en los cambios adiabáticos no se transfiere energía térmica).

■ **Figura 14.32**
 El ciclo termodinámico más eficaz



Aplicaciones

Motores diésel

En los motores de los automóviles se produce la ignición de una mezcla de aire y combustible con el objetivo de provocar explosiones rápidas y controladas que proporcionan energía al vehículo. En los coches con motores de gasolina, esto se consigue mediante una chispa producida eléctricamente a través de una «bujía de encendido» insertada en el cilindro donde se encuentra el gas. Los motores diésel funcionan según un principio distinto.

Los cambios que se producen de forma rápida en un gas se pueden considerar aproximadamente adiabáticos, de modo que el trabajo realizado sobre el gas durante la compresión provoca un rápido ascenso de la temperatura. Si el cociente de compresión es lo suficientemente elevado (tal vez 20:1), el aumento en la temperatura puede ser lo bastante elevado para producir la ignición del gas. (El cociente de compresión es el cociente volumen máximo/volumen mínimo del espacio de trabajo del cilindro cuando el émbolo se desplaza hacia arriba y hacia abajo). Esto es lo que sucede en un motor diésel, un tipo de motor llamado así en honor a German Rudolf Diesel, que construyó el primer motor que funcionaba sin bujías en 1897.

Como los motores diésel tienen unos cocientes de compresión elevados, necesitan ser más resistentes que los otros motores y también deben utilizar distinto combustible. Son más eficaces

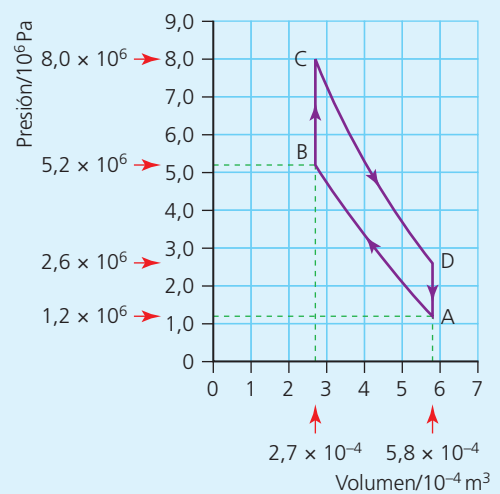


■ Figura 14.33 Tren diésel

que otros tipos de motores de combustión interna y se usan de forma generalizada cuando se precisan motores de mayor tamaño y potencia, en especial cuando la masa adicional de un motor diésel no es un factor importante, como sucede en los trenes (véase la Figura 14.33) y los barcos. Durante los últimos años se han popularizado cada vez más como motores para automóviles y aproximadamente la mitad de los coches que se comercializan actualmente en Europa están dotados con motores diésel.

1 Imagina que estás a punto de comprarte un coche nuevo. Busca información y elabora una lista de las ventajas y los inconvenientes que presenta un coche diésel frente a uno de gasolina. ¿Cuál de los dos escogerías?

- 42 En la Figura 14.34 se representa un ciclo de cuatro etapas de un motor térmico.
- ¿En qué etapa se produce la compresión del gas?
 - La temperatura en A es 320 K. Calcula la cantidad de gas en moles.
 - Calcula la temperatura en el punto B.
 - Estima el área ABCD. ¿Qué representa?
- 43 Realiza un gráfico esquemático sobre papel milimetrado de los cuatro procesos consecutivos de un motor térmico que se enuncian a continuación. Inicia tu gráfico con un volumen de 20 cm^3 y una presión de $6,0 \times 10^6 \text{ Pa}$.
- Una expansión isobárica que aumenta el volumen en un factor cinco.
 - Una expansión adiabática que duplica el volumen hasta una presión de $1,5 \times 10^6 \text{ Pa}$.
 - Una reducción isocórica de la presión hasta $0,5 \times 10^6 \text{ Pa}$.
 - Una vuelta adiabática a su estado original.
 - Indica sobre el gráfico cuándo se realiza trabajo sobre el gas.
 - Estima el trabajo neto realizado por el gas durante el ciclo.



■ Figura 14.34

■ Eficacia térmica

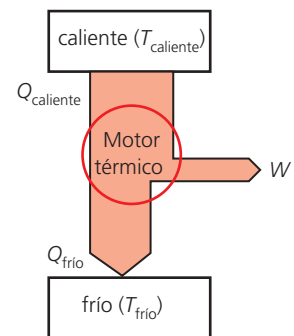
En la Figura 14.35 se representa el flujo de energía durante la conversión continua de energía térmica en trabajo mecánico en un motor térmico. Se necesita una diferencia de temperatura, $T_{\text{caliente}} - T_{\text{frío}}$ entre los reservorios caliente y frío de manera que haya un flujo resultante de energía térmica, que hace funcionar el motor. La energía térmica Q_{caliente} sale del reservorio caliente y $Q_{\text{frío}}$ entra en el reservorio frío. La diferencia de energía térmica se transfiere para realizar un trabajo mecánico útil, W .

$$\text{eficacia térmica, } \eta = \frac{\text{trabajo útil realizado}}{\text{energía de entrada}} = \frac{W}{Q_{\text{caliente}}}$$

No es posible convertir toda la energía térmica en trabajo. (Se trata de una versión de la segunda ley de la termodinámica, que se introducirá más adelante en este capítulo). Durante más de 200 años, científicos e ingenieros habían empleado cantidades considerables de tiempo y esfuerzo en intentar mejorar la eficacia de los motores térmicos con diversos diseños. Desafortunadamente, las leyes de la física limitan la eficacia que se puede alcanzar. Para calcular la máxima eficacia posible de un ciclo de Carnot se puede utilizar la simple ecuación inferior.

$$\eta_{\text{carnot}} = 1 - \frac{T_{\text{frío}}}{T_{\text{caliente}}}$$

Esta ecuación figura en el Apéndice de datos de Física.



■ Figura 14.35 Flujo de energía en un motor térmico

Ejemplo resuelto

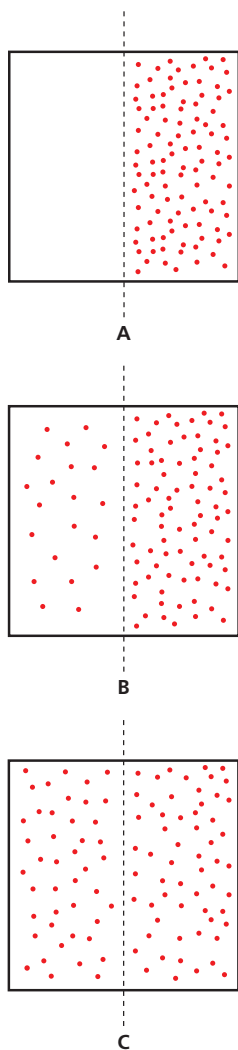
- 14 a** Determina la eficacia térmica teórica máxima de un motor térmico que funciona con una temperatura de entrada de 300 °C y una temperatura de salida de 150 °C.
b ¿Cuál sería la eficacia térmica si ambas temperaturas se redujeran 50 °C?

$$\mathbf{a} \quad \eta_{\text{carnot}} = 1 - \frac{T_{\text{frío}}}{T_{\text{caliente}}} = 1 - \frac{423}{573} = 0,26 \text{ o } 26\%$$

$$\mathbf{b} \quad \eta_{\text{carnot}} = 1 - \frac{T_{\text{frío}}}{T_{\text{caliente}}} = 1 - \frac{373}{523} = 0,29 \text{ o } 29\%$$

Una **bomba de calor** funciona como un motor térmico pero a la inversa, ya que utiliza un trabajo de entrada para permitir la transferencia de energía térmica desde un punto más frío a uno más caliente, como en un refrigerador o en un aparato de aire acondicionado. Es posible extraer energía térmica del medio ambiente y utilizarla para ayudar a mantener la casa caliente en invierno, aunque en muchas circunstancias puede no ser factible.

- 44 a** Calcula la eficacia teórica máxima de un motor térmico que funciona con una temperatura de entrada de 200 °C y libera calor al entorno a 40 °C.
b ¿Cómo podrían mejorar los ingenieros esta eficacia?
c ¿Se te ocurre alguna manera de reutilizar esta energía desaprovechada?
- 45** Dibuja un diagrama esquemático similar a la Figura 14.35 para representar el principio de funcionamiento de una bomba de calor.
- 46** Investiga en Internet bajo qué circunstancias puede ser eficaz el uso de una bomba de calor para calentar una casa.



■ **Figura 14.36**
Moléculas de gas dispersándose en el interior de un recipiente

■ Orden y desorden

Las moléculas de un gas ideal se mueven de una forma completamente aleatoria e incontrolable. Lo que les sucede es simplemente el resultado más probable. En teoría es posible que todas las moléculas que se mueven aleatoriamente en una habitación salgan simultáneamente a través de una ventana abierta. La única razón por la que esto no sucede es simplemente porque es extremadamente improbable desde el punto de vista estadístico.

Consideremos los tres diagramas de la Figura 14.36, que muestran la distribución del mismo número de moléculas de gas en un recipiente. (La línea discontinua representa una línea imaginaria que divide el recipiente en dos mitades iguales). Podemos estar (casi) seguros de que A ha sucedido antes que B y de que B ha sucedido antes que C (quizás el gas ha sido liberado primero en el lado derecho del recipiente).

No podemos creer que C ha sucedido antes que B y A simplemente porque es muy improbable para las moléculas que se mueven aleatoriamente. (De forma análoga, desde el punto de vista estadístico, no nos creeríamos que si lanzáramos 100 monedas al aire todas ellas fueran «caras»). En estos diagramas solo se muestran unas 100 moléculas en representación del gas. Incluso en una muestra muy pequeña de un gas real hay unas 10^{19} moléculas, lo que hace que podamos hablar en términos de certeza en lugar de hablar de comportamiento altamente probable. La manera más simple que tenemos de explicarlo es que en el proceso que va de A a B a C (desplazamiento hacia delante en el tiempo), el sistema se hace más *desordenado*.

De forma similar, el hecho de que la energía se intercambie entre las moléculas de forma *aleatoria* conduce a la conclusión de que las energías moleculares serán cada vez más desordenadas y se dispersarán a medida que avance el tiempo. La energía térmica se propagará de forma inevitable desde los lugares donde las moléculas tienen una energía cinética más elevada (más calientes) hasta los lugares donde tienen una energía cinética más baja (más fríos). Se trata simplemente del comportamiento molecular aleatorio produciendo más desorden.

El análisis estadístico demuestra de forma inequívoca que *todo* sistema aislado de cualquier tipo se desordenará cada vez más a medida que transcurra el tiempo. En pocas palabras, esto es así porque todo está compuesto por partículas y los átomos y las moléculas individuales suelen ser incontrolables. *Todo* lo que sucede es debido al comportamiento aleatorio de las partículas individuales. Sin duda, podemos desear controlar y ordenar las moléculas, por ejemplo al convertir el agua en hielo, pero ese no sería un sistema aislado (para imponer más orden sobre las moléculas de agua debemos extraer energía térmica y como consecuencia se produce un desorden molecular todavía mayor en el entorno).

Existen dos ejemplos cotidianos que nos pueden ayudar a entender lo que sucede: ¿Qué es más probable: que las cartas de una baraja estén desordenadas o que estén ordenadas según una disposición determinada? ¿Cómo es más probable que esté una habitación o una mesa de trabajo: ordenada

o desordenada? Si dejamos que las cosas sigan su curso normal, se desorganizan. La producción de orden molecular a partir del desorden requiere intervención y es difícil, e incluso imposible. Existe un incontable número de maneras de desorganizar un sistema, pero solo unas pocas de organizarlo.

■ Entropía

El desorden de un sistema molecular se puede calcular y se conoce como la **entropía** del sistema. No obstante, en este curso no nos interesa establecer una definición matemática precisa del concepto de entropía.

El concepto de entropía expresa numéricamente el grado de desorden de un sistema.

El desorden molecular y el concepto de entropía son ideas profundas y muy importantes que tienen relevancia en todas partes: en todos los procesos que se producen en todo sistema y en todo lo que sucede en cualquier momento y lugar en el universo.

El principio que afirma que el desorden molecular se encuentra siempre en aumento se resume en la segunda ley de la termodinámica.

■ Segunda ley de la termodinámica

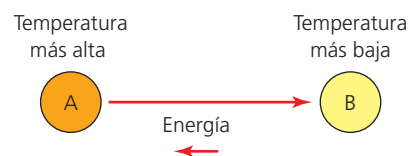
La segunda ley de la termodinámica afirma que, en todo proceso, la entropía total de cualquier sistema aislado (o del universo como un todo) siempre está en aumento.

A veces esta ley se expresa mediante la afirmación «la entropía nunca puede decrecer», pero debemos insistir en que es posible reducir la entropía «local» de una parte de un sistema, pero, en este proceso, otra parte del sistema ganará aun más entropía. Por ejemplo, el crecimiento de una planta, un animal o un ser humano reduce la entropía de las moléculas que llegan al interior del cuerpo en crecimiento, pero habrá un aumento todavía mayor en la entropía de todas las demás moléculas del entorno que están relacionadas con los procesos químicos y biológicos.

El análisis estadístico del comportamiento del enorme número de partículas incontrolables conduce a la ineludible conclusión de que las diferencias en las propiedades macroscópicas de cualquier sistema, como la energía, la temperatura y la presión, deben acabar desapareciendo con el tiempo. Esta idea se representa cuantitativamente mediante una entropía en ascenso continuo y sugiere que, al cabo del tiempo, toda la energía se habrá dispersado, todas las diferencias de temperatura se habrán eliminado y la entropía alcanzará un valor máximo y constante. A menudo se describe esta situación como la «muerte térmica» del universo.

Formas alternativas de expresar la segunda ley

Consideremos dos objetos cualesquiera a diferentes temperaturas colocados en contacto térmico en el mismo sistema sin influencias externas, tal como se representa en la Figura 14.37.



La energía puede fluir desde A hasta B y desde B hasta A, aunque el flujo de energía desde A hasta B es más probable porque la energía está más ordenada (concentrada) en A. Por tanto, el flujo neto de energía siempre irá de más caliente a más frío. Se trata evidentemente de una observación común, pero es también la base de una versión alternativa de la segunda ley, expresada por primera vez por Rudolf Clausius:

La energía térmica no se puede transferir espontáneamente desde una región a una temperatura inferior hasta una región a una temperatura superior.

No obstante, podemos utilizar *máquinas* para transferir energía desde lugares más fríos hasta lugares más calientes mediante la aplicación de un trabajo externo (bombas de calor – véase la página 24).

La energía térmica *siempre* fluye espontáneamente desde los lugares más calientes hasta los más fríos, y se puede utilizar el aislamiento para reducir la tasa de transferencia de energía, pero no se puede detener completamente.

A continuación tenemos una tercera expresión (forma de Kelvin-Planck) de la segunda ley de la termodinámica:

Es imposible convertir en trabajo la totalidad de la energía extraída de un reservorio caliente.

■ **Figura 14.37**
Intercambios de energía

Naturaleza de la ciencia



Tres versiones de una misma ley muy importante

Muchos físicos consideran que la segunda ley de la termodinámica es uno de los principios más importantes de la ciencia. La siguiente cita de Sir Arthur Stanley Eddington (*The Nature of the Physical World*, 1927) puede contribuir a valorar la importancia de esta ley:

«La ley que afirma que la entropía siempre aumenta se encuentra, a mi parecer, en la posición suprema entre las leyes de la naturaleza. Si alguien te dice que tu teoría favorita sobre el universo está en desacuerdo con las ecuaciones de Maxwell, peor para ellas. Si se descubre que la contradice la observación, bueno, ya se sabe que los experimentalistas hacen chapuzas de vez en cuando. Pero si se descubre que tu teoría va en contra de la segunda ley de la termodinámica, no tienes ninguna esperanza: solo te espera hundirte en la más profunda humillación».

La segunda ley de la termodinámica se puede expresar de diferentes formas según el contexto y las tres versiones presentadas representan perspectivas ligeramente distintas sobre las consecuencias del desorden molecular. No es de extrañar, por tanto, que durante el siglo XIX, cuando se formuló por primera vez, la ley fuera objeto de mucha atención y debate entre prominentes científicos de distintos países.

Cambios de entropía

En todos los procesos termodinámicos, la energía total siempre se conserva y la entropía siempre aumenta.

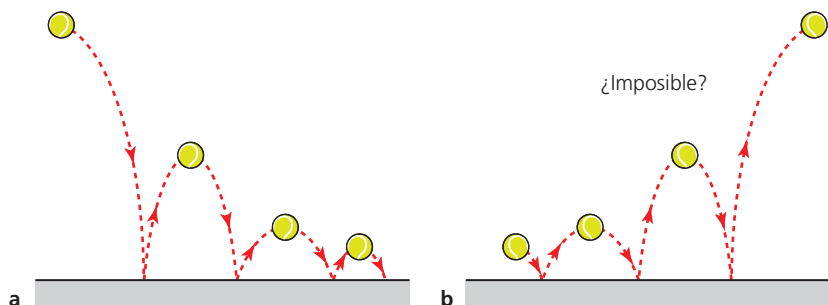
No es posible estudiar física durante mucho tiempo sin acabar familiarizándose con el hecho de que en todo proceso macroscópico parte de la energía se «pierde» o «disipa».

A modo de ejemplo, consideremos una pelota que rebota; la altura de los rebotes es cada vez menor, tal como se representa en la Figura 14.38a. Si observaras lo contrario, una pelota que rebota a una altura cada vez mayor, como en la Figura 14.38b, probablemente te sorprenderías y pensarías que es imposible a menos que la pelota guardara en su interior una fuente de energía invisible.

Cuando la pelota se desplaza a través del aire y cuando rebota contra el suelo, las fuerzas de fricción y de contacto provocan un aumento de la energía interna (la pelota se calienta) y a continuación la energía térmica se disipa hacia el entorno. Ahora podemos interpretar este fenómeno en términos de la segunda ley de la termodinámica y la entropía. En la Figura 14.38b se representa una situación «imposible» porque implicaría un descenso de la entropía del sistema porque la energía se ordenaría.

Como todas las moléculas de la pelota se mueven en la misma dirección, podemos describir la energía cinética de la pelota como *ordenada* (haciendo caso omiso de la energía interna inicial de la pelota). Cuando la temperatura de la pelota aumenta, la energía cinética aleatoria aumentada de las moléculas es *desordenada*. La entropía total del universo aumenta cuando la pelota pierde energía cinética y gana energía interna.

■ **Figura 14.38**
Rebote de una pelota



El mismo principio se aplica a todos los procesos macroscópicos. Podemos decir que en estos procesos, parte (o la totalidad) de la energía se *degrada* porque ha sido transferida desde una forma útil a una forma en la que ya no nos puede resultar útil; es decir, ya no puede realizar un trabajo útil. Las mismas ideas se pueden expresar en términos cotidianos de maneras muy distintas: por ejemplo, podemos hablar despreocupadamente sobre «energía distribuida, perdida o desa-



■ **Figura 14.39** Un frigorífico transfiere energía térmica desde los alimentos y reduce la entropía, pero ¿a dónde va la energía?

provechada». Sin embargo, si decimos que la energía térmica ha sido *dispersada* o *disipada* hacia el entorno, estamos mostrando un mayor nivel de conocimiento.

La disipación y la degradación de la energía son consecuencia del comportamiento caótico de las moléculas. Simplemente es mucho más probable que la energía se disperse y se desordene. Si se le da la oportunidad, es exactamente lo que el comportamiento aleatorio de las moléculas produce *siempre*. Esta idea tan profunda e importante explica por qué estamos rodeados por procesos «de una única dirección»: sucesos que, simplemente, no se pueden producir a la inversa. Los conceptos de **irreversibilidad**, la «flecha del tiempo» y por qué muchas cosas no pueden ocurrir aunque no se viole el principio de conservación de la energía, se pueden explicar mediante las poderosas ideas de la entropía y de la segunda ley de la termodinámica.

Podría parecer que hay algunas excepciones a la segunda ley; los frigoríficos (y los aparatos de aire acondicionado) están diseñados para hacer que algo que puede que ya esté más frío que el entorno se enfríe todavía más mediante la transferencia de energía térmica desde un punto más frío a uno más caliente. Pero estas transferencias de energía no son «espontáneas», y en los procesos de enfriamiento la entropía *total* del frigorífico y su entorno habrá aumentado. La entropía *local* del contenido del frigorífico no disminuirá tanto como aumentará la entropía del entorno (Figura 14.39).

- 47 ¿Qué les sucede a la energía interna y a la entropía de un gas ideal cuando experimenta una expansión isotérmica?
- 48 Explica el cambio de entropía que se produce cuando estalla un globo haciendo referencia a lo que les sucede a las moléculas del gas.
- 49 Ponemos café, azúcar y leche en agua caliente para preparar una bebida. ¿Por qué es difícil invertir el proceso?
- 50 ¿Sería posible grabar en video un solo suceso que no resultase ridículo si se mostrara al revés? Explica por qué.
- 51 Existen cuatro leyes de la termodinámica, aunque en este libro solo hemos incluido la primera y la segunda. A menudo se resumen de esta manera humorística:
Cero: Debes jugar la partida.
Primera: No puedes ganar.
Segunda: No puedes cubrir los gastos.
Tercera: No puedes abandonar la partida.
- ¿Qué sugieren estos comentarios relativos a la primera y a la segunda ley sobre la energía?

Enlace con la teoría del conocimiento

Citas de Richard Feynman

Richard Feynman (1918-1988) recibió el Premio Nobel de Física en 1965. Aunque en un principio se dedicó a la investigación, fue también una destacada personalidad en el mundo de la física durante muchos años. Era muy conocido especialmente por sus conferencias, libros y apariciones televisivas en las que intentaba explicar la complejidad de la física al público en general. Las siguientes citas ofrecen una pincelada de su aproximación a la ciencia, siempre provocadora.

«Si, a causa de un cataclismo, todo el conocimiento científico se destruyera y solo se pudiera legar una única frase a la siguiente generación de criaturas, ¿cuál contendría la mayor cantidad de información con el menor número de palabras? Yo creo que es la hipótesis atómica (o el hecho atómico o como le quieran llamar), es decir, que todas las cosas están compuestas por átomos, las pequeñas partículas que se desplazan por todas partes en perpetuo movi-

miento y que se atraen cuando están un poco separadas pero se repelen cuando se aprietan unas contra otras. De esa simple frase se puede obtener una enorme cantidad de información sobre el mundo, solo con aplicar un poco de imaginación y de razonamiento».

«La ciencia es la creencia en la ignorancia de los expertos».

«Puedes conocer el nombre de un pájaro en todas las lenguas del mundo pero, cuando terminas, no sabes absolutamente nada sobre el pájaro.... Así que, miremos el pájaro y observemos qué hace, eso es lo que cuenta. Yo aprendí muy pronto la diferencia entre saber el nombre de una cosa y saber algo de una cosa».

«Entender lo que se ha demostrado ya es dar un paso más».

«No podemos definir nada con precisión. Si lo intentamos, llegamos a esa parálisis del pensamiento que ataca a los filósofos... Uno le dice al otro: "¡Tú no sabes de lo que estás hablando!". El segundo responde: "¿Qué entiendes por hablar? ¿Qué entiendes por tú? ¿Qué entiendes por conocer?"».

«Nuestra imaginación se estira hasta el límite, pero no como en la ficción, para imaginar cosas que no son reales, sino para intentar comprender las cosas que hay aquí».

«Tengo respuestas aproximadas, y posibles creencias, y diversos grados de certeza sobre diferentes cosas, pero no estoy absolutamente seguro de nada... Aunque no tengo por qué saber la respuesta. No me asusta no saber, ni estar perdido en un misterioso universo sin tener propósito alguno, que es como es en realidad, hasta donde puedo decir, posiblemente. No me asusta».



■ Figura 14.40 Richard Feynman

The pleasure of Finding Things Out: The Best Short Works of Richard Feynman, editado por Jeffery Robbins

«Desde una perspectiva a largo plazo de la historia de la humanidad, pongamos desde hace diez mil años, no cabe duda de que se podría decir que el acontecimiento más importante del siglo XIX es el descubrimiento por parte de Maxwell de las leyes de la electrodinámica. La guerra civil americana se vuelve insignificante en comparación con este importante descubrimiento acontecido en la misma década».

«La excepción confirma la regla. O, para decirlo de otra forma, la excepción demuestra que la regla está equivocada. Ese es el principio de la ciencia: si hay una excepción para una regla cualquiera y se puede demostrar mediante la observación, esa regla está equivocada».

- 1 En algunas de estas citas puedes detectar una cierta falta de respeto por los procedimientos científicos comúnmente aceptados. ¿Crees que una actitud como esta es útil para un buen científico? Razona tu respuesta.

Cálculo de los cambios en la entropía

Cuando se añade o se elimina una cantidad de energía térmica, ΔQ , a un sistema a temperatura T , la variación en la entropía, ΔS , se puede calcular a partir de:

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*. Las unidades de la entropía son los JK^{-1} .

El uso de esta ecuación está restringido por lo general a ejemplos en los que la transferencia de energía térmica es hacia un sistema o entorno (o desde un sistema o entorno) que se puede suponer que se mantiene a una temperatura constante.

Ejemplo resuelto

- 15 Determina el aumento en la entropía de 500 g de hielo cuando se funde a 0°C (calor latente específico de fusión del agua, $L_f = 3,34 \times 10^5 \text{ J kg}^{-1}$).

$$\begin{aligned} \Delta S &= \frac{mL_f}{T} = \frac{(0,500 \times 3,34 \times 10^5)}{273} \\ &= 612 \text{ JK}^{-1} \end{aligned}$$

- 52 Durante una reacción química se transfieren 48 kJ en forma de energía térmica a un laboratorio. Estima su aumento de entropía.
- 53 a Determina la variación en la entropía de 100 g de hielo cuando se congela a 0 °C. ($L_f = 1,9 \times 10^5 \text{ J kg}^{-1}$).
b Sugiere un valor para la variación en la entropía del frigorífico y de su entorno durante este proceso.
- 54 Estima el aumento en la entropía de una cocina que está a una temperatura de 18 °C cuando una taza de café de 200 g de masa se enfría desde 80 °C a 60 °C.

14.3 (B3: Material adicional para Nivel superior) Fluidos y dinámica de fluidos

A los fluidos no se les puede aplicar un modelo de partículas puntuales. Su respuesta a la compresión, distinta de la de los sólidos, genera un conjunto de características que requiere un estudio en profundidad

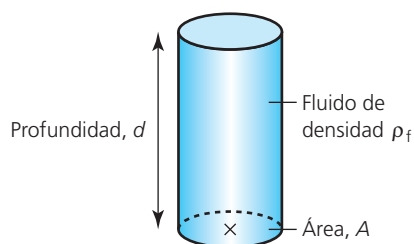
En esta sección estudiaremos las propiedades de las sustancias que pueden fluir: los gases y los líquidos, que se denominan de forma conjunta *fluidos*. En el lenguaje cotidiano es frecuente describir un líquido como un «fluido» y gran parte de este capítulo tratará sobre los líquidos, más que sobre los gases. En términos macroscópicos, la diferencia fundamental entre un gas y un líquido es que los líquidos están limitados por una superficie y no se pueden comprimir, mientras que los gases son relativamente fáciles de comprimir y se difunden hasta llenar los recipientes que los contienen.

En la primera parte de la sección dedicada a los fluidos estudiaremos las propiedades de los fluidos *estáticos* (los que no se mueven y permanecen invariantes) que constituyen el área de estudio denominada **hidrostática**. A continuación estudiaremos los fluidos en movimiento, la *dinámica de fluidos*.

■ Densidad y presión

Ya hemos estudiado que:

- densidad = masa/volumen, $\rho = m/V$; unidades kg m^{-3} . La densidad del agua pura es $1,0 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$, la densidad atmosférica a nivel del mar es $1,2 \text{ kg m}^{-3}$, ambas a 20 °C.
- presión = fuerza/área; $p = F/A$; unidades N m^{-2} , también conocidos como pascales, Pa. La **presión atmosférica** a nivel del mar es $1,0 \times 10^5 \text{ Pa}$.



■ **Figura 14.41** Presión bajo un fluido en un punto X

La **presión hidrostática** bajo un fluido debida a la fuerza hacia abajo de su peso se puede calcular haciendo referencia a la Figura 14.41, en la que se muestra un cilindro de fluido con profundidad d , área A y densidad ρ_f .

$$\begin{aligned} \text{presión en X debida al fluido, } p &= \frac{F}{A} = \frac{\text{peso del fluido}}{\text{área de la base}} = \text{volumen} \times \text{densidad} \times \frac{g}{A} \\ &= \frac{Ad\rho_f g}{A} \end{aligned}$$

$$p = \rho_f g d$$

Esta ecuación se puede aplicar a cualquier fluido estático contenido en un recipiente de forma cualquiera o no contenido en ningún recipiente. Esta ecuación demuestra que, para un fluido dado, la presión depende *únicamente* de la profundidad (suponiendo que nos referimos a ubicaciones donde g es constante). Esta afirmación se demuestra en la Figura 14.42, en la que la profundidad de líquido es la misma en los cuatro tubos y por tanto produce la misma presión en el fondo del recipiente. Si no fuera así, habría diferencias de presión que provocarían el movimiento del líquido.

La presión bajo un objeto sólido (como por ejemplo un libro sobre una mesa) actúa solo hacia abajo, en la misma dirección y sentido que el peso, pero la presión en los fluidos está causada por el movimiento aleatorio de las partículas, por tanto:

La presión debida a los fluidos actúa por igual en todas direcciones.

■ **Figura 14.42**
Vasos comunicantes
de Pascal



En la Figura 14.43 la presión del aire que actúa *hacia arriba* es suficiente para detener la salida del agua fuera del vaso debido a la presión del agua, que actúa *hacia abajo*.

■ **Figura 14.43**
La presión del aire
sostiene el agua en
un vaso



Ejemplo resuelto

16 Estima el valor de la presión bajo la atmósfera terrestre suponiendo que la altura de la atmósfera es de 10 km y que la densidad media del aire es $1,0 \text{ kg m}^{-3}$.

$$p = \rho_f g d = 1,0 \times 9,81 \times 10^4 \approx 10^5 \text{ Pa}$$

La presión total del conjunto formado por un fluido sobre otro fluido es igual a la suma de las presiones individuales.

La ecuación $p = \rho_f g d$ se aplica por lo general a los líquidos y si deseamos conocer la presión, p , a un determinado nivel de un líquido que está expuesto a la atmósfera, debemos sumar la presión debida al líquido más la presión debida a la atmósfera, p_0 , que hay encima, de manera que la ecuación se transforma en:

$$p = p_0 + \rho_f g d$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

Ejemplo resuelto

- 17 ¿Hasta qué profundidad de un lago hay que bajar para que la presión total sea de $2,84 \times 10^5$ Pa? (Presión atmosférica normal = $1,01 \times 10^5$ Pa; densidad del agua del lago = 998 kg m^{-3}).

$$p = p_0 + \rho_f g d$$

$$2,84 \times 10^5 = (1,01 \times 10^5) + (998 \times 9,81 \times d)$$

$$d = 18,7 \text{ m}$$

- 55 ¿Qué profundidad de mercurio (cuya densidad es $1,35 \times 10^4 \text{ kg m}^{-3}$, produce la misma presión que la atmósfera ($1,01 \times 10^5$ Pa)?

- 56 Explica por qué los tubos de la Figura 14.42 deben estar abiertos por la parte superior.

- 57 ¿Hasta qué profundidad del agua marina (densidad $1,03 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$) deben bajar unos buceadores para que la presión sobre ellos sea cuatro veces la presión atmosférica sobre la superficie del mar?

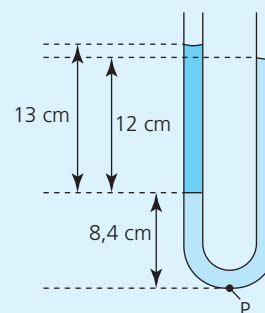
- 58 En la Figura 14.44 se representa un tubo en forma de U que contiene agua pura con densidad $1,00 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ y aceite de oliva (cuya densidad es menor).

a ¿En qué lado se encuentra el aceite de oliva?

b Determina la densidad del aceite de oliva.

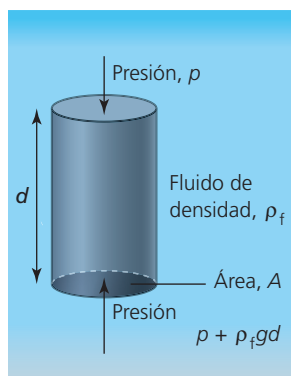
c Calcula la presión total en el punto P (supón que la presión atmosférica es $1,013 \times 10^5$ Pa).

- 59 ¿Cuál es la presión total a 58,3 m de profundidad bajo el mar Muerto (Figura 14.45), que se encuentra, a su vez, a 427 m por debajo del nivel normal del mar (supón que la presión atmosférica a los niveles normales del mar es $1,01 \times 10^5$ Pa, la densidad del agua del mar Muerto es 1240 kg m^{-3} y la densidad del aire a 30°C es $1,16 \text{ kg m}^{-3}$)?



■ Figura 14.44

■ Figura 14.45
Personas flotando en el Mar Muerto



■ Figura 14.46
Cilindro sumergido en un fluido

■ Flotabilidad y principio de Arquímedes

La *flotabilidad* es la capacidad de un fluido para proporcionar una fuerza vertical en sentido ascendente sobre un objeto situado en el interior del fluido o sobre este. A esta fuerza se le denomina en ocasiones **empuje** y se puede explicar teniendo en cuenta las presiones sobre las superficies superior e inferior del objeto. En la Figura 14.46 se representa un cilindro de área transversal A y profundidad d sumergido en un fluido de densidad ρ_f .

La presión sobre la superficie inferior del objeto es mayor que la presión sobre la superficie superior, en una cantidad equivalente a $\rho_f g d$, como consecuencia del aumento de la presión con la profundidad. Por tanto, hay un empuje, E , que actúa en sentido ascendente y que viene dado por:

$$E = \text{presión adicional} \times \text{área} = \rho_f g d \times A$$

O, como el volumen del objeto = volumen del fluido desplazado, $V_f = dA$,

$$E = \rho_f V_f g$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

Aunque la ecuación anterior se ha obtenido para un sólido cilíndrico sumergido en un fluido, también se puede aplicar a otras formas. También se aplica a objetos que *flotan* sobre líquidos, en cuyo caso V_f = volumen del fluido desplazado, no el volumen total del objeto flotante.

Como $\rho_f V_f$ es igual a la masa del fluido desplazado, $\rho_f V_f g$ es igual al peso del fluido desplazado. La ecuación anterior se puede expresar en la forma siguiente:

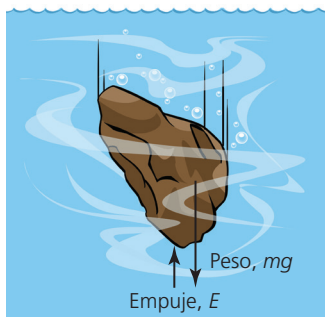
Cuando un objeto se encuentra total o parcialmente sumergido en un fluido, experimenta una fuerza ascendente (empuje) igual al peso del fluido desplazado.



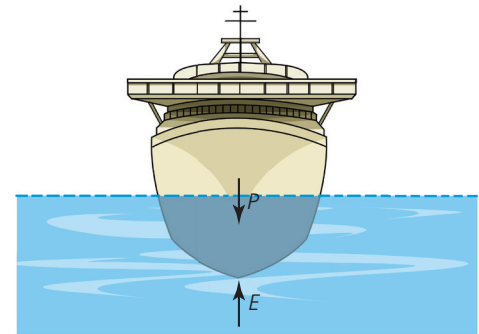
Este principio de la física clásica fue enunciado por primera vez por Arquímedes hace más de 2250 años y se pueden diseñar multitud de experimentos para estudiarlo.

El objeto representado en la Figura 14.47 flotará si $E > mg$ y se hundirá si $E < mg$ (tal como se puede ver). Si un objeto sólido está compuesto por un único material, flotará si su densidad es menor que la del fluido que lo rodea y se hundirá si su densidad es mayor que la del fluido que lo rodea.

El barco de la Figura 14.48 flota, por tanto, sabemos que el peso del fluido desplazado (representado por el área sombreada) debe ser igual que el peso del objeto. Si añadimos más peso sobre el barco o en su interior, el barco se hundirá en el fluido hasta que desplace un peso de fluido equivalente al nuevo peso del objeto. Si esto no es posible, el objeto se hundirá del todo.



■ **Figura 14.47** Fuerzas sobre un objeto sumergido en un fluido



■ **Figura 14.48** Un objeto flotante

60 Explica cómo es posible que un petrolero de 500 000 toneladas pueda flotar sobre el agua.

61 a Un cubo de madera con una densidad de 880 kg m^{-3} flota sobre agua (densidad 1000 kg m^{-3}). Si las aristas del cubo tienen una longitud de 5,5 cm y el cubo flota con una cara paralela a la superficie del agua, ¿qué profundidad de madera se encuentra bajo la superficie?

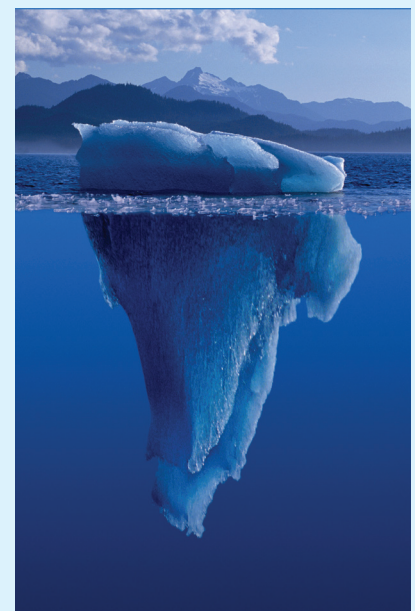
b Se acostumbra a decir que aproximadamente el 90% de un iceberg se encuentra por debajo de la superficie del mar (Figura 14.49). Utiliza esta cifra para calcular el valor de la densidad del hielo marino. Supón que la densidad del agua del mar es 1025 kg m^{-3} .

62 Calcula el valor del empuje que actúa sobre ti cuando estás sumergido en (a) agua y (b) aire.

63 Parte del aprendizaje de las técnicas de buceo consiste en saber mantenerse en «equilibrio de flotación», de manera que el buceador se mantiene en el mismo nivel de profundidad bajo el agua. Explica por qué la inspiración y la espiración afectan a la flotación.

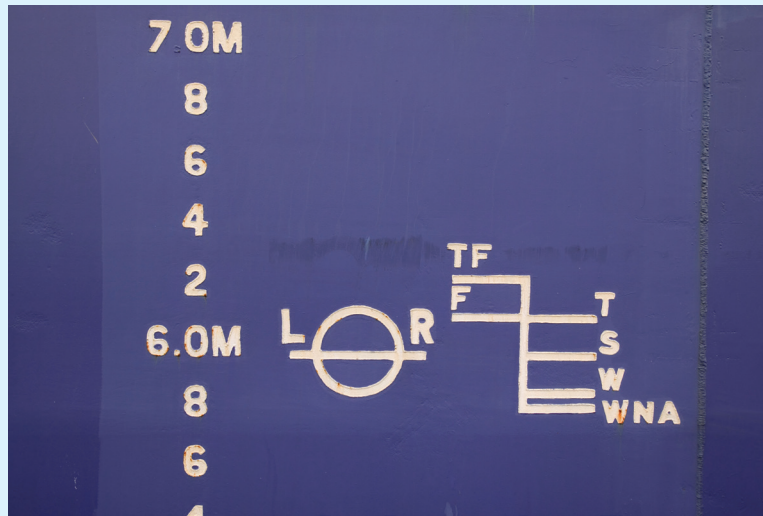
64 Averigua cómo se puede desplazar un submarino hacia arriba y hacia abajo a través del océano.

65 Un globo que contiene un volumen total de helio de 6500 cm^3 se desplaza por el aire. Si su masa total es 5,4 g, ¿ascenderá o descenderá? (Densidad del aire = $1,3 \text{ kg m}^{-3}$)



■ **Figura 14.49**

- 66 En la Figura 14.50 se muestran las marcas dibujadas sobre el casco de un buque transoceánico. Averigua cómo se llaman y qué representan.



■ Figura 14.50

Enlace con la teoría del conocimiento

Ficción o realidad: el valor de la mitología en la ciencia

La mitología que se esconde tras la anécdota del «¡Eureka!» atribuido a Arquímedes en el momento del descubrimiento (del principio del empuje) demuestra una de las muchas maneras en las que se ha transmitido el conocimiento científico a través del tiempo. ¿Qué papel desempeñan la mitología y las anécdotas a la hora de transmitir el conocimiento científico? ¿Qué papel desempeñan en la transmisión del conocimiento científico en los sistemas de conocimiento autóctonos?

La ciencia se suele presentar como una actividad humana inflexible y carente de emociones. El hecho de personalizar la historia de la ciencia con personajes interesantes o excéntricos con los cuales se puede identificar la gente es beneficioso para combatir esa impresión. Los momentos icónicos, como el de Arquímedes y su baño, o Newton y la manzana que cae, son fáciles de recordar y de visualizar y, en ese aspecto, poco importa si son verdaderos o son mitos.

■ Principio de Pascal

Como todo líquido es **incompresible** (su volumen no se puede reducir) y sus movimientos moleculares son aleatorios, podemos formular el siguiente principio:

La presión ejercida sobre un punto cualquiera de un líquido estático encerrado se transfiere por igual al resto de partes del líquido.

Sin embargo, si las distintas partes del líquido se encuentran a diferentes alturas, la consecuencia son diferencias adicionales en la presión, que pueden ser significativas o no. La aplicación más importante de este principio se produce en los *mecanismos hidráulicos*.

Mecanismos hidráulicos

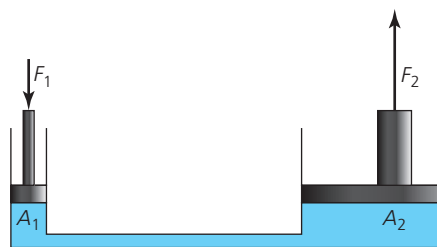
En las máquinas hidráulicas se ejerce una fuerza sobre un líquido incompresible (por lo general algún tipo de aceite) y se genera una presión que se transfiere mediante el uso de tubos (que pueden ser flexibles) hasta otra ubicación donde se genera una fuerza de *mayor módulo*. Véase la Figura 14.51, en la que se representa un esquema de un aparato simple que se puede utilizar para estudiar este efecto.

Una fuerza, F_1 , que actúa sobre un émbolo de área A_1 sobre el cilindro de la izquierda genera una presión que se transfiere al lado derecho, generando una fuerza, F_2 que actúa sobre un émbolo de área A_2 .

Como la presión es la misma en todas partes (principio de Pascal):

$$p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$





■ **Figura 14.51** Principio de los mecanismos hidráulicos

Por tanto, en principio, una fuerza cualquiera se puede transformar en otra fuerza de magnitud mayor (o menor) escogiendo adecuadamente las áreas. Multiplicar una fuerza utilizando una máquina no viola ninguna ley física, pero no podemos multiplicar la energía; esto significa que el trabajo realizado por la fuerza de entrada debe ser igual al trabajo realizado por la fuerza de salida, suponiendo que la eficacia del proceso es del 100%. Se trata de un principio similar al de otras máquinas «multiplicadoras de fuerza», como los brazos elevadores, las poleas, los gatos y las rampas. Si la máquina es 100% eficaz (lo cual, por descontado, es un caso ideal):

$$F_1 \times \text{distancia desplazada por } F_1 = F_2 \times \text{distancia desplazada por } F_2$$

Las máquinas hidráulicas se utilizan de forma generalizada, especialmente cuando se necesitan fuerzas de gran magnitud, como en diversos diseños de excavadoras. Véase la Figura 14.52. El principio también se utiliza en los sistemas de frenado de vehículos.

■ **Figura 14.52**
En esta excavadora se utiliza maquinaria hidráulica



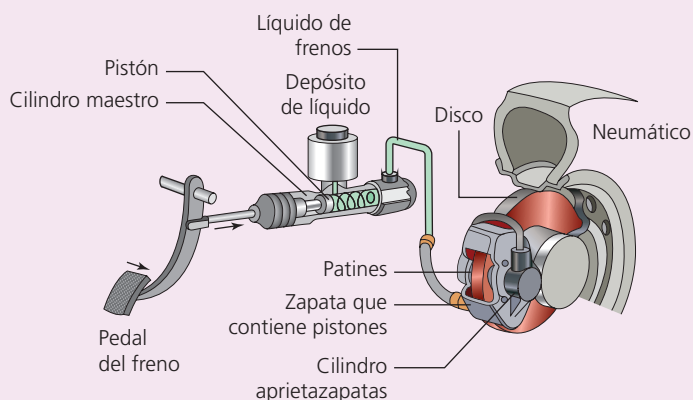
- 67 Considera la Figura 14.51. Supón que $F_1 = 28\text{ N}$, $A_1 = 2,1\text{ cm}^2$ y $A_2 = 19,7\text{ cm}^2$.
- Calcula F_2 .
 - Si F_1 se desplaza 10 cm hacia abajo, ¿cuánto se desplaza hacia arriba F_2 ?
 - ¿Qué valor de F_1 se necesitaría para levantar una carga de 9,7 kg sobre la parte derecha de la máquina si esta tiene una eficiencia del 92%?
- 68 Resume las ventajas de utilizar mecanismos hidráulicos para la construcción de un túnel de ferrocarril, por ejemplo.

Aplicaciones

Sistemas de frenado hidráulicos

Los coches y demás vehículos que circulan por carretera se detienen como consecuencia de la fricción entre la carretera y los neumáticos y esto sucede cuando se ejercen fuerzas para detener la rotación de las ruedas. Estas fuerzas se originan cuando el conductor presiona el pedal del freno con el pie.

La fuerza ejercida por el pie actúa sobre un pistón en un cilindro maestro para empujar el líquido de frenos (aceite) por unos tubos flexibles muy largos hasta los mecanismos de frenado cercanos a las ruedas. En la Figura 14.53 se representa la conexión a una de las ruedas. En los mecanismos de frenado que hay en cada rueda, la presión del líquido actúa sobre los pistones para apretar los patines del freno sobre un disco metálico



■ **Figura 14.53** Sistema de frenado de un coche (solo se representa una rueda)

situado sobre la rueda, creándose una fricción que ralentiza la velocidad de rotación. Como el área total del conjunto de cilindros del sistema de frenado es mucho mayor que el área del cilindro maestro, la magnitud de la fuerza aumenta de forma significativa.

- 1 a ¿Qué fuerza media se requiere para frenar un coche de 1000 kg de masa que viaja a 10 m s^{-1} en 15 m?
 - b Para alcanzar esta fuerza de frenado, ¿qué fuerza media hay que ejercer sobre el cilindro maestro sabiendo que su área es $1,0 \text{ cm}^2$ y que cada uno de los cuatro cilindros del freno tiene un área de 18 cm^2 ?
- 2 Explica por qué puede ser peligrosa la presencia de aire en el sistema de frenado de un coche.

■ Dinámica de fluidos

Equilibrio hidrostático

El concepto de equilibrio nos resulta familiar de otras ramas de la física, por ejemplo, el estudio de la mecánica y la física térmica. «Equilibrio» significa que, aunque un sistema puede estar sometido a distintas influencias, están compensadas, de manera que el estado del sistema no cambia. Podemos considerar que el equilibrio hidrostático es similar al equilibrio de traslación en la mecánica.

Un fluido se encuentra en equilibrio hidrostático cuando está en reposo o cuando una parte cualquiera del sistema se mueve a velocidad constante.

Esto sucede cuando las fuerzas están compensadas por las diferencias de presión. Por ejemplo:

- Un barco que flota está en equilibrio hidrostático (tal como se representa en la Figura 14.48) cuando su peso se encuentra compensado por las diferencias de presión en el agua.
- La atmósfera terrestre (considerada como un todo) se encuentra en equilibrio hidrostático porque las diferencias de presión a través de la atmósfera compensan los efectos de la gravedad sobre el aire.
- La mayoría de las estrellas están en equilibrio hidrostático porque la atracción gravitatoria entre las partículas (hacia el interior) se opone a la presión de los gases calientes y la radiación (hacia el exterior).

El fluido ideal

Naturaleza de la ciencia

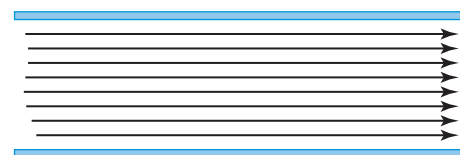
Modelización de un fluido

Los fluidos reales difieren entre sí en el modo en que fluyen, que es resultado de las distintas fuerzas que actúan en su interior y con los recipientes en los que pueden estar contenidos. Al principio de esta opción estudiamos los *gases ideales* y ahora es el momento de estudiar un modelo de *fluido ideal*. No obstante, en nuestro estudio de la dinámica de fluidos estamos más interesados en las propiedades macroscópicas de los fluidos que en una teoría cinética de las partículas que contienen. Las propiedades de los fluidos no se pueden explicar completamente haciendo referencia únicamente al comportamiento de las partículas individuales que contienen.

Podemos idealizar y simplificar el flujo de un fluido como el movimiento de capas que se deslizan unas sobre otras (como las cartas de una baraja), sin que haya movimiento del fluido entre estas capas. Este modelo se describe como **flujo laminar**. Véase la Figura 14.54.

Un fluido ideal:

- tiene una densidad constante y es *incompresible*
- tiene una presión constante que actúa en todas direcciones por igual
- *no es viscoso*: no hay fuerzas de fricción que se opongan al movimiento. (Tiene *viscosidad nula*, véase más adelante en esta sección). No hay fuerzas de cisión entre las láminas ni fuerzas de fricción entre las láminas o entre las superficies con las que pueden entrar en contacto. (Las *fuerzas de cisión* son fuerzas paralelas no alineadas que tienden a empujar una sustancia en sentidos contrarios).
- tiene un patrón de *flujo constante* que no varía con el tiempo y que se puede representar mediante *líneas de flujo laminar*.



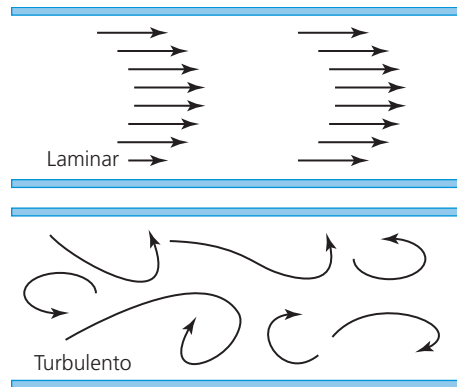
■ **Figura 14.54** Flujo laminar ideal de un fluido a través de un tubo

Líneas de flujo laminar

Las líneas de flujo laminar son líneas que representan las trayectorias que seguirían los objetos (sin masa) si estuvieran situados en el flujo de un fluido.

En la Figura 14.55 se utilizan líneas de flujo laminar para representar la diferencia entre el flujo laminar (también llamado **flujo aerodinámico**) y el flujo no laminar (*turbulencia*):

■ **Figura 14.55**
Uso de las líneas de flujo laminar para representar el flujo laminar (con algo de viscosidad) y las turbulencias en una tubería.



- La tangente a una línea de flujo laminar representa el vector velocidad de flujo en ese punto.
- Las líneas de flujo laminar no se pueden cruzar entre sí.
- Cuando las líneas de flujo laminar están muy juntas, el fluido fluye más rápido.

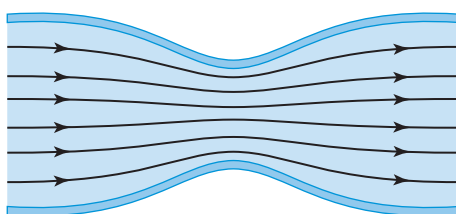
El flujo de los fluidos alrededor de un objeto en movimiento se estudia a menudo en el laboratorio manteniendo el objeto en una posición fija y haciendo que el fluido pase por delante en un **túnel de viento** (o un flujo de líquido equivalente). Se puede utilizar humo o una tintura para marcar las líneas de flujo laminar. Véase la Figura 14.56.

■ **Figura 14.56**
Líneas de flujo laminar alrededor de una pelota de tenis en un túnel de viento



Ecuación de continuidad

En la Figura 14.57 se representan las líneas de flujo laminar de un fluido ideal en una situación de flujo simple en una zona donde la tubería se estrecha. La masa que entra y que sale de la tubería por segundo debe ser constante y, como el fluido es incompresible, la velocidad del flujo debe aumentar en las zonas donde el área transversal de la tubería disminuye.



■ **Figura 14.57**

El volumen que pasa por un punto cualquiera cada segundo debe ser constante y equivale al área transversal, A , multiplicada por la velocidad del fluido, v . Es decir, el flujo de un fluido ideal a través de un sistema cerrado cualquiera cumple en cada punto:

$$Av = \text{constante}$$

Esta ecuación se conoce como *ecuación de continuidad* y figura en el *Apéndice de datos de Física*. La constante se denomina **caudal**.

Ejemplo resuelto

18 Por una tubería fluye petróleo con un caudal de $0,014 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$.

- a ¿Cuál es la velocidad del petróleo si el radio de la tubería es de 12 cm?
 b ¿Cuál es la velocidad del petróleo en un punto donde la tubería se estrecha hasta tener un radio de 9,5 cm?

a $\pi r^2 \times v = 0,014$

$$v = \frac{0,014}{\pi 0,12^2} = 0,31 \text{ m s}^{-1}$$

b $\pi r^2 \times v = 0,014$

$$v = \frac{0,014}{\pi 0,095^2} = 0,49 \text{ m s}^{-1}$$

69 El agua que fluye a una velocidad media de 86 cm s^{-1} por un río cuya anchura es 5,32 m llega a un lugar donde el río se estrecha hasta una anchura de 2,76 m, aunque la profundidad permanece constante en el valor 4,1 m.

- a Calcula la velocidad del agua en la zona estrecha.
 b ¿Cuál es la profundidad del río si la velocidad del agua desciende hasta 150 cm s^{-1} y la anchura del río se mantiene constante?

70 El gas natural fluye a través de una tubería cilíndrica de radio 48 cm a una velocidad de $3,9 \text{ m s}^{-1}$. Se mantiene en movimiento gracias a la presión que proporciona una bomba con un diámetro eficaz de 26 cm.

- a ¿Cuál es la velocidad máxima del gas a través de la bomba?
 b Enuncia uno de los supuestos que has tenido en cuenta para responder al apartado (a).

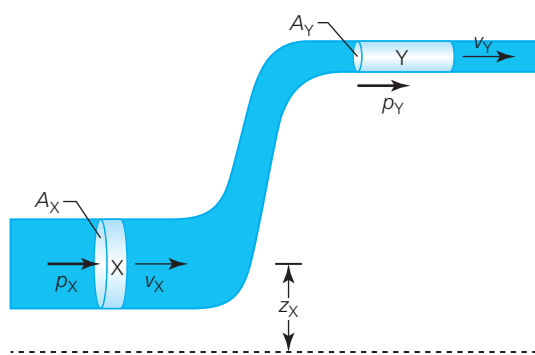
Ecuación de Bernoulli y efecto Bernoulli

En general, podemos esperar que la velocidad de flujo de un fluido incompresible en un sistema cerrado aumente si:

- algún tipo de bomba proporciona una diferencia de presión
- la tubería desciende hacia un nivel inferior
- la tubería se estrecha

La *ecuación de Bernoulli* relaciona estos factores mediante una ecuación que describe el flujo constante de un fluido ideal en un sistema cualquiera.

Consideremos la Figura 14.58, en la que un fluido se desplaza a través de un tubo de izquierda a derecha. En este ejemplo el fluido se desplaza hacia un tubo más estrecho ($A_Y < A_X$) situado a mayor altura, medida desde un nivel arbitrario ($z_Y > z_X$). El pequeño volumen, V (masa m y densidad ρ), de fluido representado en la posición X se desplaza más tarde a la posición Y.



■ **Figura 14.58** Un fluido se desplaza hacia una altura mayor por un tubo más estrecho

Cuando un fluido ideal fluye a través de un sistema con caudal constante, sabemos que el fluido puede poseer distintas energías cinéticas y potenciales, pero la energía total debe ser constante. Utilizando el principio de conservación de la energía:

(energía cinética de V + energía potencial gravitatoria de V) en Y – (energía cinética de V + energía potencial gravitatoria de V) en X = trabajo realizado sobre V por una diferencia cualquiera de presiones.

Pero el trabajo realizado, $W = p\Delta V$ (véase al principio del capítulo), $W = \Delta pV = (p_X - p_Y)V$, por tanto:

(energía cinética de V + energía potencial gravitatoria de V) en X + $p_X V$ = (energía cinética de V + energía potencial gravitatoria de V) en Y + $p_Y V$

O:

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgz + pV = \text{constante}$$

Si dividimos entre V obtenemos:

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gz + p = \text{constante}$$

Esta ecuación (ecuación de Bernoulli) figura en el Apéndice de datos de Física.

- Para un fluido que fluye en dirección horizontal, z es constante, por tanto $\frac{1}{2}\rho v^2 + p = \text{constante}$.
- Para un fluido que fluye libremente fuera de un recipiente, la presión en la zona superior y en el orificio abierto es (casi) igual a la presión atmosférica, por tanto $\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gz = \text{constante}$.

Ejemplo resuelto

- 19 Considera la Figura 14.58. Una pequeña bomba desplaza el agua hasta un nivel situado 43 cm más arriba.
- a Sabiendo que el agua fluye a $72,0 \text{ cm s}^{-1}$ en el nivel inferior, ¿qué diferencia de presión se requiere para producir un flujo de 54 cm s^{-1} en el nivel superior?
 - b ¿Cuál es el radio de la tubería superior si el diámetro de la tubería inferior es 2,4 cm?

$$a \quad \left(\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gz\right)_x + p_x = \left(\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gz\right)_y + p_y$$

Si consideramos que el nivel inferior se encuentra a una altura $z_x = 0$

$$\left(\frac{1}{2} \times (1,0 \times 10^3) \times 0,720^2\right) + (1,0 \times 10^3 \times 9,81 \times 0) + p_x = \left(\frac{1}{2} \times (1,0 \times 10^3) \times 0,54^2\right) + (1,0 \times 10^3 \times 9,81 \times 0,43) + p_y$$

$$259 + 0 + p_x = 146 + 4220 + p_y$$

$$\text{diferencia de presión, } p_x - p_y = 4100 \text{ Pa}$$

- b Utilizando la ecuación de continuidad, $Av = \text{constante}$:

$$0,012^2\pi \times 0,72 = \pi r^2 \times 0,54$$

$$r = 1,4 \text{ cm}$$

Dos aplicaciones de la ecuación de Bernoulli

Líquido que fluye fuera de un recipiente



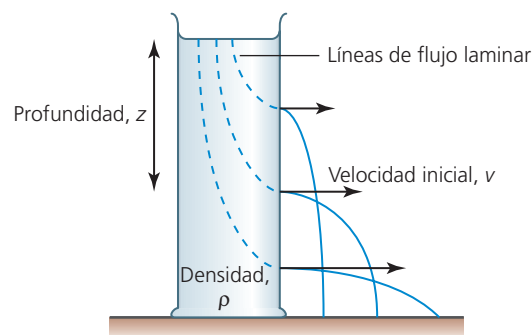
En la Figura 14.59 se representa un recipiente con agua en el que hay tres orificios. La presión en cada uno de los orificios es igual a la presión atmosférica, lo que significa que no hay una diferencia de presión significativa entre la superficie superior y los orificios. Si suponemos que la energía cinética del agua en la superficie es despreciable, la ecuación de Bernoulli se reduce a:

$$\frac{1}{2}\rho v^2 = \rho gz$$

Donde v es la velocidad horizontal del agua emergente y z es la profundidad del orificio por debajo de la superficie. Dividiendo entre ρ y reagrupando obtenemos:

$$v = \sqrt{2gz}$$

Esta ecuación es similar a la ecuación de la velocidad que alcanza una masa que cae (ecuaciones del movimiento, Capítulo 2). Las trayectorias parabólicas del agua de la Figura 14.59 demuestran claramente que la velocidad de salida aumenta con la profundidad bajo la superficie.



■ Figura 14.59 Experimento del «bidón con fugas»

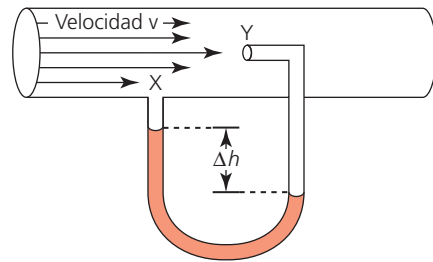
Tubos Pitot

Los tubos Pitot se utilizan para medir la velocidad de flujo de un fluido (por ejemplo, a través de una tubería) o la velocidad de un objeto que se desplaza a través de un fluido. Existen muchos diseños y aplicaciones distintas. En la Figura 14.60 se muestran unos tubos Pitot montados sobre un avión y que se utilizan para determinar la velocidad relativa al aire (su *velocidad aerodinámica*) más que la velocidad relativa al suelo (o *velocidad absoluta*).

■ **Figura 14.60**
Tubos Pitot en un avión



■ **Figura 14.61**
Tubo Pitot simplificado



El principio de un tubo Pitot se basa en la comparación entre la presión en un punto que se encuentra en el flujo directo del fluido con la presión en otro punto cualquiera que *no* se encuentra en el flujo directo del fluido. En la Figura 14.61 se representa un ejemplo simplificado. (Las diferentes presiones se pueden medir mediante distintos aparatos colocados a lo largo de la misma línea de flujo laminar y los resultados se pueden comparar electrónicamente.)

Si nos encontramos en condiciones de equilibrio hidrostático, podemos aplicar la ecuación de Bernoulli:

$$\frac{1}{2}\rho v_X^2 + \rho g z + p_X = \frac{1}{2}\rho v_Y^2 + \rho g z + p_Y$$

Pero, si suponemos que el tubo es horizontal, z es constante y entonces:

$$\frac{1}{2}\rho v_X^2 - \frac{1}{2}\rho v_Y^2 = p_Y - p_X = \Delta p$$

Si suponemos que la velocidad del fluido que colisiona con el tubo de Pitot en Y se reduce a cero, entonces:

$$\frac{1}{2}\rho v_X^2 = \Delta p$$

En el ejemplo representado en la Figura 14.61 se puede determinar la diferencia de presión, Δp , a partir del manómetro de tubo en U. Esta diferencia de presión será aproximadamente igual a $\rho g \Delta h$ si la densidad del fluido del manómetro es mucho mayor que la densidad del fluido que fluye por la tubería y el resto del tubo Pitot.

Efecto Bernoulli

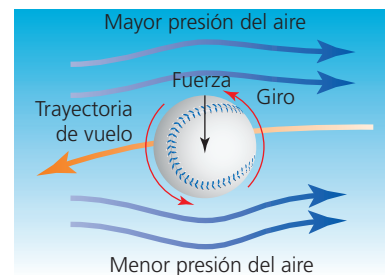
En el caso de un fluido que fluye horizontalmente (o con variaciones insignificantes de la altura), la ecuación de Bernoulli se reduce a:

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + p = \text{constante}$$

Esta ecuación nos indica que si un fluido (ideal) fluye horizontalmente o un objeto se desplaza horizontalmente a través de un fluido sin turbulencia, debe haber una disminución de la presión en los puntos donde aumenta la velocidad.

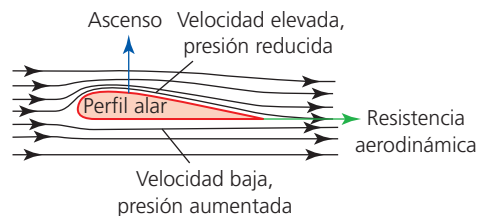
Este efecto se conoce habitualmente como *efecto Bernoulli* y tiene muchas aplicaciones interesantes, como las de estos tres ejemplos.

- **Trayectoria curvada de las pelotas giratorias** – En la Figura 14.62 se representa una pelota giratoria desplazándose hacia la izquierda a través del aire. El movimiento de la superficie de la pelota aumenta la velocidad del flujo de aire sobre un lado (el inferior, tal como se representa) y la disminuye sobre el otro. Este efecto es mayor si la superficie de la pelota *no* es lisa. La diferencia de velocidades del aire provoca una diferencia de presión y una fuerza en el sentido que se indica.

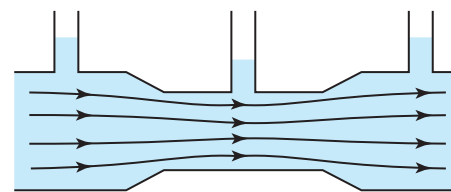


■ **Figura 14.62** Se puede conseguir que la trayectoria de vuelo de la pelota se curve haciéndola girar

- **Alas de un avión** – la forma de la sección transversal del ala de un avión (llamada **perfil alar**) afecta al modo en que pasa el aire a su lado. Si la forma provoca que las líneas de flujo laminar estén juntas encima del ala, aumenta la velocidad del aire y se reduce la presión, lo que produce una fuerza ascendente denominada *ascenso*. Véase la Figura 14.63. El efecto se puede aumentar elevando el borde delantero del perfil alar, lo que provoca también que la fuerza de impacto del aire contra el perfil alar tenga una componente vertical, con lo que el ascenso aumenta.
- **Tubos Venturi** – un fluido que fluye a través de un tubo tiene menos presión en los lugares donde el tubo es más estrecho porque el fluido debe fluir más rápido. Véase la Figura 14.64.



■ **Figura 14.63** Acción de un perfil alar



■ **Figura 14.64** Efecto Venturi



La medida del descenso de la presión causado por un tubo Venturi se puede utilizar para determinar el caudal de un fluido.

Ejemplo resuelto

- 20 a** Considera la Figura 14.64. Si la velocidad del fluido que entra a través de un tubo de área transversal 42 cm^2 por la izquierda es $1,2 \text{ m s}^{-1}$, ¿cuál es la velocidad del fluido en la sección central, donde el área transversal es de 28 cm^2 ?
- b** Sabiendo que la densidad del fluido es 870 kg m^{-3} , determina la diferencia en la presión del fluido entre la sección central y el resto del tubo.

a $Av = \text{constante}$

$$42 \times 1,2 = 28v$$

$$v = 1,8 \text{ m s}^{-1}$$

b $\frac{1}{2}\rho v_x^2 + \rho gz + p = \text{constante}$

Pero z es constante, por tanto:

$$\frac{1}{2}\rho v_x^2 - \frac{1}{2}\rho v_y^2 = p_y - p_x = \Delta p$$

$$\Delta p = \frac{1}{2} \times 870 \times 1,2^2 - \frac{1}{2} \times 870 \times 1,8^2$$

$$= -780 \text{ Pa}$$

El efecto Venturi puede ser muy útil en situaciones donde se necesita mezclar fluidos. Un estrechamiento de un tubo con un fluido que fluye a su través puede producir un descenso de la presión que favorezca el flujo de otro fluido por el tubo. Este efecto se utiliza, por ejemplo, en los motores de coche en los que se mezcla aire y gasolina.

Naturaleza de la ciencia



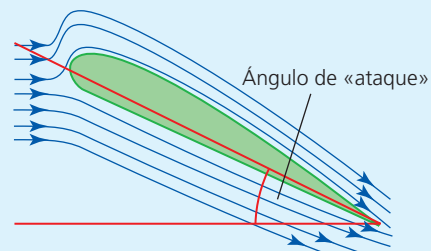
Fluidos que fluyen a través de fronteras internacionales

La tecnología necesaria para el almacenamiento del agua y el control de su flujo data de hace miles de años y está generalizada en muchas partes del mundo. El agua es un recurso tan importante que, en aquellos lugares donde escasea, ha sido motivo de disputa internacional entre los diversos países. Algunas personas consideran que los embalses y los sistemas de riego son beneficiosos, mientras que otras los consideran interferencias imprudentes con el medio ambiente. El aumento significativo de la población mundial, especialmente en algunas de las regiones más secas, unido a la incertidumbre de los efectos del calentamiento global, hace que estos temas sean actualmente objeto de atención cada vez más frecuente.

En tiempos de inestabilidad económica y política, el flujo de gas y petróleo a través de oleoductos y gasoductos que atraviesan largas distancias y fronteras internacionales puede ser objeto de amenazas.

71 En la Figura 14.65 se representa un ala de avión que se desplaza en sentido ascendente con una pendiente pronunciada. El aire que impacta contra la superficie inferior provoca una fuerza perpendicular a la superficie.

- Copia el perfil alar y añade un vector que represente la fuerza resultante procedente del aire.
- Representa las componentes de ascenso y resistencia aerodinámica de la fuerza resultante procedente del aire.
- Utiliza la información que hayas encontrado en Internet para determinar qué fuerza de ascenso es mayor, la que se debe al impacto del aire contra el perfil alar o la que procede del efecto Bernoulli.
- Investiga bajo qué circunstancias es posible que un avión vuele del revés.



■ **Figura 14.65**

72 Explica cómo se puede conseguir que un perfil alar o un coche de carreras puedan viajar más rápido cuando describen un ángulo.

73 Una pequeña central hidroeléctrica tiene una potencia de salida de 36 kW y una eficacia del 74%. Sabiendo que el agua cae una distancia vertical de 62 m, determina:

- la masa de agua que atraviesa las turbinas cada segundo
- la velocidad del agua cuando llega a las turbinas.
- Enuncia dos supuestos que has tenido en cuenta durante el cálculo.

74 Indica en qué deportes se utilizan pelotas cuyas trayectorias están muy afectadas por el giro y cómo se consigue.

75 El agua que fluye inicialmente a una velocidad de $8,0 \text{ cm s}^{-1}$ atraviesa una disposición similar a la que se representa en la Figura 14.64. En la sección estrecha, el radio del tubo se ha reducido desde 3,2 cm hasta 0,48 cm. Como consecuencia, se produce una reducción de la presión que se observa como una diferencia de altura de 58 cm en los tubos verticales.

- ¿Cuál es la diferencia de presión expresada en pascales?
- ¿Cuál es la velocidad del flujo en la sección estrecha?
- Calcula la diferencia de presión sabiendo que el flujo inicial ha disminuido hasta $3,7 \text{ cm s}^{-1}$.

76 Averigua de qué forma permite el efecto Bernoulli que un velero se desplace hacia la dirección de procedencia del viento.

77 El efecto Venturi tiene muchas aplicaciones distintas. Investiga sobre una de estas aplicaciones y prepara una breve presentación para el resto del grupo.

78 Un avión vuela a una altura donde la medida de la presión atmosférica da el valor $7,5 \times 10^4 \text{ Pa}$.

- Busca en Internet cuál es la altitud aproximada del avión.
- Un tubo Pitot montado sobre el avión y dirigido hacia su parte delantera registra una presión de $5,6 \times 10^4 \text{ Pa}$. Calcula el valor de la velocidad aerodinámica del avión sabiendo que la densidad del aire a esa altura es $0,88 \text{ kg m}^{-3}$.

■ Viscosidad

No cabe duda de que ningún líquido es perfectamente «ideal» porque siempre existen algunas fuerzas de fricción entre las distintas láminas, las láminas externas y el recipiente.

Se puede considerar que la viscosidad es una medida de la resistencia al flujo de un fluido.

Al coeficiente de viscosidad se le asigna el símbolo η (eta) y sus unidades en el SI son los Pa s. (Esta unidad no es la que se utiliza normalmente, sino que se suele utilizar el *poise*, aunque no se requiere en este curso). En la tabla 14.2 se listan algunos valores característicos a 20 °C. La viscosidad puede depender mucho de la temperatura.

■ **Tabla 14.2** Algunos valores de viscosidad típicos

Fluido	Viscosidad, η /Pa s
gasóleo	0,7
aceite ligero	0,1
agua	1×10^{-3}
sangre humana	4×10^{-3}
gasolina	6×10^{-4}
aire	2×10^{-5}

Ley de Stokes

Cuando un objeto se desplaza por un fluido experimenta una fuerza de resistencia debida a la viscosidad del fluido que se conoce como **retardo viscoso**, F_D . La *ley de Stokes* ofrece un modo de calcular la magnitud de esta fuerza de resistencia aerodinámica, aunque solo en determinadas condiciones.

- el flujo debe ser laminar
- los objetos deben tener forma esférica
- las superficies de los objetos deben ser lisas.

$$F_D = 6\pi\eta r v$$

Esta es la ley de Stokes y figura en el *Apéndice de datos de Física*: r es el radio de la esfera, que se mueve con velocidad, v . Como consecuencia de sus limitaciones, esta ley solo se suele aplicar a pequeñas masas esféricas que caen por efecto de la gravedad.

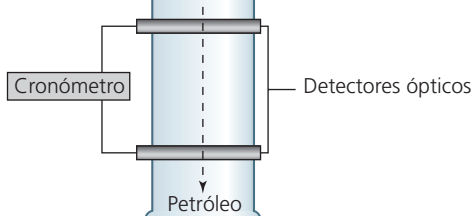
Ejemplo resuelto

21 Calcula la fuerza de retardo viscoso que actúa sobre una pequeña esfera metálica de radio 2,3 mm que cae por el aire con viscosidad $1,7 \times 10^{-5}$ Pa s a una velocidad de 38 cm s^{-1} .

$$F_D = 6\pi\eta r v = 6\pi \times (1,7 \times 10^{-5}) \times (2,3 \times 10^{-3}) \times 0,38 \\ = 2,8 \times 10^{-7} \text{ N}$$

Velocidad terminal de una esfera que cae

Para determinar la viscosidad de un fluido se suele utilizar el método de dejar caer pequeñas esferas a su través. En la Figura 14.66 se representa este método, en el que se ha utilizado un cronómetro electrónico que empieza a contar y se detiene cuando la bola pasa por cada uno de los dos detectores ópticos, respectivamente.



■ **Figura 14.66** Experimento para determinar la viscosidad de un líquido

Los detectores ópticos se deben colocar de modo que la esfera haya alcanzado su velocidad terminal antes de atravesar el primer detector óptico. Las bolas de menor tamaño alcanzan su velocidad terminal al recorrer una distancia más corta. El tubo debe tener el mayor tamaño posible con tal de favorecer el flujo laminar.

Cuando una esfera (de masa m y radio r) se encuentra en equilibrio, se desplaza a una velocidad constante, que, como vimos en el Capítulo 2, se denomina *velocidad terminal*, v_t . En la Figura 14.67 se representan las fuerzas ascendentes y descendentes, que están compensadas.

retardo viscoso, F_D + empuje, $E =$ peso, mg

$$6\pi\eta r v_t + \rho_f V_f g = mg$$

pero,

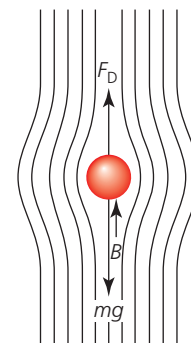
$$V_f = \frac{4}{3}\pi r^3$$

por tanto:

$$6\pi\eta r v_t + \rho_f \frac{4}{3}\pi r^3 g = mg$$

Si medimos la masa y el radio de la esfera y calculamos la velocidad terminal tal como se muestra en la Figura 14.66, podemos determinar la viscosidad del líquido conociendo su densidad. La repetición de las medidas de la velocidad terminal con esferas de distintos radios (y el mismo material) nos permite representar una gráfica que nos puede ayudar a mejorar las incertidumbres en la determinación de la viscosidad.

Si repetimos el experimento con esferas que tengan el doble de radio, el retardo viscoso se duplica, pero tanto el peso como el empuje aumentan en un factor 2^3 (porque son proporcionales al volumen).



■ **Figura 14.67**
Líneas de flujo laminar alrededor de una esfera que cae con velocidad terminal

Ejemplo resuelto

22 En un experimento similar al que se representa en la Figura 14.67, una esfera de radio 8,9 mm y masa 3,1 g alcanza una velocidad terminal de 34 cm s^{-1} cuando cae a través de petróleo de densidad 842 kg m^{-3} . Determina el valor de la viscosidad del líquido.

$$6\pi\eta r v_t + \rho_f \frac{4}{3}\pi r^3 g = mg$$

$$(6 \times \pi \times \eta \times 8,9 \times 10^{-3} \times 0,34) + \left(842 \times \frac{4}{3} \times \pi \times (8,9 \times 10^{-3})^3 \times 9,81\right) = 3,1 \times 10^{-3} \times 9,81$$

$$\eta = 0,11 \text{ Pas}$$

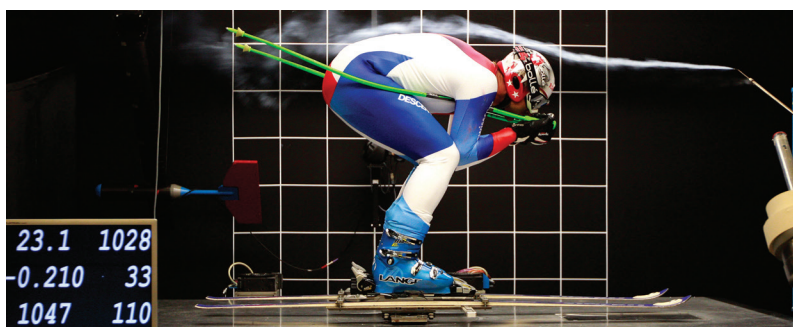
- 79** La viscosidad del jarabe de arce es unas 3200 veces superior a la del agua. Determina su densidad sabiendo que la velocidad terminal de una esfera de 5,5 g de masa y 6,1 mm de radio que cae por el jarabe es 11 cm s^{-1} .
- 80** a Determina la fuerza de retardo viscoso que actúa sobre una gota de lluvia de radio 1,0 mm que cae a una velocidad de $4,0 \text{ m s}^{-1}$ (viscosidad del aire = $1,7 \times 10^{-5} \text{ Pas}$).
b ¿Cuál es la velocidad terminal teórica de esta gota de lluvia que cae? Supón que la densidad del aire es $1,2 \text{ kg m}^{-3}$.
c Explica por qué la velocidad terminal real es mucho menor que el valor calculado en (b).
- 81** En un experimento similar al que se representa en la Figura 14.66 se miden las velocidades terminales de esferas metálicas de distintos radios (pero un mismo metal). Esboza una gráfica de los posibles resultados.
- 82** Indica por qué el retardo viscoso representado por la ley de Stokes es proporcional al radio, r , pero, más generalmente, las fuerzas de resistencia aerodinámicas de los fluidos se describen como proporcionales al área transversal (es decir, proporcionales a r^2).

Flujo laminar y turbulento y número de Reynolds



Si en un fluido se pueden observar las líneas de flujo laminar (por ejemplo, mediante el uso de un colorante inyectado en agua), se pueden estudiar las turbulencias aumentando gradualmente el caudal hasta que las líneas de flujo laminar se interrumpen. Se puede observar el efecto de los distintos diámetros de los tubos o de las distintas formas de los objetos situados en el flujo del fluido. Véase la Figura 14.68. Esto es especialmente importante en el *diseño aerodinámico* de las aeronaves y otros vehículos. Se recomienda observar los modelos de dinámica de fluidos obtenidos con ordenador.

■ **Figura 14.68**
Pruebas en un túnel
de viento



Cuando la velocidad media, v , de un fluido a través de una tubería de radio r aumenta, el flujo laminar es menos probable y pueden comenzar las turbulencias. El *número de Reynolds*, R , se usa como guía para predecir las condiciones bajo las que se inicia el flujo turbulento (no laminar).

$$R = \frac{vr\rho}{\eta}$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*: R no tiene dimensiones (no tiene unidades).

Como guía general, si $R < 1000$ podemos esperar flujo laminar.

Sin embargo, debemos tener claro que el flujo de un fluido puede ser impredecible y se ve afectado fácilmente por diversas influencias. Este número es, por tanto, únicamente una guía, y el inicio de las turbulencias puede depender de otros factores que no se incluyen en la ecuación, como por ejemplo la forma del recipiente (o del objeto en movimiento) y si el fluido está siendo perturbado de algún otro modo.

Para que no haya turbulencias se debe cumplir:

$$1000 > \frac{vr\rho}{\eta}$$

o:

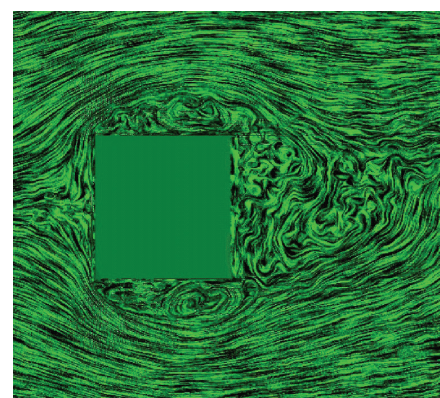
$$v < \frac{1000\eta}{r\rho}$$

Esta ecuación demuestra que si la viscosidad de un fluido es elevada, su densidad es baja y las dimensiones asociadas son grandes, el fluido puede fluir más rápido sin provocar turbulencias. Esta misma ecuación se puede utilizar para estimar la velocidad máxima de un objeto de dimensión r a través de un fluido inmóvil antes de que comiencen las turbulencias, pero recordemos que se trata de una simple guía. Como ejemplo extremo, se estima que el número de Reynolds para el aceite de ballena es muy superior a 10^6 , lo que significa que puede fluir a una gran velocidad sin provocar turbulencias.

En las Figuras 14.69 y 14.70 se muestran ejemplos de turbulencias. En la Figura 14.70 el flujo de aire procede de la izquierda y la turbulencia se produce principalmente detrás del obstáculo. Las



■ **Figura 14.69** Flujo turbulento detrás de un barco



■ **Figura 14.70** Flujo turbulento y remolinos alrededor de un objeto cuadrado en el interior de un túnel de viento

turbulencias se acostumbran a caracterizar por las corrientes vorticiales, que comportan que parte del flujo viaje en sentido contrario a la mayor parte del fluido. Estas corrientes se conocen como *vórtices* y *remolinos*. La formación alternada de vórtices puede dar lugar a fuerzas de oscilación sobre un objeto situado en el interior de un fluido, que pueden provocar efectos de resonancia (véase la sección 14.4).

Ejemplo resuelto

23 Estima la velocidad máxima del flujo laminar de agua que fluye por un tubo de radio 10 cm (viscosidad del agua = $1,0 \times 10^{-3}$ Pa·s).

$$\begin{aligned} v &< \frac{1000\eta}{r\rho} \\ &< \frac{1000(1,0 \times 10^{-3})}{0,1 \times 1,0 \times 10^3} \\ &< 1,0 \times 10^{-2} \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

Perspectivas adicionales

Flujo sanguíneo en el cuerpo humano

La arteria aorta es la más larga del cuerpo humano y transporta la sangre que sale del corazón hacia todo el organismo, en sentido descendente. Véase la Figura 14.71.

Un corazón adulto sano late unas 70 veces cada minuto y cada uno de estos latidos impulsa un volumen de unos 70 ml, de manera que el caudal que pasa por la aorta es de unos 5 l min^{-1} . Un volumen de 1 ml equivale a 1 cm^3 , de manera que $5 \text{ l min}^{-1} = \left(\frac{5000}{60}\right) \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1} = 83 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$.

Dado que:

volumen por segundo = velocidad media \times área transversal

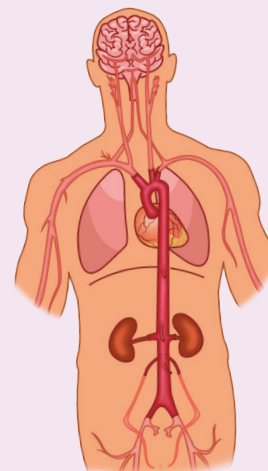
$$\text{velocidad de la sangre en la aorta} = \frac{83}{\pi(0,8)^2} = 41 \text{ cm s}^{-1} \text{ (en una aorta con un radio de 0,8 cm)}$$

El flujo de sangre en el organismo es normalmente laminar y las enfermedades de la aorta indican que las turbulencias comenzarían

si $R = \frac{vr\rho}{\eta} > 2000$ (aproximadamente). Es decir, si:

$$v > \frac{2000\eta}{r\rho} = 2000 \times \frac{4 \times 10^{-3}}{0,008 \times 1,05 \times 10^3} \approx 1 \text{ m s}^{-1}$$

Este valor está significativamente por encima de los caudales característicos reales, por tanto no se deberían producir las turbulencias.



■ **Figura 14.71** La arteria aorta en el cuerpo humano

Modelos a escala

El flujo de un fluido (por lo general agua o aire) que fluye a lo largo de una gran estructura se puede investigar antes de la construcción mediante el uso de modelos a escala en túneles de viento. Sin embargo, si las dimensiones lineales son reducidas en un modelo a escala, la velocidad a la que se predice que la turbulencia comience también cambiará, a menos que los valores de viscosidad y densidad del fluido usados en las pruebas se ajusten.

83 Estima el valor del número de Reynolds para una gota de agua que cae a una velocidad de 10 m s^{-1} . ¿De qué tipo de flujo se trata, laminar o turbulento?

84 Estima la velocidad máxima del flujo laminar de petróleo de densidad 840 kg m^{-3} y viscosidad $0,5 \text{ Pa s}$ que fluye a través de una tubería de radio 25 cm.

85 Se ha puesto a prueba un diseño para un nuevo puente mediante el uso de un modelo a escala 1:50 en un túnel de viento. Para que la velocidad máxima de flujo observada con el modelo pueda ser aplicada al puente real, habría que ajustar la densidad y la viscosidad del fluido empleado en el modelo. Si la viscosidad del gas utilizado fuera la mitad que la del aire, ¿qué densidad de gas se necesitaría? Supón que se aplica el mismo número de Reynolds tanto al puente real como al puente a escala.

14.4 (B4: Material adicional para Nivel superior) Vibraciones forzadas y resonancia

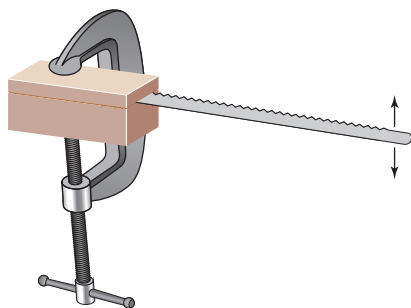
En el mundo real, los osciladores experimentan amortiguación, y sus implicaciones deben ser tenidas en cuenta

Muchos objetos se encuentran expuestos a vibraciones procedentes de fuentes externas (por ejemplo, el tráfico que circula sobre un puente puede hacerlo temblar). En esta sección estudiaremos las circunstancias en las que este efecto puede ser significativo y si es peligroso o beneficioso para diversos sistemas.

■ Frecuencia natural de vibración

Cuando un cuerpo experimenta una perturbación y se le deja oscilar sin interferencias posteriores, se dice que oscila a su *frecuencia natural* de vibración (libre).

En el Capítulo 4 estudiamos las frecuencias naturales de sistemas oscilatorios simples como los péndulos y las masas colgadas de un muelle. La energía de disipación de estos sistemas no adquiere valores importantes, de modo que continúan oscilando durante algún tiempo después de la perturbación. Veremos posteriormente que esta situación se describe mediante la presencia de un *factor Q* elevado. En la Figura 14.72 se representa un ejemplo adicional: una hoja de sierra para metales (o una regla) vibra a una frecuencia natural que depende de sus dimensiones y del material con el que está fabricada. La frecuencia se puede disminuir añadiendo una carga a la hoja, por ejemplo pinchando una masa en su extremo.



■ **Figura 14.72**
Vibración de una hoja
de sierra metálica

Cuando un objeto cualquiera recibe el impacto de una fuerza externa tiende a vibrar de forma natural, aunque para la mayoría de objetos las vibraciones pueden ser insignificantes y/o muy poco duraderas. Estas vibraciones

pueden perturbar el aire que rodea al objeto y se pueden emitir ondas longitudinales hacia el entorno, que se pueden escuchar en forma de sonido.



Los patrones de onda estacionaria bidimensional de una placa metálica horizontal se pueden observar colocando granos de pequeño tamaño (como granos de arena fina o de sal) sobre la superficie que recibe la perturbación y que vibra. Véase la Figura 14.73. (Se puede facilitar la producción de oscilaciones mediante el uso de un vibrador mecánico impulsado por un generador de señal.)



■ **Figura 14.73**
Demostración de las
vibraciones de una
placa metálica



Un objeto hecho de un solo material en una forma simple, un diapasón por ejemplo, puede producir una sola, «pura», frecuencia natural, pero los objetos con estructuras más complicadas tendrán una gama de frecuencias naturales, aunque una frecuencia puede dominar.

■ Amortiguación

Los movimientos de todos los objetos se ven afectados por fuerzas de fricción de uno u otro tipo que actúan en su contra. Las fuerzas de fricción siempre actúan en sentido contrario al movimiento instantáneo de un oscilador y su efecto es la reducción de la velocidad y la transferencia de energía cinética (y, en consecuencia, energía potencial).

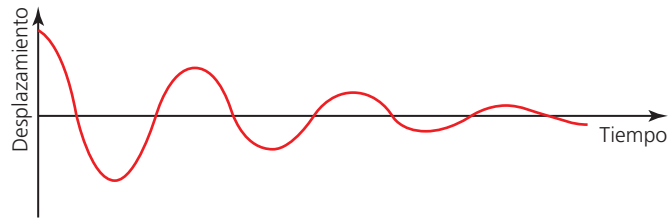
Por tanto, como sucede en otros sistemas mecánicos, hay una transferencia (disipación) de energía útil desde el oscilador hacia el entorno en forma de energía térmica y sonido.

En consecuencia, el oscilador se mueve a una velocidad cada vez menor y sus amplitudes sucesivas disminuyen de tamaño. A este efecto se le denomina **amortiguación**.

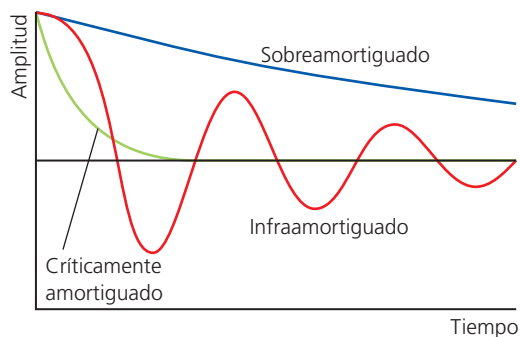
La amortiguación es la disipación de energía de un oscilador debida a las fuerzas de resistencia.

Es habitual que la frecuencia (y el periodo) se mantengan aproximadamente constantes durante la amortiguación, tal como se representa en la Figura 14.74 y, aunque hay menos desplazamiento, la velocidad y la aceleración también disminuyen.

■ **Figura 14.74**
Amplitud decreciente
(a frecuencia constante)
de una oscilación
amortiguada



La amortiguación se puede estudiar experimentalmente utilizando un montaje como el de la Figura 14.72, con cartulinas de distintas superficies pinchadas en la hoja de sierra para aumentar la resistencia del aire (o, por ejemplo, utilizando un micrófono conectado a un osciloscopio para observar la señal de salida procedente de un diapason). Se puede constatar que la relación entre la amplitud y el tiempo es aproximadamente exponencial.

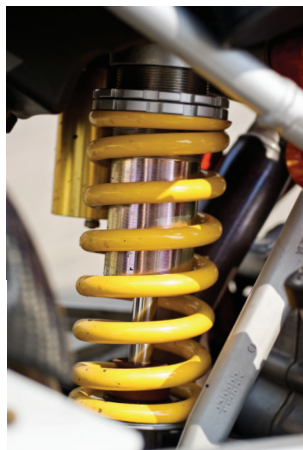


■ **Figura 14.75** Proceso infraamortiguado, sobreamortiguado y críticamente amortiguado

Grados de amortiguación

La cantidad (el *grado*) de amortiguación de los sistemas oscilatorios puede ser muy distinta, tal como se representa en la Figura 14.75.

- Algunas oscilaciones están **sobreamortiguadas** a causa de la magnitud considerable de las fuerzas de fricción. De hecho no se producen oscilaciones porque las fuerzas de resistencia son de tal magnitud que el objeto tarda mucho tiempo (en comparación con su periodo natural) en volver a su posición de equilibrio. El descenso de la amplitud con el tiempo acostumbra a ser exponencial.
- Y a la inversa, de vez en cuando la amortiguación puede ser muy ligera y el oscilador puede continuar oscilando, de modo que su energía tarda algún tiempo en disiparse. Un péndulo y una masa que oscila en el extremo de un muelle son buenos ejemplos de sistemas **infraamortiguados**. Si la masa colgada del muelle se coloca en el interior de un vaso de precipitados con petróleo (en lugar de aire) el sistema se puede transformar en sobreamortiguado.
- Las oscilaciones son a menudo inútiles o destructivas y es posible que nos interese detenerlas lo antes posible. Si las fuerzas de resistencia detienen la oscilación de manera que vuelve relativamente rápido (en comparación con su periodo natural) a su posición de equilibrio sin sobrepasarla, decimos que el proceso está **críticamente amortiguado**. La suspensión de un coche (véase la Figura 14.76) es un ejemplo de este tipo de amortiguación, como también lo son las puertas de cierre automático.



■ **Figura 14.76**
Un amortiguador de coche
(una pieza que absorbe los golpes)
está diseñado para
disipar energía

Aplicaciones

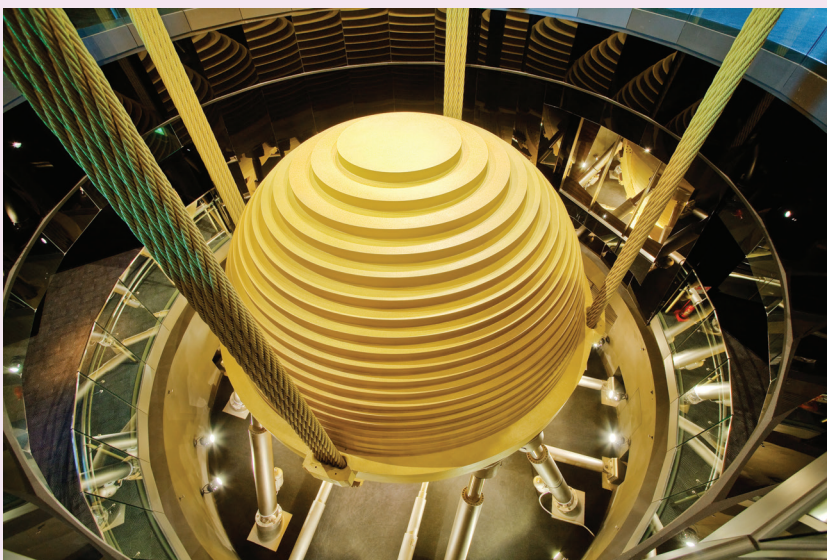
Taipei 101

En 2004 finalizó la construcción en Taiwán de uno de los edificios más altos del mundo, el Taipei 101. Su altura, medida hasta la punta de su aguja, es de 509 m y en el momento en que se construyó era el primer edificio del mundo que superaba el medio kilómetro de altura.

Taiwán es una región del planeta que sufre los efectos de terremotos y tifones, de manera que los ingenieros se tuvieron que asegurar de que el diseño pudiera soportar el peor escenario posible. Una de sus características principales es un péndulo de 730 toneladas suspendido en el interior del edificio entre los pisos 92 y 88, el componente más importante de un sistema diseñado para disipar energía en el caso de oscilaciones de gran magnitud producidas por un tifón o un terremoto. Es el mayor «amortiguador» del mundo.

Sin amortiguación, la energía ondulatoria del terremoto se podría transferir de forma continua durante este, lo que llevaría a un aumento de la amplitud de vibración del edificio que podría ser destructiva.

■ **Figura 14.77**
El amortiguador del Taipei 101 está diseñado para absorber energía en caso de terremoto



- 1 Estima cuánta energía se podría transferir de forma segura a este péndulo.
- 2 Los rascacielos suelen comportar muchos problemas de diseño para los ingenieros y su construcción es muy cara, entonces, ¿por qué se construyen estas estructuras? Indica qué tipo de limitaciones pueden afectar a la altura de un edificio.

86 Discute cuáles son los factores que pueden afectar a las frecuencias naturales de los edificios altos.

87 Estima cuál es la frecuencia natural de tu pierna cuando la balanceas como un péndulo.

88 a Sugiere cómo se pueden amortiguar las vibraciones de un diapasón.

b ¿Afectan tus sugerencias también a su frecuencia?

89 Una determinada cuerda de guitarra tiene su primer armónico en 256 Hz.

a ¿Qué otras frecuencias naturales se pueden producir?

b ¿Cómo se puede aumentar la frecuencia natural de esta cuerda?

90 Explica por qué la arena de la Figura 14.73 permite visualizar el patrón de ondas estacionarias de la placa.

■ Oscilaciones forzadas

Estamos rodeados por una amplia variedad de oscilaciones y es importante considerar cuál es su efecto sobre otras cosas. En otras palabras, ¿qué sucede cuando se aplica continuamente una fuerza de oscilación a otro sistema? Para comprenderlo vale la pena considerar en primer lugar un ejemplo muy simple: ¿qué ocurre cuando empujamos continuamente un columpio infantil (véase la Figura 14.78)?

En este caso la respuesta es bastante evidente: depende de cuándo empujamos el columpio y en *qué sentido*. Si queremos balanceos mayores (amplitudes en aumento) debemos empujar una sola vez por oscilación en el sentido en el que se mueve el niño. Para decirlo en términos científicos, necesitamos aplicar una fuerza externa que tenga la misma frecuencia que la frecuencia natural del columpio y que además esté en fase con esta.

Se produce una **oscilación forzada** cuando una fuerza oscilatoria externa actúa sobre otro sistema y tiende a hacerlo oscilar a una frecuencia que puede ser distinta de su frecuencia natural.



■ **Figura 14.78** ¿Cómo podemos aumentar la amplitud de un balanceo?

Estímulo periódico y frecuencia impulsora

Los ejemplos más importantes de oscilación forzada son aquellos en los que la frecuencia de la fuerza externa (a menudo denominada **frecuencia impulsora** o *frecuencia forzada*) es la misma que la frecuencia natural. El niño sobre el columpio que describimos arriba es un ejemplo de este tipo. Cuando la aplicación de un **estímulo periódico** regular a un sistema tiene como consecuencia un aumento de la amplitud, el efecto se denomina *resonancia*.

■ Resonancia

La resonancia es el aumento en la amplitud y en la energía de una oscilación que tiene lugar cuando una fuerza oscilatoria externa tiene la misma frecuencia que la frecuencia natural del sistema.

Las oscilaciones de la frecuencia impulsora deben estar en fase con las oscilaciones naturales del sistema.

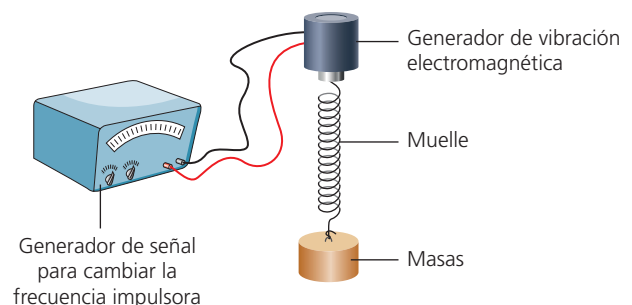
La resonancia tiende a provocar la amplificación de las oscilaciones. A veces el aumento de la amplitud y de la transferencia de energía puede ser considerable.

Los experimentos de laboratorio cuantitativos simples sobre los efectos de la resonancia pueden ser difíciles de realizar pero pueden dar lugar a resultados interesantes que demuestran cómo afecta la variación de la frecuencia impulsora/forzada a la amplitud. Cuando se aplica la fuerza por primera vez, la oscilación puede ser errática, pero el sistema se estabiliza en un patrón de movimiento regular con una amplitud máxima medible.



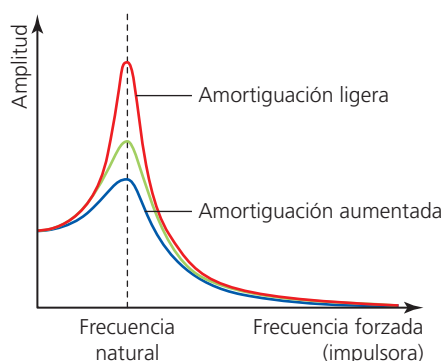
En la Figura 14.79 se representa una disposición experimental habitual. La frecuencia de resonancia del sistema masa/muelle se puede cambiar utilizando distintos muelles y/o distintas masas. La frecuencia forzada la proporciona un generador de vibración electromagnético que puede funcionar utilizando distintas frecuencias procedentes del generador de señal.

Una **curva de respuesta de frecuencia** característica (véase la Figura 14.80) presenta un máximo de la amplitud en la



■ **Figura 14.79** Estudio de la resonancia de una masa colgada en el extremo de un muelle

■ **Figura 14.80**
Curvas de respuesta de frecuencia características con distintos grados de amortiguación



frecuencia natural, pero la condición abrupta y la altura del pico también dependen de la cantidad de amortiguación del sistema. Cuanto mayor es la amortiguación, mayor es la disipación de energía y, en consecuencia, menor es la amplitud.

Puede haber máximos de resonancia más bajos en los múltiplos de la frecuencia natural (no se representan en el diagrama).

Ejemplo resuelto

24 La amplitud inicial de las oscilaciones amortiguadas de una hoja de sierra para metales es de 3,8 cm. Al cabo de 2,5 s la amplitud se ha reducido a 2,7 cm.

- a** ¿Cuál será la amplitud al cabo de 10 s?
b Estima en qué momento la amplitud será de 0,5 cm.

a Si la variación de la amplitud es exponencial, disminuirá en un mismo factor en periodos iguales de tiempo. En este ejemplo la amplitud al cabo de un periodo de tiempo de 2,5 s se puede determinar dividiendo la amplitud al inicio del periodo entre $3,8 / 2,7 = 1,41$. Al cabo de 5 s la amplitud será de 1,9 cm, al cabo de 7,5 s será de 1,4 cm y al cabo de 10 s será de 0,97 cm.

b Al cabo de 12,5 s la amplitud será de 0,69 cm y al cabo de 15 s será de 0,49 cm, de manera que hacen falta aproximadamente 15 s para que la amplitud se reduzca a 0,5 cm (si utilizamos $A = A_0 e^{-kt}$ las respuestas con dos cifras significativas son 0,97 cm y 15 s).

Factor Q y amortiguación

Hemos visto que la amplitud, A , de un oscilador amortiguado disminuye con el tiempo aproximadamente de forma exponencial.

El factor Q de un oscilador (*factor de calidad*) es una manera de representar el grado de amortiguación asociado. Un factor Q elevado significa que hay poca amortiguación. El factor Q se define como:

$$Q = 2\pi \frac{\text{energía almacenada en el oscilador}}{\text{energía disipada por ciclo}}$$

Un ciclo significa una oscilación. Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*. Como la energía disipada por ciclo = pérdida de potencia media \times periodo = pérdida de potencia / frecuencia, podemos reescribir la ecuación de una forma alternativa para un sistema oscilatorio regular en resonancia:

$$Q = 2\pi \times \text{frecuencia de resonancia} \times \frac{\text{energía almacenada en el oscilador}}{\text{pérdida de potencia}}$$

El factor Q es un cociente y por tanto no tiene unidades.

Recuerda que en el Capítulo 4 vimos que la energía de un oscilador es proporcional a su amplitud al cuadrado.

La amplitud del oscilador infraamortiguado que se representa en la Figura 14.75 se reduce aproximadamente en el 70% de su valor previo en cada oscilación (ciclo). Como la energía es proporcional a la amplitud al cuadrado, la energía se reduce hasta un 25% en cada periodo de oscilación.

$$Q = 2\pi \frac{1}{0,75} \approx 8$$

Se suele considerar que el factor Q para el caso *críticamente amortiguado* es de 0,5 aproximadamente, lo que sugiere que la mayor parte de la energía del oscilador se disipa en un tiempo muy inferior a un periodo de oscilación.

■ **Tabla 14.3**
Algunos factores Q
característicos

En la Tabla 14.3 se muestran algunos valores aproximados de factores Q .

sistema de suspensión de un coche	1
masa colgada de un muelle	50
péndulo simple	500
terremoto	1000
diapasón, cuerda de guitarra	2000
reloj atómico	10^{11}

Ejemplo resuelto

25 La energía de un péndulo simple se reduce a la mitad de su valor inicial en 103 s. Estima el valor de su factor Q sabiendo que su periodo es de 2,3 s.

$$Q = 2\pi \frac{\text{energía almacenada en el oscilador}}{\text{energía disipada por ciclo}} = 2\pi \frac{E_p}{E_p/2} \times \text{número de oscilaciones para reducir la energía a la mitad}$$

$$\text{número de oscilaciones necesarias para reducir la energía a la mitad} = \frac{103}{2,3} = 44,8$$

$$Q = 2\pi \times 2 \times 44,8 = 560$$

Se trata únicamente de una estimación, porque la energía disipada por ciclo es un valor medio calculado sobre un total de 45 ciclos.

- 91 a** La energía de un oscilador se reduce de 5,4 J hasta 4,3 J en ciclos sucesivos. ¿Cuál será su amplitud al cabo de un ciclo más?
b ¿Cuál es el factor de calidad del oscilador?
- 92** Estima el valor del factor Q de las oscilaciones de la hoja de sierra para metales descrita en el Ejemplo resuelto 24 sabiendo que el periodo es de 0,86 s.
- 93 a** Escribe la ecuación de la energía potencial elástica almacenada en un muelle elongado y la ecuación del periodo de una masa que oscila en el extremo de un muelle elongado.
b Se determina que el factor Q correspondiente a una masa de 120 g que oscila con una amplitud de 8,0 cm en el extremo de un muelle elongado tiene un valor de 53. ¿Cuánta energía se almacena en el sistema sabiendo que la constante de fuerza es 45 N m^{-1} ?
c Estima el número de oscilaciones antes de que la energía del sistema se reduzca hasta el 60% del valor original. (Supón una pérdida de potencia constante.)
d ¿Cuánto tardará en llegar a este porcentaje de la energía?
- 94** ¿Cuál es el factor Q de un oscilador que disipa el 50% de su energía total en cada ciclo?
- 95** Un sistema está en resonancia constante a una frecuencia de 24 Hz. Determina la pérdida de potencia sabiendo que su energía total es 4,31 J y que su factor Q es 180.

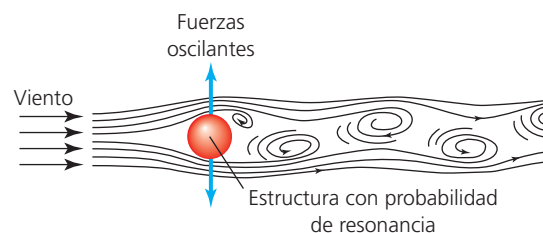
■ Ejemplos de resonancia

Existen muchos ejemplos importantes de resonancia. Algunos son útiles pero muchos son indeseados y normalmente intentamos reducir sus efectos perjudiciales. Uno de los principales problemas a los que se enfrentan los ingenieros es evitar la resonancia en todo tipo de estructuras, lo que representa una combinación interesante de física teórica e ingeniería práctica.

Resonancia indeseada

- Los componentes de la mayoría de ingenios y maquinaria (y su entorno) pueden vibrar de forma destructiva cuando sus motores funcionan a unas determinadas frecuencias. Por ejemplo, una lavadora puede vibrar violentamente cuando el centrifugador funciona a una determinada frecuencia y los componentes de los vehículos pueden vibrar cuando el motor alcanza una determinada frecuencia o cuando viajan a determinadas velocidades.
- Los terremotos pueden afectar a unos edificios más que a otros. Los más dañados suelen ser los que tienen frecuencias naturales de vibración cercanas a las frecuencias del terremoto (Figura 14.82).

- Los vientos o las corrientes intensas pueden provocar resonancia peligrosa en estructuras como puentes o torres. La resonancia suele ser consecuencia del efecto de los remolinos y los vórtices cuando el viento o el agua fluye alrededor de las estructuras. Véase la Figura 14.81.



Para reducir el riesgo de daño producido por la resonancia los ingenieros pueden:

- alterar la forma de la estructura para variar el flujo de aire o de agua que lo atraviesa
- modificar el diseño de forma que las frecuencias naturales no equivalgan a las de cualquier posible frecuencia impulsora (esto puede comportar la modificación de la rigidez y la masa de partes relevantes de la estructura)
- asegurarse de que la estructura tiene la suficiente amortiguación y de que no es demasiado rígida, de forma que la energía se pueda disipar.

■ **Figura 14.81** Un viento regular puede provocar fuerzas oscilantes como consecuencia del modo alternado de formación de los vórtices

■ **Figura 14.82**

La resonancia puede ser una de las razones por las que algunos edificios se derrumban a causa de un terremoto



Naturaleza de la ciencia

Los científicos y los ingenieros se deben asegurar de que sus estructuras son sólidas

El daño que puede causar la resonancia (u otros motivos) sobre los edificios de gran tamaño y otras estructuras puede llevar a lesiones y muertes. Por tanto, es muy importante que los arquitectos y los ingenieros sigan todos los procedimientos posibles para asegurarse de que ese daño es extremadamente improbable. Por desgracia ha habido demasiados ejemplos en todo el mundo en los que la mala calidad del diseño, los materiales o el propio trabajo ha dado lugar a estructuras que se derrumban y a pérdidas de vidas. Los modelos matemáticos y las pruebas realizadas en los túneles de viento con modelos a escala se pueden utilizar para poner a prueba la estructura frente a posibles circunstancias que podrían afectarla, pero una estructura a tamaño real nunca se puede representar perfectamente mediante un modelo; por tanto, se suelen llevar a cabo pruebas posteriores sobre la estructura completa.

Aplicaciones

Puentes

Si has cruzado alguna vez un pequeño puente en suspensión para excursionistas (Figura 14.83), probablemente sabes lo fácil que es hacerlo vibrar con una amplitud cada vez mayor sacudiéndolo o dando taconazos a una determinada frecuencia. Esto es posible porque sería muy difícil o muy caro construir un puente tan simple con una frecuencia natural muy distinta a la frecuencia que la gente puede reproducir fácilmente, o bien utilizar un diseño que pudiera incorporar características de amortiguación.

La resonancia de los puentes es un tema bien conocido desde hace mucho tiempo y la flexibilidad de los puentes en suspensión los hace particularmente vulnerables.

El famoso hundimiento del puente recién construido de Tacoma Narrows en Estados Unidos en 1940 se suele utilizar ampliamente como un ejemplo simple de resonancia provocada por el viento, aunque este motivo forma parte de una explicación mucho más compleja. Más recientemente, el puente del Milenio sobre el río Támesis, en Londres, tuvo que ser clausurado poco tiempo después de su inauguración en junio de 2000 a causa del excesivo número de oscilaciones laterales debidas a la resonancia (Figura 14.84).



■ Figura 14.83 Un excursionista sobre un puente en suspensión en Nepal

■ Figura 14.84 El puente del Milenio, en Londres, estuvo afectado por la resonancia



En este caso la *retroalimentación positiva* fue importante. Las lentas oscilaciones del puente hicieron que la gente se balanceara con la misma frecuencia, y su movimiento simplemente incrementó las fuerzas sobre el puente que estaban provocando resonancia. El problema se resolvió añadiendo amortiguadores para la disipación de energía, pero tuvieron que transcurrir 18 meses hasta que el puente se pudo reabrir al público.

1 Sugiere qué significa en este caso «retroalimentación positiva» y cita otro ejemplo.

Resonancia útil



- Las moléculas de determinados gases de la atmósfera oscilan a la misma frecuencia que la radiación infrarroja emitida desde la Tierra. Estos gases absorben energía a causa de la resonancia y como consecuencia el planeta está más caliente de lo que estaría si no existieran estos gases. Este efecto se conoce como efecto invernadero (Capítulo 8).
- Los aparatos de radio y de televisión de todo el mundo se «sintonizan» variando la frecuencia de un circuito electrónico hasta que coincide con la frecuencia impulsora ofrecida por la señal transmitida.
- Podemos pensar en nuestras piernas como en péndulos con su propia frecuencia natural. Si caminamos de forma que nuestras piernas se muevan a esa frecuencia, la energía se transfiere de forma más eficiente y estamos menos cansados (tendemos a hacerlo así de forma inconsciente).
- Los cristales de cuarzo se pueden hacer resonar utilizando la electrónica y las oscilaciones resultantes son útiles para hacer funcionar dispositivos que miden el tiempo de forma exacta, como los relojes y los ordenadores.
- El sonido procedente de instrumentos musicales se puede amplificar pasando las vibraciones a una estructura de soporte que puede resonar a la misma frecuencia. Un ejemplo obvio lo constituyen las cuerdas de una guitarra resonando en la caja sobre la que están montadas. Como la caja tiene un área superficial mucho mayor, produce un sonido mucho más intenso que la cuerda sola.
- La obtención de imágenes por resonancia magnética nuclear (RMN) es una técnica ampliamente utilizada para la obtención de imágenes de elementos del interior del cuerpo humano. Las ondas electromagnéticas de la frecuencia adecuada (ondas de radio) se utilizan para cambiar el momento de rotación (espín) de los protones (núcleos de hidrógeno) de las moléculas de agua.

- 96 Describe una situación de resonancia en la que un factor Q elevado es (a) deseable, (b) indeseable.
- 97 Se dice que un cantante de ópera puede hacer estallar una copa de vino utilizando la resonancia del sonido. Busca en Internet algún video que demuestre experimentalmente este efecto.
- 98 El espejo retrovisor de un coche resuena en frecuencias múltiplos de su frecuencia natural de 20 Hz.
- a Esboza una gráfica donde se represente la respuesta de frecuencia del espejo en función de las rpm (revoluciones por minuto) del motor del coche cuando estas aumentan de 1 000 a 4 000.
 - b Sugiere cómo se podrían reducir las vibraciones del espejo.
 - c Añade a tu gráfica una segunda curva que muestre la nueva respuesta de frecuencia.
- 99 Explica detalladamente la relación entre la resonancia y el efecto invernadero.

Resumen de conocimientos

■ 14.1 Cuerpos rígidos y dinámica rotatoria

- Del Capítulo 6: la velocidad angular de un objeto, $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$. (θ es el desplazamiento angular, que normalmente se mide en radianes.) Las unidades de la velocidad angular son los rads^{-1} .
- Para cambiar el movimiento de un objeto que puede rotar se necesita un momento de torsión, Γ .
- El momento de torsión proporcionado por una fuerza, F , cuya línea de acción forma un ángulo θ con la línea que une el punto de aplicación de la fuerza con el eje de rotación (longitud r) se puede determinar a partir de $\Gamma = F r \sin \theta$. Las unidades del momento de torsión son los N m.
- Los momentos de torsión se pueden sumar entre sí para determinar el momento de torsión resultante, pero se debe tener en cuenta el «sentido» (horario o antihorario).
- Un objeto se encuentra en equilibrio rotatorio cuando rota con velocidad angular constante (o está en reposo). Esto sucede cuando no actúa ningún momento de torsión sobre el objeto.
- Se denomina «par» a un par de fuerzas paralelas de igual magnitud que tienen distintas líneas de acción y actúan en sentidos contrarios, tendiendo a provocar una rotación.
- La resistencia al cambio del movimiento rotatorio de un objeto se cuantifica mediante su momento de inercia, I , que depende de la distribución de masa alrededor del eje de rotación elegido.
- El momento de inercia de una masa puntual, m , situada a una distancia r de su eje de rotación se puede determinar a partir de $I = mr^2$. La unidad del momento de inercia es el kgm^2 .
- Los momentos de inercia de todas las demás masas se pueden determinar (en principio) sumando los momentos de inercia de todos sus puntos: $I = \sum mr^2$. Cuando en un examen se necesite la ecuación del momento de inercia correspondiente a una determinada forma, se proporcionará en la propia hoja de examen.
- El momento de torsión resultante produce una aceleración angular, $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$. Sus unidades son los rad s^{-2} . La aceleración angular y la aceleración lineal, a , están relacionadas por: $\alpha = \frac{a}{r}$.
- Las matemáticas (incluyendo las gráficas) que se emplean en el movimiento lineal y rotatorio son muy similares. Podemos escribir las ecuaciones del movimiento rotatorio con aceleración angular constante por analogía con las ecuaciones del movimiento lineal:
 - $\theta = \left(\frac{\omega_i + \omega_f}{2} \right) t$
 - $\omega_f = \omega_i + \alpha t$
 - $\theta = \omega_i t + \frac{1}{2} \alpha t^2$
 - $\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\theta$
- El gradiente de una gráfica desplazamiento angular-tiempo es igual a la velocidad angular.
- El gradiente de una gráfica velocidad angular-tiempo es igual a la aceleración angular.
- El área bajo una gráfica velocidad angular-tiempo es igual a la variación del desplazamiento angular.
- La segunda ley de Newton para el movimiento angular: $\Gamma = I\alpha$
- El momento angular, $L = I\omega$. Unidad: $\text{kgm}^2\text{s}^{-1}$
- El momento angular total de un sistema es constante siempre que no haya momentos de torsión externos actuando sobre el sistema.
- El área bajo una gráfica momento de torsión-tiempo es igual a la variación de momento angular.
- La energía cinética de rotación se puede calcular a partir de $E_{\text{C}_{\text{rot}}} = \frac{1}{2} I \omega^2$. Muchos objetos poseen tanto energía cinética de rotación como de traslación. El ejemplo de una pelota o una bola que rueda por una colina es muy importante.
- Cuando un objeto rueda (sin deslizamiento), como por ejemplo una rueda, el punto que está en contacto con la superficie tiene velocidad nula en ese instante. La velocidad de traslación de una rueda que está rodando equivale a la velocidad de un punto sobre su circunferencia = ωr .

■ 14.2 Termodinámica

- Los motores térmicos utilizan la expansión de un gas (cuando lleva energía térmica) para realizar un trabajo mecánico útil. Los motores térmicos deben funcionar siguiendo ciclos repetidos.
- Los cambios de estado de un gas se pueden representar sobre diagramas pV .
- Al gas se le denomina «sistema» y a todo lo demás, «entorno».
- La ecuación de estado de un gas ideal se puede utilizar para predecir lo que sucede cuando un gas cambia de estado: $pV = nRT$.
- La energía interna, U , de un gas ideal es simplemente la energía cinética de traslación de sus moléculas. Se puede calcular a partir de $U = \frac{3}{2}nRT$.
- Cuando una masa fija de un gas ideal se comprime o se expande, el trabajo realizado (sobre el gas o por este) se puede determinar a partir de $W = p\Delta V$, si la presión es constante. Si la presión varía, el trabajo realizado se puede determinar a partir del área bajo el diagrama pV .
- Durante un ciclo de un motor térmico, cada cambio de estado del gas (sistema) se puede aproximar por lo general a uno de estos cuatro tipos:
 - Los procesos isotermos se producen a temperatura constante, por tanto no hay variación en la energía interna del gas ($\Delta U = 0$); $pV = \text{constante}$ (ley de Boyle).
 - Los procesos isocóricos se producen a volumen constante, por tanto el trabajo realizado es nulo ($W = 0$).
 - Los procesos adiabáticos se producen cuando no hay transferencia de energía térmica hacia el gas o desde este ($Q = 0$); $pV^{\frac{5}{3}} = \text{constante}$.
 - Los cambios isobáricos se producen a presión constante.
- Las sucesivas etapas de un ciclo termodinámico se pueden representar mediante líneas características sobre los diagramas pV .
- Los cambios reales que tienen lugar en un gas se pueden aproximar a cambios adiabáticos si se realizan rápidamente y están bien aislados. Los cambios isotérmicos se deben realizar lentamente.
- El principio de conservación de la energía se puede aplicar a cada cambio de estado: $Q = \Delta U + W$. Esta ley se conoce como primera ley de la termodinámica. Es necesario entender bien el significado de los signos de estos términos.
- En un proceso cíclico, el trabajo neto realizado por un gas equivale al área encerrada en el diagrama pV .
- La eficacia de un proceso cualquiera, $\eta = \text{trabajo útil realizado/energía de entrada}$.
- El ciclo termodinámico más eficaz es el ciclo de Carnot, que consiste en dos cambios adiabáticos y dos cambios isotérmicos, y que se puede representar sobre un diagrama pV . Durante la expansión isotérmica se absorbe energía térmica cuando el gas realiza un trabajo sobre el entorno y se libera durante la compresión isotérmica.
- La eficacia de un ciclo de Carnot depende de la temperatura asociada: $\eta_{\text{Carnot}} = 1 - (T_{\text{frío}}/T_{\text{caliente}})$.
- Por sí solas, las cosas ordenadas se transforman de manera natural en desordenadas. La naturaleza incontrolable y aleatoria de los incontables movimientos moleculares y transferencias energéticas hace que todo lo que sucede en el universo aumente el desorden total molecular y energético.
- Como consecuencia de lo anterior, la energía útil siempre se degrada y se disipa en el entorno. (Y no se puede recuperar para realizar algún tipo de trabajo útil.)
- La entropía es una medida numérica del desorden de un sistema.
- La segunda ley de la termodinámica resume estas ideas: todos los procesos aumentan la entropía de un sistema aislado (y del universo como un todo).
- La segunda ley se puede reformular de la manera siguiente: (i) cuando se extrae energía de un reservorio caliente, es imposible convertirla totalmente en trabajo; (ii) la energía térmica no se puede transferir de forma espontánea desde una región a menor temperatura a una región a mayor temperatura.
- Es posible reducir la entropía artificialmente a escala local, por ejemplo congelando agua o cultivando una planta, pero la energía disipada por el sistema siempre aumentará aún más la entropía del entorno.
- La variación de la entropía de un sistema, ΔS , cuando se añade o se extrae energía térmica ΔQ a una temperatura constante $T(\text{K})$ se puede calcular a partir de $\Delta S = \Delta Q/T$. Las unidades de la entropía son los JK^{-1} .

■ 14.3 Fluidos y dinámica de fluidos

- Un fluido (líquido o gas) ejerce una presión en todas direcciones, incluida la ascendente.
- El módulo de la presión, p , de un fluido se puede determinar a partir del peso de fluido que empuja sobre un área. Así, llegamos a la ecuación $p = \rho_f g d$, donde ρ_f es la densidad del fluido y d es su profundidad. Esta presión es independiente de la forma del recipiente en el que está colocado el fluido.
- Si una superficie se encuentra bajo dos (o más) fluidos, se puede determinar la presión total a partir de la suma de las presiones individuales. Habitualmente, la presión bajo un líquido expuesto a la atmósfera, $p = p_0 + \rho_f g d$, donde p_0 es la presión atmosférica.
- La flotabilidad es la capacidad de un fluido para proporcionar una fuerza vertical ascendente sobre un objeto sumergido parcial o totalmente en el fluido. A esta fuerza se la suele denominar empuje.
- El empuje sobre un objeto, E , tiene su origen en la diferencia entre la presión en la parte superior del objeto y la presión en la parte inferior de este, $E = \rho_f V_f g$. Expresado en palabras: cuando un objeto se encuentra parcial o totalmente sumergido en un fluido, experimenta un empuje igual al peso de fluido desalojado.
- Dado que todo líquido es incompresible y que sus movimientos moleculares son aleatorios, podemos enunciar el principio siguiente: una presión ejercida sobre un punto cualquiera de un líquido estático encerrado se transfiere de forma equitativa a todas las demás partes del líquido (con independencia de las diferencias provocadas por los cambios de profundidad).
- En los mecanismos hidráulicos se utilizan líquidos en el interior de tuberías (a menudo flexibles) para transferir la presión. Dado que $p = F/A$ y que la presión es constante, la magnitud de las fuerzas se puede aumentar (o disminuir) eligiendo distintas áreas.
- Un fluido se encuentra en equilibrio hidrostático cuando está en reposo o bien cuando cualquiera de las partes que se mueven lo hace a velocidad constante.
- Un fluido ideal es incompresible y presenta un flujo no viscoso y regular. Se puede visualizar como un conjunto de láminas que se deslizan unas sobre otras (flujo laminar).
- Las líneas de flujo laminar son líneas que representan las trayectorias que seguirían los objetos (sin masa) si estuvieran situados en el flujo de un fluido. La tangente a una línea de flujo indica el vector velocidad de flujo en ese punto.
- Si las líneas de flujo se acercan, el fluido debe tener una velocidad más elevada, v . Este concepto también se representa mediante la ecuación de continuidad: $Av = \text{constante}$, donde A es el área transversal del sistema cerrado.
- La ecuación de Bernoulli describe el flujo regular de un fluido ideal de densidad ρ en un sistema cualquiera. Contempla las diferencias de presión y las variaciones de la velocidad del flujo, v , y la profundidad, z : $\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z + p = \text{constante}$.
- En el caso de fluidos que fluyen horizontalmente, la ecuación de Bernoulli se reduce a $\frac{1}{2}\rho v^2 + p = \text{constante}$. Esto nos demuestra que si un fluido (ideal) fluye horizontalmente, o un objeto se desplaza horizontalmente a través de un fluido sin turbulencias, debe haber un descenso de la presión en todos los puntos donde aumenta la velocidad. Este efecto se conoce como efecto de Bernoulli y tiene muchas aplicaciones, como los perfiles alares, las pelotas giratorias y los tubos de Venturi.
- Los tubos Pitot se utilizan para medir la velocidad del flujo de un fluido (por ejemplo a través de una tubería) o la velocidad de un objeto a través de un fluido.
- Para un fluido que emerge libremente de un orificio practicado en un recipiente abierto, la ecuación de Bernoulli se reduce a $\frac{1}{2}\rho v^2 = \rho g z$.
- La viscosidad, η , se puede considerar una medida de la resistencia que presenta un fluido al flujo. Unidad: Pas.
- La ley de Stokes se puede utilizar para calcular la fuerza de retardo viscoso, F_D . Solo se puede aplicar a objetos lisos y esféricos que experimentan un flujo laminar: $F_D = 6\pi\eta r v$.
- La ley de Stokes se acostumbra a utilizar para determinar la viscosidad, utilizando los datos procedentes de experimentos relacionados con la velocidad terminal de objetos que caen.
- La velocidad máxima posible del flujo laminar de un fluido (o la velocidad de un objeto a través de un fluido estacionario o inmóvil) se puede predecir mediante una guía denominada número de Reynolds, R .
- $R = v r \rho / \eta$. Las turbulencias se producen cuando R supera un determinado valor para un sistema concreto. Como norma general, si $R < 1000$ podemos esperar flujo laminar.

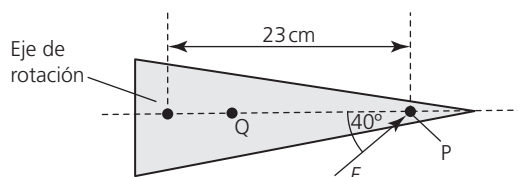
■ 14.4 Vibraciones forzadas y resonancia

- Cuando experimentan una perturbación, la mayoría de objetos y estructuras tienen una frecuencia natural (o varias) a la que oscilan.
- Las fuerzas de fricción reducen las velocidades y las amplitudes de oscilación y disipan energía. Este proceso se denomina amortiguación y se puede producir en grados muy diversos en los distintos sistemas. Puede ser deseable o indeseable.
- La energía de un oscilador es proporcional a su amplitud al cuadrado (del Capítulo 4).
- Como consecuencia de la amortiguación, las amplitudes sucesivas de un sistema que oscila de forma natural se hacen cada vez más pequeñas. Se puede considerar que el cociente entre las amplitudes sucesivas es constante, de forma que la disminución de la amplitud con el tiempo se puede describir mediante una exponencial.
- El factor Q (factor de calidad) de un oscilador es una manera de representar el grado de amortiguación asociado: $Q = 2\pi$ (energía almacenada en el oscilador/energía disipada por ciclo). Se trata de un cociente y por tanto no tiene unidades.
- La amortiguación crítica tiene lugar cuando un sistema vuelve rápidamente a su posición de equilibrio sin atravesarla. Se suele considerar que el valor de Q para la amortiguación crítica es de 0,5 aproximadamente, lo que sugiere que la mayor parte de la energía del oscilador se disipa en un intervalo de tiempo muy inferior a un periodo.
- Los sistemas sobreamortiguados e infraamortiguados también se pueden identificar y los tres tipos de amortiguación se pueden comparar mediante una gráfica amplitud-tiempo.
- Los objetos se encuentran habitualmente expuestos a fuerzas procedentes de vibraciones externas. Si la frecuencia de la fuerza externa equivale a la frecuencia natural del objeto (y está en fase con esta), la energía se transfiere de forma eficaz y la amplitud aumenta. A este fenómeno se le denomina resonancia.
- El grado de amortiguación (factor Q) determina si los efectos de resonancia son significativos.
- Las gráficas frecuencia-respuesta permiten representar la resonancia de sistemas con distintos grados de amortiguación.
- Para un sistema oscilatorio regular en resonancia, el factor Q se puede relacionar con la frecuencia de resonancia mediante la ecuación $Q = 2\pi \times \text{frecuencia de resonancia} \times (\text{energía almacenada en el oscilador} / \text{pérdida de potencia})$.

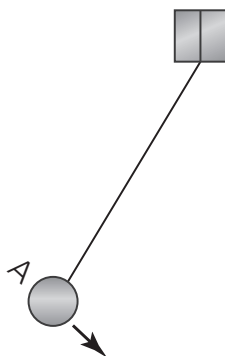
■ Selección de preguntas de examen

Hoja 3 Preguntas del IB y preguntas tipo IB

- 1 a Explica el significado de *equilibrio rotacional*. (2)
- b En el diagrama inferior, el vector representa una fuerza que actúa sobre un punto P de un objeto triangular que puede rotar libremente respecto a un eje. Determina el valor de la fuerza F que producirá un momento de torsión de 3,4 N m. (2)

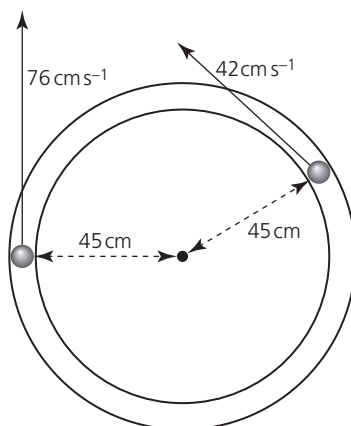


- c Si el objeto se encuentra inicialmente en reposo y su momento de inercia es $1,6 \text{ kg m}^2$, determina durante cuánto tiempo debe actuar un momento de torsión constante de $2,9 \text{ N m}$ para mover el objeto de forma que complete tres revoluciones. (3)
- d Copia el diagrama y añade un vector que represente una fuerza individual que actúe sobre Q y que mantenga el objeto en equilibrio de rotación. (2)
- 2 a Explica por qué una esfera hueca tiene un mayor momento de inercia respecto a un eje que pasa por su centro que una esfera sólida fabricada con el mismo material y que tiene la misma masa. (2)
- b Si estas dos esferas descienden rodando por una misma pendiente desde el reposo, ¿cuál tendrá mayor velocidad lineal al final de la pendiente? Razona tu respuesta. (2)
- c Calcula la energía cinética de rotación de una esfera sólida que rota a una frecuencia de 15 Hz sabiendo que su masa es 2,65 kg y que su diámetro es 16,0 cm. (momento de inercia = $(2/5)mr^2$) (3)
- 3 a Define momento angular. (1)
- b Considera las oscilaciones de un péndulo simple que se suelta desde la posición A, tal como se representa en el diagrama.



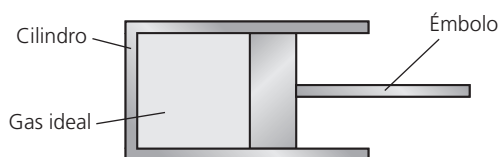
- i Esboza una gráfica en la que se represente la variación de la velocidad angular del péndulo con el tiempo durante las dos primeras oscilaciones completas. (3)
- ii La velocidad angular del péndulo varía de forma continua. Explica por qué no se conserva su velocidad angular. (2)

- c Dos bolas de igual masa se mueven a velocidades constantes y en sentidos opuestos sobre un carril circular sin fricción, tal como se representa en el diagrama.

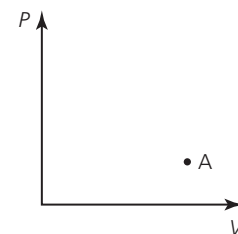


Cuando las dos bolas se encuentran, la colisión es totalmente (perfectamente) inelástica. Determina la magnitud y la dirección y sentido de sus velocidades angulares tras la colisión. (3)

- 4 a Un gas ideal está contenido en un cilindro mediante un émbolo sin fricción. A una temperatura de 290 K y una presión de $4,8 \times 10^5$ Pa, el gas tiene un volumen de $9,2 \times 10^{-4}$ m³.

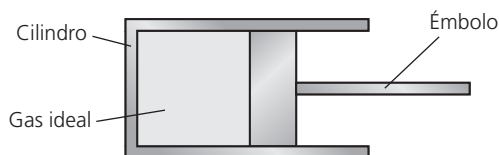


- i Calcula el número de moles del gas. (2)
 ii Se comprime isotérmicamente el gas hasta un volumen de $2,3 \times 10^{-4}$ m³. Determina la presión P del gas. (2)
 iii Ahora el gas se calienta a volumen constante hasta alcanzar una temperatura de 420 K. Demuestra que la presión del gas es ahora $2,8 \times 10^6$ Pa. (1)
 b El gas de a iii se expande adiabáticamente de manera que su temperatura y su presión vuelven a 290 K y $4,8 \times 10^5$ Pa respectivamente. Este estado se representa mediante el punto A.
 c i Copia la gráfica y esboza un diagrama presión-volumen (P - V) para los cambios de a ii, a iii y b. (3)
 ii Sobre el diagrama que has dibujado para el apartado c i, identifica con la letra H cualquier cambio o cambios en los que el gas realiza un trabajo externo sobre su entorno. (1)
 iii Describe cómo se puede utilizar un diagrama P - V para estimar un valor del trabajo útil realizado en un único ciclo de funcionamiento de un motor. (2)



© IB Organization

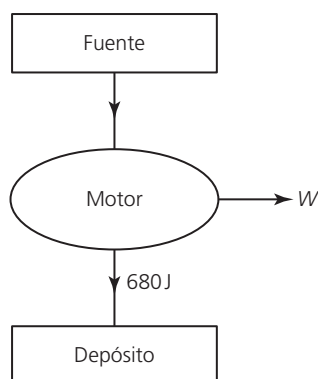
- 5 a Un gas ideal está contenido en un cilindro mediante un émbolo, tal como se muestra en la imagen inferior:



El émbolo se empuja rápidamente hacia el interior del cilindro. Para el cambio de estado del gas producido:

- i enuncia, y explica, si el cambio es isocórico, isobárico o adiabático (2)
 ii utiliza el modelo molecular de un gas ideal para explicar por qué cambia la temperatura del gas. (3)

- b Un motor térmico funciona entre una fuente a alta temperatura y un depósito, tal como se representa en la imagen inferior.



La eficacia total del motor es del 15%. El motor transfiere 680 J de energía al depósito.

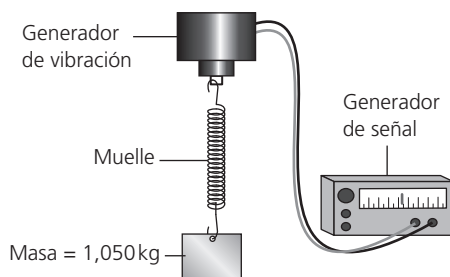
- i Determina el trabajo W realizado por el motor. (2)
- ii Se produce una ganancia de entropía como consecuencia del trabajo W realizado por el motor. Identifica dos variaciones más de la entropía y, haciendo referencia a la segunda ley de la termodinámica, enuncia cómo están relacionados entre sí estos tres cambios. (4)

© IB Organization

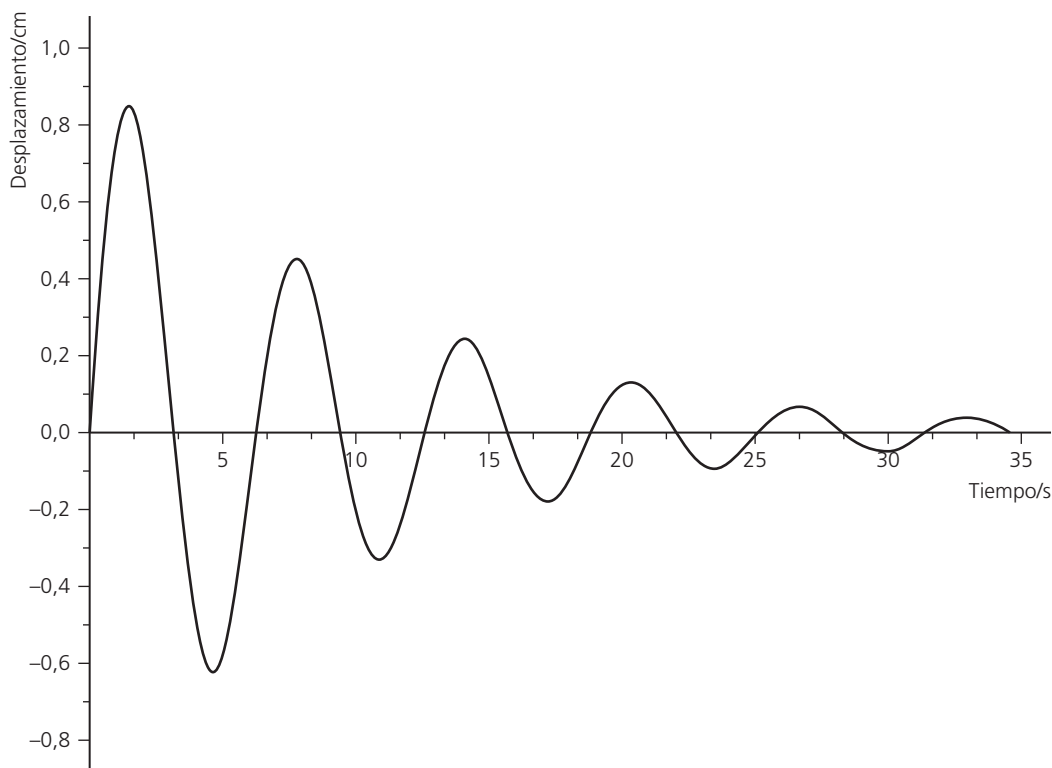
Solo para nivel superior

- 6 En marzo de 2012 el director de cine James Cameron descendió en el interior de un vehículo hasta una profundidad de casi 11 km por debajo de la superficie del océano Pacífico.
- a
 - i Estima la presión ejercida por el agua del mar sobre el vehículo a esa profundidad (densidad = 1025 kg m^{-3}). (2)
 - ii Explica por qué no hace falta incluir la presión atmosférica en el cálculo anterior. (1)
 - iii ¿Qué fuerza actúa hacia el interior de cada centímetro cuadrado de la superficie del vehículo? (1)
 - b
 - i Explica por qué experimenta el vehículo un empuje procedente del agua que le rodea. (2)
 - ii Calcula el empuje sobre un vehículo de volumen 15 m^3 a esta profundidad. (2)
 - c Sugiere cómo puede cambiar un submarino su profundidad bajo la superficie del océano. (1)
- 7 La ecuación $F_D = 6\pi\eta rv$ (ley de Stokes) se puede utilizar para determinar el retardo viscoso, F_D , sobre un objeto que se desplaza por un fluido en determinadas circunstancias.
- a
 - i Explica el significado del término *viscosidad*. (1)
 - ii ¿Bajo qué circunstancias se puede aplicar esta ecuación al movimiento de un objeto esférico y liso? (1)
 - b Una esfera metálica de radio 1,0 mm y densidad $3,7 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ cae verticalmente a través de petróleo a velocidad constante.
 - i Determina el empuje sobre la esfera sabiendo que la densidad del petróleo es 910 kg m^{-3} . (2)
 - ii Determina la velocidad de la esfera sabiendo que la viscosidad del petróleo es 0,048 Pas. (3)
 - c Estima cuál es la velocidad mínima de la esfera a través del petróleo que produciría una turbulencia. Supón que las turbulencias se producen cuando el número de Reynolds es superior a 1 000. (2)

- 8 Una masa de 1 kg cuelga de un muelle cuya constante de fuerza es 20 N m^{-1} .
- Demuestra que la frecuencia natural de vibración de este sistema es aproximadamente 0,7 Hz. (1)
 - El muelle y la masa comienzan a vibrar por la acción de un generador de vibración, tal como se representa en el diagrama. La frecuencia suministrada por el generador de señal varía desde 0 Hz hasta 2 Hz. Esboza una gráfica en la que se represente la variación de la amplitud de las oscilaciones de la masa en este rango de frecuencias. (3)



- A continuación se repite el experimento con la masa sumergida en agua en el interior de un vaso de precipitados. Dibuja otra gráfica (sobre los mismos ejes de la gráfica anterior) en la que se represente la variación de la amplitud de la masa en agua cuando el generador de señal funciona con la misma potencia que en **b**. (2)
 - Las masas que vibran en el extremo de un muelle se pueden utilizar como modelos para las oscilaciones moleculares. Explica brevemente cómo se puede utilizar la resonancia molecular para explicar la absorción de la energía irradiada por la superficie terrestre por parte de los «gases de efecto invernadero». (3)
- 9 **a** Explica qué se entiende por oscilaciones *amortiguadas*. (2)
- El siguiente diagrama muestra la variación del desplazamiento de un sistema oscilatorio con el tiempo. ¿Qué tipo de amortiguación se representa? (1)
 - Toma medidas a partir del diagrama para determinar si la amplitud de la oscilación decrece exponencialmente con el tiempo. (3)



- Estima el valor del factor Q del sistema. (2)

Imágenes

IDEAS FUNDAMENTALES

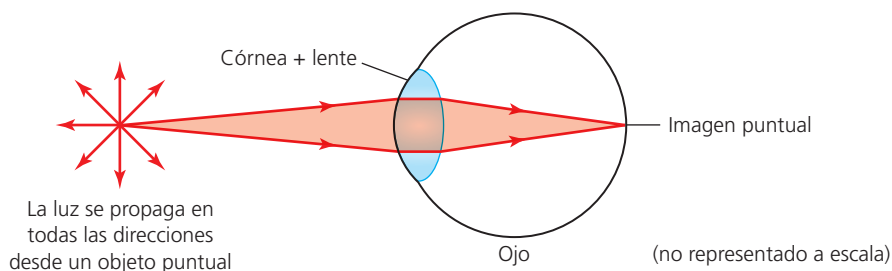
- El progreso de una onda se puede modelar mediante el rayo o el frente de onda. El cambio en la velocidad de la onda cuando se mueve entre distintos medios conlleva un cambio en su forma.
- Los microscopios ópticos y los telescopios utilizan propiedades físicas similares a las de las lentes y los espejos. El análisis del universo se lleva a cabo tanto de forma óptica como usando radiotelescopios para investigar las distintas regiones del espectro electromagnético.
- La reflexión interna total permite que la luz o la radiación infrarroja viaje por una fibra transparente. Sin embargo, los efectos de la dispersión y la atenuación pueden degradar los efectos de una fibra.
- Se pueden obtener imágenes del cuerpo humano usando radiación generada tanto externa como internamente. La generación de imágenes ha permitido a los médicos mejorar el diagnóstico con procedimientos menos invasivos.

15.1 (C1: Núcleo) Introducción a las imágenes

El progreso de una onda se puede modelar mediante el rayo o el frente de onda; el cambio en la velocidad de la onda cuando se mueve entre distintos medios conlleva un cambio en su forma

■ Cómo vemos las imágenes

Vemos un objeto cuando la luz que emite entra en nuestros ojos. Algunos objetos emiten luz, pero podemos ver la mayoría de las cosas porque las ondas de luz que inciden sobre ellas se propagan en todas las direcciones, y algunas ondas que se emiten desde un punto en el objeto se reflejan en un punto de nuestros ojos. Para mostrar este proceso, en la Figura 15.1 hemos usado rayos para representar las direcciones en las que viajan las ondas. La representación de un objeto que «ven» nuestros ojos y nuestro cerebro se denomina **imagen**. El término **objeto** se usa normalmente para describir aquello que estamos mirando.



■ **Figura 15.1** El ojo enfoca la luz para formar una imagen

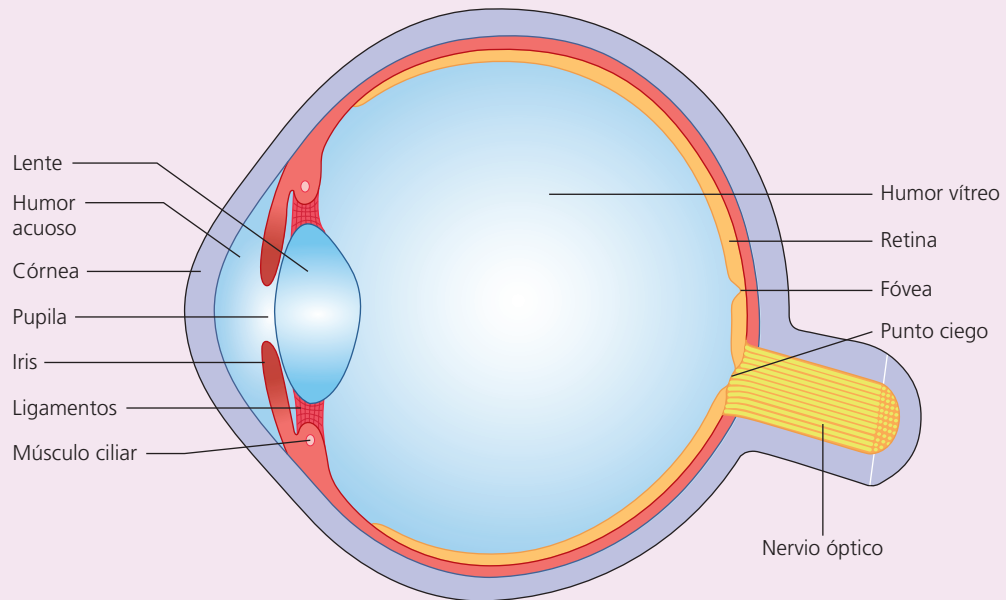
El ojo usa la **refracción** para dirigir los rayos de luz divergentes desde un punto en un objeto hasta un punto en la imagen. A este proceso se le denomina **enfoco** de la luz para formar una imagen.

Perspectivas adicionales

Comprensión del ojo humano

En la Figura 15.2 se muestra la estructura básica del ojo humano. Los rayos de luz se refractan cuando pasan al interior del ojo a través de la **córnea**. En las superficies de la **lente** se sigue produciendo refracción y, como resultado, los rayos se enfocan en la parte posterior del globo ocular (**retina**), donde se forma la imagen.

El **iris** controla la cantidad de luz que entra en el ojo. La apertura (entrada) por la que entra la luz se denomina **pupila**. Cuando la luz es intensa, el iris reduce el tamaño de la pupila para proteger el ojo, mientras que por la noche la pupila se **dilata** (aumenta de tamaño) para que la retina

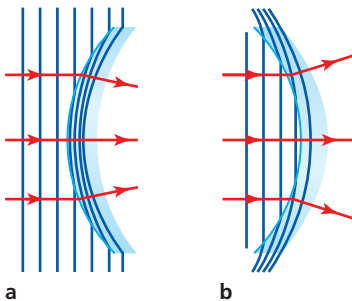


■ **Figura 15.2** Fisiología del ojo humano

pueda recibir más luz y podamos ver con mayor claridad. El *humor acuoso* es un líquido acuoso que se encuentra entre la córnea y la lente, mientras que el *humor vítreo* es un gel transparente que rellena el espacio comprendido entre la lente y la retina.

Los *músculos ciliares* pueden cambiar la forma de las lentes y así es como el ojo puede enfocar los objetos que se encuentran a diferentes distancias.

- 1 Si no se forman imágenes en la superficie de la retina, el ojo no puede ver con claridad. Sugiere los posibles motivos por los que esto puede suceder.
- 2 Explica la función del «nervio óptico»?



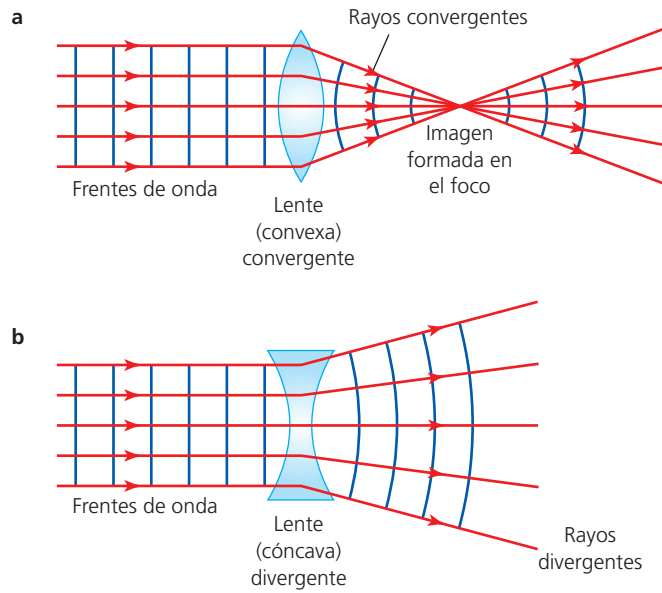
■ **Figura 15.3** Las interfases curvas entre medios transparentes afectan a los frentes de onda y a los rayos

En el Capítulo 4 explicamos que cuando los frentes de onda entran en distintos medios y cambian su velocidad, se pueden refractar y cambiar de dirección. Si la superficie de la *interfase* (frontera) entre los dos medios es curva, los frentes de onda que se refractan cambiarán de forma. En las Figuras 15.3a y 15.3b se muestran frentes de onda planos (rayos paralelos) que atraviesan una interfase para llegar a un medio en el que viajan más despacio. También se incluyen los rayos que muestran la dirección del desplazamiento de los frentes de onda (los rayos siempre se representan perpendiculares a los frentes de onda). En la 15.3a, las ondas que inciden llegan a una superficie *convexa* y los frentes de onda y los rayos transmitidos *convergen*. En la 15.3b las ondas inciden sobre una superficie *cóncava* y los frentes de onda y los rayos transmitidos *divergen*.

■ Lentes convergentes y divergentes

El ojo contiene una lente con la que puede enfocar la luz. En las lentes fabricadas con materiales *transparentes* (como el cristal o el plástico) se usa el efecto que se muestra en la Figura 15.3 para enfocar la luz y formar imágenes. Esto implica normalmente que la luz viaja desde un objeto a través del aire y luego atraviesa una lente transparente que tiene dos superficies lisas y curvas. En este caso, la refracción se produce en ambas superficies, tal como se muestra en la Figura 15.4, en la que se representan los efectos de los dos tipos básicos de lente en los frentes de onda planos, aunque no se han incluido los frentes de onda en el interior de la lente. Los rayos de luz se refractan y cambian su dirección en las dos superficies de la lente, a menos que incidan a lo largo de la normal. No obstante, en el resto de este capítulo normalmente simplificaremos los diagramas para poder mostrar cómo los rayos cambian de dirección solo una vez: en el centro de la lente.

■ **Figura 15.4**
 Dos tipos básicos de lentes y cómo afectan a las ondas de luz (y a los rayos)



En la Figura 15.4a los frentes de onda convergen en un foco, por este motivo a este tipo de lente se le denomina **lente convergente**, que también se conoce como lente convexa debido a la forma de su superficie. A pesar de su nombre, las lentes convergentes no *siempre* convergen la luz (las lentes de aumento son la excepción). En la Figura 15.4b se representa la acción de una **lente divergente** (superficie cóncava). Las lentes se fabrican en una gran variedad de formas y tamaños, pero todas se pueden clasificar como convergentes/convexas o como divergentes/cóncavas.



Las lentes se han usado durante miles de años en muchas sociedades de todo el mundo. Las más antiguas se obtenían a partir de roca traslúcida de origen natural (véase la Figura 15.5) y podrían haberse usado como lentes de aumento o para encender fuego.



■ **Figura 15.5** La lente más antigua que se conoce (encontrada en el palacio asirio de Nimrud), se encuentra actualmente en el British Museum en Londres

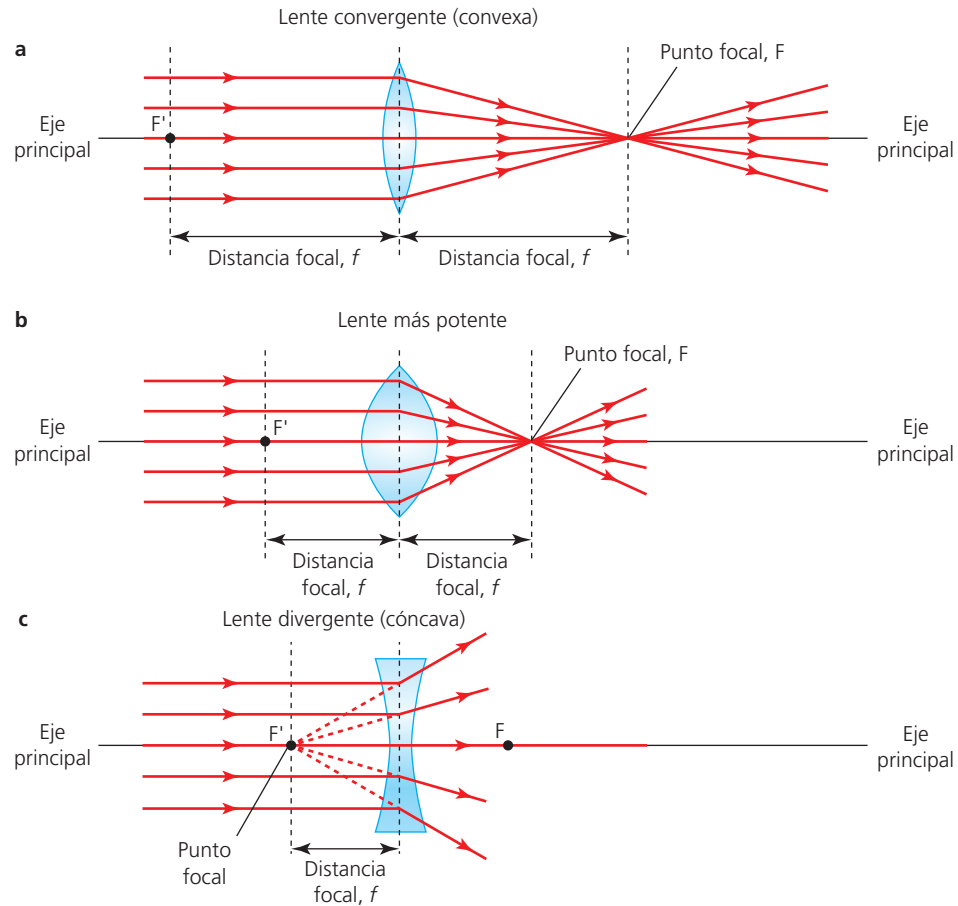
Lentes delgadas

Aunque las lentes reales no se comporten exactamente como las descripciones idealizadas y las ecuaciones que se incluyen en este capítulo, la teoría de las lentes se puede aplicar con seguridad a las *lentes delgadas* (que tienen superficies con pequeñas curvaturas) y cuando la luz incide aproximadamente de forma perpendicular (*normalmente*) cerca del centro de dichas lentes.

Terminología

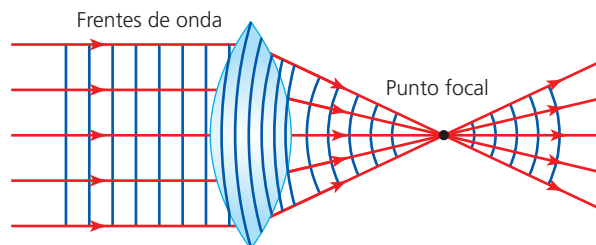
En la Figura 15.6 se ilustran los términos básicos que se usan para describir las lentes.

■ **Figura 15.6**
Definición de los términos básicos que se usan para describir las lentes



En la Figura 15.6 se muestran los diagramas de rayos, y durante el resto de este capítulo seguiremos usando los rayos, porque normalmente son la forma más fácil de representar el comportamiento de los sistemas ópticos. Sin embargo, como ejemplo, en la Figura 15.7 podemos observar cómo el comportamiento de las lentes convergentes que se representan en la Figura 15.6b se pueden ilustrar usando frentes de onda.

■ **Figura 15.7**
Frentes de onda enfocados mediante una lente convergente



El **eje principal** de una lente se define como la línea recta (imaginaria) que atraviesa el centro de la lente, que es perpendicular a las superficies.

Los rayos de luz pueden estar enfocados en distintos lugares según la distancia que separe el objeto de la lente, pero una lente se define según donde enfoca los rayos de luz paralelos que inciden sobre ella.

El **punto focal** de una lente convergente se define como el punto en el que convergen todos los rayos paralelos al eje principal después de atravesar la lente. Para una lente divergente, el punto focal es el punto desde el que los rayos parecen divergir después de atravesar la lente.

Al punto focal se le denomina en ocasiones *foco principal*. Una lente tiene dos puntos focales, que se encuentran a la misma distancia a un lado y otro del centro de la lente. En la Figura 15.6 se representan como F y F'.

La **distancia focal**, f , de una lente se define como la distancia existente en el eje principal entre el centro de la lente y el punto focal.

La distancia focal se mide normalmente en centímetros, aunque la unidad del SI es el metro. La distancia focal de una lente es el dato esencial de la lente que nos indica cómo afecta a la luz que la atraviesa. Cuanta mayor es la distancia focal de una lente, menos efecto tiene sobre la luz, mientras que cuanto menor es la distancia focal, mayor es la refracción de la luz y se dice que la lente es más *potente*.

Por motivos que se explicarán más adelante, a las distancias focales de las lentes divergentes se les asignan valores *negativos*.



Para determinar experimentalmente la distancia focal de una lente es necesario usar rayos paralelos de luz, que se obtienen oportunamente de cualquier objeto distante: los frentes de onda esféricos de una fuente puntual se convierten de forma eficaz en paralelos si se encuentran a una gran distancia de su origen.

La distancia focal de una lente depende de la curvatura de las superficies y del índice de refracción del material o materiales con los que está fabricada la lente. Las lentes sencillas tienen superficies que son esféricas: la misma forma que una esfera parcial. Una lente con un radio de curvatura menor, o un índice de refracción mayor, tendrá una distancia focal más corta y será más potente (véase la Figura 15.6b). Los ojos pueden enfocar objetos situados a diferentes distancias cambiando ligeramente la forma y, consecuentemente, las distancias focales (un proceso denominado *acomodación*).

Las personas que trabajan con lentes, como los optometristas y los ópticos, normalmente clasifican las distintas lentes según su potencia (óptica), un término que no está relacionado en modo alguno con la potencia como tasa de transferencia de energía. La **potencia óptica** se define como:

$$\text{potencia} = \frac{1}{\text{distancia focal}}$$

$$P = \frac{1}{f}$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

La unidad de la potencia (óptica) es la **dioptría**, D, que se define como la potencia de una lente con una distancia focal de 1 m. Es decir:

$$P(D) = \frac{1}{f(m)}$$

Cuando se colocan dos lentes juntas, su potencia combinada es igual a la suma de sus potencias individuales.

Ejemplo resuelto

- 1 Calcula las potencias de las lentes que tienen estas distancias focales:
- a +2,1 m
 - b +15 cm
 - c -50 cm

$$\text{a } P = \frac{1}{f} = \frac{1}{2,1} = +0,48 \text{ D}$$

$$\text{b } P = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,15} = +6,7 \text{ D}$$

$$\text{c } P = \frac{1}{f} = \frac{1}{-0,5} = -2,0 \text{ D}$$

- 1 a ¿Cuál es la distancia focal de una lente convexa con una potencia de +2,5 D?
 b Haz un esquema de una lente (de 2,5 D de potencia) y dibuja al lado una lente del mismo diámetro que tenga una distancia focal mucho más corta.
 c ¿Qué suposición has hecho?
- 2 a Calcula la potencia de una lente con un diámetro de 4,0 cm y una distancia focal de 80 mm.
 b ¿Cómo es posible que otra lente de la misma forma pueda tener una distancia focal de 85 mm?
- 3 ¿Qué distancia focal debe tener una lente para que al combinarla con otra lente de +5 D obtengamos una potencia combinada de +25 D?
- 4 Unas gafas de lectura tienen una potencia de +1,5 D.
 a ¿Qué tipo de lentes contienen?
 b ¿Cuál es la distancia focal de las lentes?
 c Si la distancia focal del sistema de enfoque en el ojo es de +18 mm, ¿cuál es la potencia combinada del ojo y de las gafas de lectura?
- 5 Haz una copia de mayor tamaño de la Figura 15.6c y luego añade frentes de onda que atraviesen el sistema.

■ Creación de imágenes con lentes convergentes

Podemos estudiar las propiedades de una imagen creada mediante una lente convergente utilizando un objeto iluminado y moviendo una pantalla (o el objeto) hasta que se observe una imagen bien enfocada. Podemos apreciar variaciones en la imagen cuando se mueve la lente, o si cambiamos la lente por otra de diferente distancia focal.

Propiedades de una imagen

Una imagen se puede describir de forma completa si se indican estas propiedades:

- su posición
- si está derecha o invertida (en la misma posición que el objeto o al revés)
- su tamaño (y si está aumentada o reducida)
- si es *real* o *virtual*.

Imágenes reales y virtuales

Las imágenes reales se forman cuando los rayos de luz convergen. Las imágenes virtuales se forman cuando los rayos divergentes entran en el ojo y la imagen se forma en el lugar del que parece que proceden los rayos. (Por ejemplo, las imágenes que vemos cuando nos miramos en un espejo plano o usamos una lente de aumento son virtuales).

Naturaleza de la ciencia**Lógica deductiva**

Por definición, una imagen virtual no se puede observar directamente. El conocimiento de las imágenes virtuales debe proceder del razonamiento lógico y la valoración de otros hechos conocidos (mediante la *deducción*). Como es evidentemente cierto que las imágenes (reales) se forman cuando los rayos que se originan en un punto de un objeto se proyectan en otro punto, es lógico concluir que cuando vemos una imagen virtual, la imagen se forma de un modo similar (mediante rayos que divergen desde un punto virtual).

El razonamiento deductivo (lógico) genera conclusiones específicas a partir de afirmaciones ciertas generalizadas. Por ejemplo, como sabemos que todas las fuerzas se producen en pares (según la tercera ley de Newton), podemos *deducir* que una pistola debe retroceder cuando se dispara.

Aumento lineal y angular

El *aumento* de una imagen nos indica cuál es el tamaño de esa imagen en comparación con el objeto, y se puede expresar de dos formas diferentes:

Aumento lineal, m

El *aumento lineal*, m , de una imagen se define como la proporción entre la altura de la imagen, h_i , y la altura del objeto, h_o .

$$m = \frac{h_i}{h_o}$$

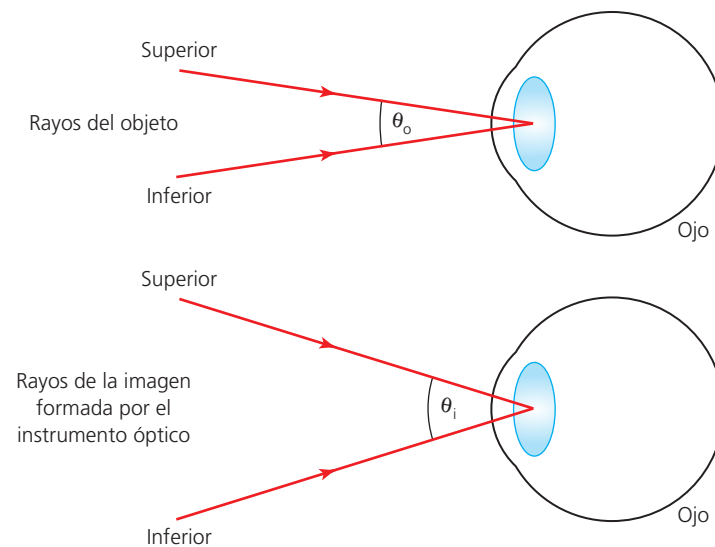
Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

Como m es un cociente, no tiene unidad. Si m es mayor que la unidad, la imagen está aumentada; si m es menor que la unidad, la imagen está reducida (es más pequeña).

Aumento angular, M

En ocasiones las dimensiones de un objeto o de una imagen no se pueden determinar fácilmente, o a veces estimar un valor para un aumento lineal puede ser poco útil o engañoso. Por ejemplo, una imagen de la Luna que tuviera un diámetro de 1 m sería imponente, pero su aumento lineal sería $m = h_i/h_o = 1/(3,5 \times 10^6) = 2,9 \times 10^{-7}$. En estos casos, el concepto de **aumento angular** resulta útil. Véase la Figura 15.8.

■ **Figura 15.8**
El concepto de aumento angular



El aumento angular, M , se define como el cociente entre el ángulo subtendido en el ojo por la imagen, θ_i , y el ángulo subtendido en el ojo por el objeto, θ_o . Al tratarse de un cociente, no tiene unidad.

$$M = \frac{\theta_i}{\theta_o}$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

Volviendo al ejemplo de la Luna, si viéramos una imagen de 1 m de diámetro de la Luna desde una distancia de 2 m, el ángulo subtendido por el ojo sería de $\frac{1}{2}$ radianes (o 29°). La Luna se encuentra a una distancia media de $3,8 \times 10^8$ m de la Tierra, por lo que el ángulo subtendido por el ojo es de $(3,5 \times 10^6)/(3,8 \times 10^8) = 9,2 \times 10^{-3}$ rad. El aumento angular se obtiene a partir de la fórmula, $M = 0,50/9,2 \times 10^{-3} = 54$.

- 6 Se usa una lente de aumento para observar un pequeño insecto que parece medir 3,7 mm. Si el aumento lineal de la lente es de 4,6, ¿cuál es la longitud real del insecto?
- 7 Una foto de 4,0 cm de ancho y 2,5 cm de alto se proyecta sobre una pantalla, de modo que su anchura total es de 83 cm.
 - a ¿Cuál es el aumento lineal?
 - b ¿Qué altura tiene la imagen?
 - c ¿En qué factor ha aumentado el área de la imagen?
- 8 El aumento angular de un telescopio es 12 cuando lo usamos para observar un árbol de 18 m de altura. Si el árbol está a 410 m, ¿cuál es el ángulo subtendido en el ojo del observador por la imagen del árbol?

■ Predicción de las propiedades de las imágenes reales creadas por lentes convergentes

La posición y las propiedades de una imagen se pueden predecir teóricamente usando uno de estos dos métodos:

- un dibujo a escala (diagramas de rayos)
- la ecuación (de las lentes delgadas), que relaciona las posiciones del objeto y de la imagen con la distancia focal de la lente.

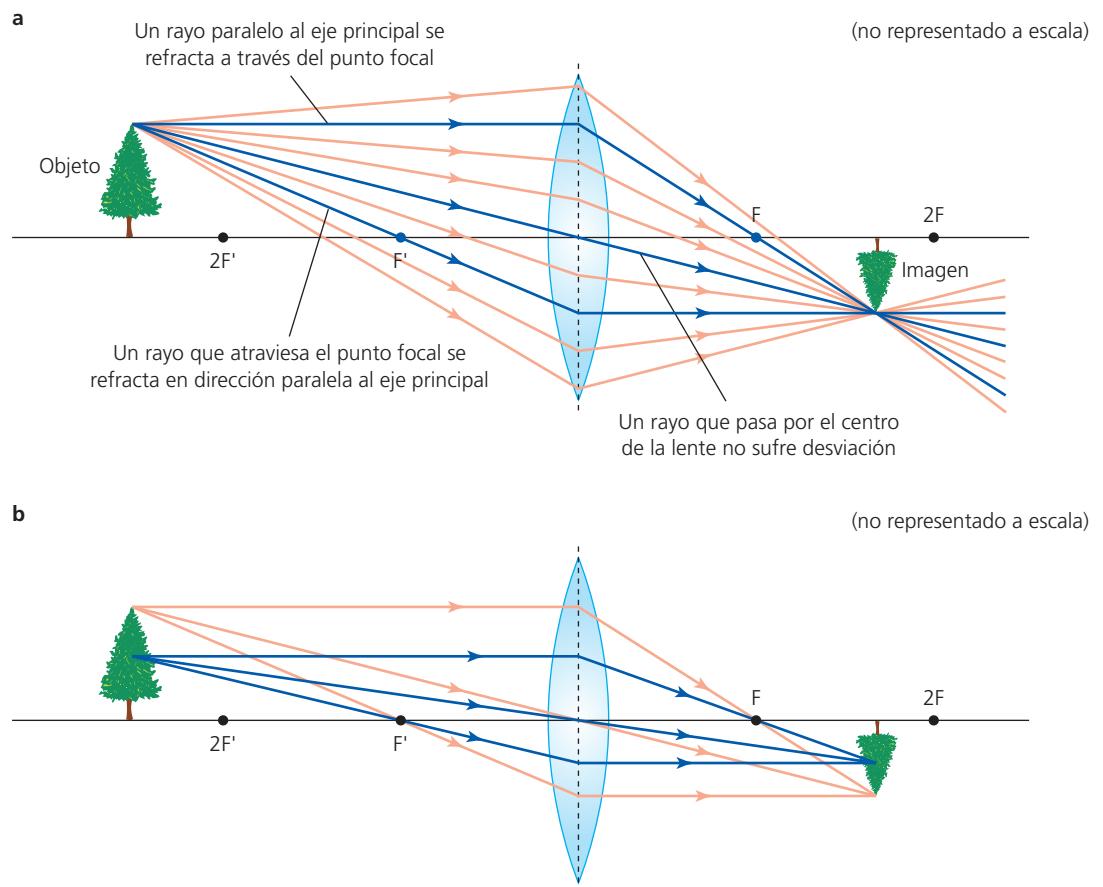
Uso de los diagramas de rayos

En la Figura 15.9a se muestran los rayos que proceden de la parte superior de un objeto *ampliado* (es decir, no se trata de un objeto *puntual*) cuando se enfocan para formar una imagen. Todos los rayos que inciden en la lente se enfocan en el mismo punto. Si se cubriera parte de la lente, se seguiría formando una imagen en el mismo punto a partir del resto de rayos.

Hemos destacado las trayectorias predecibles de los tres rayos que proceden de la parte superior del objeto. Esos tres mismos rayos se pueden usar para localizar la imagen en cualquier situación.

- Un rayo paralelo al eje principal atraviesa el punto focal.
- Un rayo que pasa por el centro de la lente no sufre desviación.
- Un rayo que atraviesa el punto focal sale de la lente en dirección paralela al eje principal.

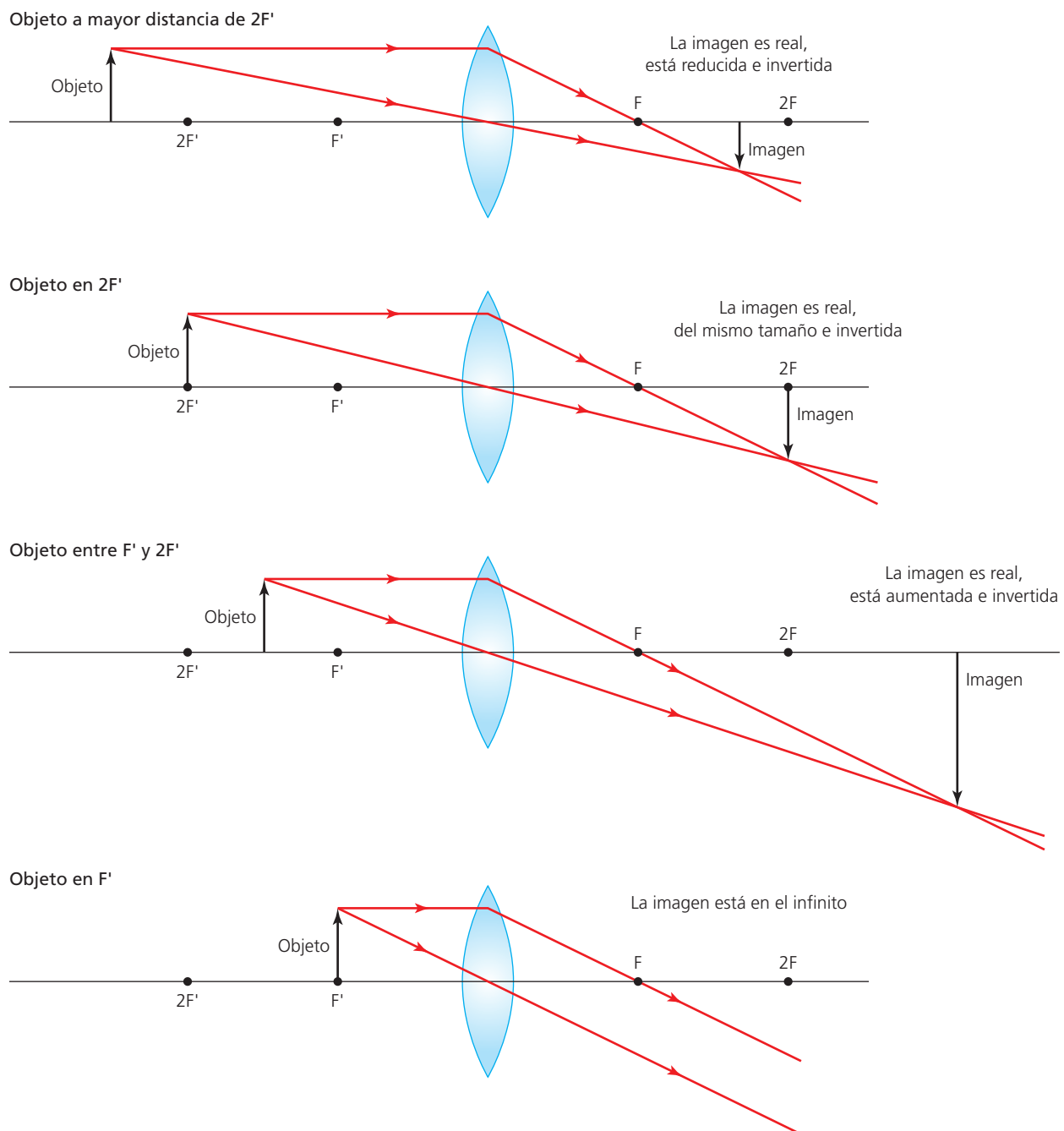
■ **Figura 15.9**
Predicción de las trayectorias de los rayos entre un objeto y su imagen usando tres rayos estándar



Debemos tener en cuenta que la escala vertical del diagrama es confusa: un rayo de luz que pase por el centro de una pequeña lente delgada situada a cierta distancia de un objeto incidirá casi normalmente, y esto no se aprecia en este diagrama. Es obvio que la luz que emite un objeto no procede de un único punto en la parte superior. En la Figura 15.9b también se representan las trayectorias de tres rayos que van del centro del objeto al centro de la imagen.

En el ejemplo que se representa en la Figura 15.9 podemos apreciar en el diagrama de rayos que la imagen está entre las posiciones F y $2F$ (el punto $2F$ está a una distancia $2f$ del centro de la lente) y es reducida, invertida y real. Si sustituyéramos la lente que se muestra por otra de menor potencia, la imagen estaría más alejada, sería más grande y más atenuada (pero seguiría siendo invertida y real).

Si acercamos la lente y el objeto, la imagen se mantiene real e invertida, pero se agranda y se aleja de la lente (y se hace más atenuada). Pero si colocamos el objeto en el punto focal, los rayos emergen paralelos y no forman una imagen real útil (está en el infinito). En la figura 15.10 se representan estas posibilidades en varios diagramas para facilitar su comprensión.



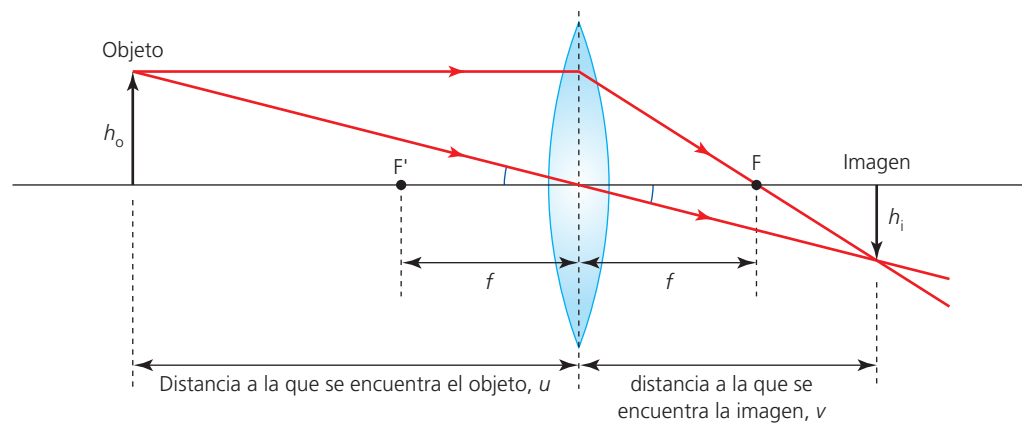
■ **Figura 15.10** La imagen cambia cuando una lente convergente se acerca a un objeto

Si acercamos el objeto a la lente a una distancia menor de la que se encuentra su punto focal, los rayos emergentes divergen y no pueden formar una imagen real. Si se usa de este modo, una lente actúa como una sencilla lente de aumento y un ojo que mire a través de la lente puede ver una imagen virtual y aumentada, que es el efecto que se muestra en la Figura 15.12 y que trataremos más adelante en este capítulo.

- 9 a Dibuja un diagrama de rayos para determinar la posición y el tamaño de la imagen que se forma cuando colocamos un objeto de 10 mm de altura a 8,0 cm de una lente convexa con una distancia focal de 5,0 cm.
b ¿Cuál es el aumento lineal de la imagen?
- 10 a Dibuja un diagrama de rayos para determinar la posición y el tamaño de la imagen que se forma si colocamos un objeto de 20 cm de altura a 1,20 m de una lente convexa con una potencia de 2,0 D.
b ¿Cuál es el aumento lineal de la imagen?
- 11 Elabora un diagrama de rayos para determinar la posición de un objeto de manera que pueda proyectar una imagen de aumento lineal 10 sobre una pantalla que está a 2,0 m de la lente.
- 12 Una imagen de un objeto de 2,0 cm de altura se proyecta sobre una pantalla que está a 80 cm de distancia del objeto. Dibuja un diagrama de rayos para determinar la distancia focal de la lente si el aumento lineal es 4,0.
- 13 a Describe las propiedades de las imágenes que crean las cámaras.
b Dibuja un esquema que represente cómo una cámara forma una imagen de un objeto distante.
c ¿Cómo puede una cámara enfocar objetos que están a diferentes distancias?

Uso de la ecuación de las lentes delgadas

La ecuación de las lentes delgadas ofrece una alternativa matemática a la creación de dibujos a escala con el fin de determinar la posición y las propiedades de una imagen. En esta ecuación el símbolo u se utiliza para representar la distancia entre el objeto y el centro de la lente (denominada *distancia a la que se encuentra el objeto*) y el símbolo v se usa para representar la distancia entre la imagen y el centro de la lente (la *distancia a la que se encuentra la imagen*), tal como se muestra en la Figura 15.11.



■ **Figura 15.11** Distancias del objeto y de la imagen

La ecuación de las lentes delgadas figura en el *Apéndice de datos de Física*.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{v} + \frac{1}{u}$$

Si fuera posible asignar valores para f y u (cuando $u < f$) obtendríamos un valor *negativo* para la distancia a la que se encuentra la imagen, v , por lo que necesitamos entender lo que esto significa. Una distancia a la que se encuentra la imagen negativa significa que la imagen es virtual (estudiaremos este tipo de imágenes en la siguiente sección). De forma más general, necesitamos asegurarnos de que cuando asignamos valores en la ecuación de las lentes delgadas usamos los signos adecuados, y asignamos a la imagen real el signo positivo y a la invertida el signo negativo, tal como se determina *por convenio*.

Convenio de signos para las imágenes

- Las lentes convergentes tienen distancias focales *positivas*.
- Las distancias a los objetos reales y las imágenes son *positivas*.

- Las imágenes derechas tienen aumentos lineales *positivos*.
- Las lentes divergentes tienen distancias focales *negativas*.
- Las distancias a las imágenes virtuales son *negativas*.
- Las imágenes invertidas tienen aumentos lineales *negativos*.

Si observamos los dos triángulos similares con los ángulos marcados de la Figura 15.11, debe cumplirse que:

$$\frac{h_o}{u} = \frac{h_i}{v} \text{ o } \frac{h_i}{h_o} = \frac{v}{u}$$

Por lo tanto, la magnitud del aumento lineal, m , ($= \frac{h_i}{h_o}$) también se puede calcular a partir de $\frac{v}{u}$, pero se añade el signo negativo por la convención «real es positivo»:

$$m = -\frac{v}{u}$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

Enlace con la teoría del conocimiento

Convenciones

¿Podría el convenio de signos, al usar los símbolos negativo y positivo, influir emocionalmente en los científicos?

En este curso usamos la convención «real es positivo», pero existe otra alternativa de uso generalizado (que no se incluye). Hay otras situaciones en física en las que debemos decidir sobre una convención (por ejemplo, la corriente que fluye de positivo a negativo). Y la elección de carga positiva para los protones y negativa para los electrones podría haber sido fácilmente al revés. Como todo el mundo entiende la convención que se está usando, no tiene mayor trascendencia si se emplea un sistema u otro, aunque debido a las influencias culturales podemos inclinarnos subjetivamente a creer de forma errónea que «positivo» es más importante que «negativo».

Ejemplo resuelto

- 2 a Usa la fórmula de las lentes delgadas para calcular la posición de la imagen que forma una lente convergente con una distancia focal de 15 cm cuando colocamos el objeto a 20 cm de la lente.
 b ¿Cuál es el aumento lineal?
 c ¿La imagen está derecha o invertida?

$$\mathbf{a} \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{v} + \frac{1}{u}$$

$$\frac{1}{15} = \frac{1}{20} + \frac{1}{v}$$

$$v = 60 \text{ cm}$$

$$\mathbf{b} \quad m = -\frac{v}{u} = -\frac{60}{20} = -3,0$$

- c El signo negativo confirma que la imagen está invertida.

En ocasiones conviene poder calcular el aumento sabiendo únicamente a qué distancia se encuentra un objeto de una lente con una distancia focal conocida; para ello se puede combinar $m = -(v/u)$ con la ecuación de las lentes, de modo que obtenemos:

$$m = \frac{f}{u - f}$$

Esta ecuación *no* figura en el *Apéndice de datos de Física*.

**Perspectivas
adicionales**
Obtención de la ecuación de las lentes delgadas

Volvamos a considerar la Figura 15.11. El rayo que pasa por el punto focal en el lado derecho de la lente forma la hipotenusa de dos triángulos rectángulos similares. Si comparamos estos dos triángulos, podemos escribir:

$$\frac{h_o}{f} = \frac{h_i}{v - f}$$

$$\frac{h_i}{h_o} = \frac{v - f}{f}$$

Pero ya habíamos visto que $\frac{h_i}{h_o} = \frac{v}{u}$.

Comparando las dos ecuaciones, deducimos que:

$$\frac{v}{u} = \frac{v - f}{f}$$

$$vf = uv - uf, \text{ o } vf + uf = uv$$

Si dividimos por uvf , obtenemos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{v} + \frac{1}{u}$$

En la obtención de esta ecuación hemos asumido de forma simplificada que:

- el rayo paralelo al eje principal cambia de dirección en el centro de la lente
- el rayo que pasa por el centro de la lente no se desvía porque incide normalmente.

Estas suposiciones solo son válidas para los rayos que inciden en una lente delgada cerca del eje principal.

- 1 Dibuja un diagrama de rayos que represente la formación de una imagen real mediante la refracción de rayos en las dos superficies de una lente convergente.

Usa la fórmula de las lentes delgadas para responder las siguientes preguntas sobre la formación de imágenes reales con lentes convexas.

- 14 En un experimento en el que se investigan las propiedades de las lentes convergentes, se han medido las distancias a las que se encuentran las imágenes para diferentes distancias a las que se encuentran los objetos.
 - a Dibuja la forma de la gráfica que representaría directamente los datos originales.
 - b ¿Cómo podrías procesar los datos y dibujar una gráfica que permitiera realizar una determinación exacta de la distancia focal?
- 15
 - a Determina la posición de la imagen si colocamos un objeto a 45 cm de una lente convergente que tiene una distancia focal de 15 cm.
 - b Calcula el aumento lineal.
- 16
 - a ¿Dónde se debe colocar un objeto para proyectar una imagen sobre una pantalla situada a 2,0 m de una lente con una distancia focal de 20 cm?
 - b ¿Cuál es el aumento lineal?
- 17 Un objeto se coloca a 10 cm de una lente convergente y forma una imagen con un aumento lineal de $-3,5$. ¿Cuál es la distancia focal de la lente?
- 18 ¿Qué potencia debe tener una lente para que forme una imagen sobre una pantalla situada a 12 cm de distancia de modo que la longitud de la imagen sea un 10 % de la longitud del objeto?
- 19
 - a Obtén la ecuación $m = f/(u - f)$.
 - b ¿Qué distancia focal debe tener la lente para crear un aumento de 2 si colocamos un objeto a 6,0 cm de la lente?

■ El alcance de la visión humana normal

El ojo de una persona adulta tiene entre 2 y 3 cm de diámetro, y la distancia focal de su sistema de lentes debe tener una longitud similar para que pueda enfocar en la parte posterior del ojo (la retina) la luz paralela procedente de los objetos distantes.

Los músculos del ojo alteran la forma de la lente para modificar su distancia focal (potencia), de modo que la retina pueda enfocar los objetos situados a diferentes distancias. Estos músculos están más relajados cuando observan objetos distantes y más contraídos cuando enfocan objetos cercanos. Sin embargo, la visión humana normal no tiene la potencia suficiente para enfocar la luz procedente de un objeto que se encuentra a menos de 25 cm.

Un diagrama de rayos, o el uso de la fórmula de lentes delgadas, confirma que las imágenes que se forman en la retina son siempre reales, invertidas y reducidas.

El punto más próximo al ojo humano en el que podemos enfocar un objeto con claridad (sin que haya deformación) se denomina **punto cercano**.

La distancia desde el ojo al punto cercano para una persona con visión normal (sin ningún tipo de ayuda) se considera que es normalmente de 25 cm. A esta distancia se le suele asignar el símbolo D .

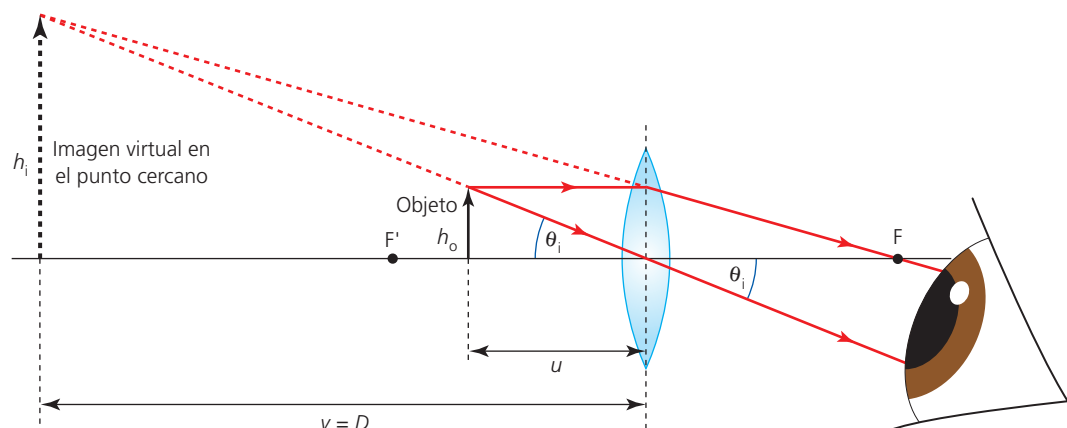
El punto más alejado del ojo humano en el que podemos enfocar un objeto con claridad (sin que haya deformación) se denomina **punto remoto**.

El ojo humano, en condiciones normales, puede enfocar objetos que se encuentran a una gran distancia (aunque no se puedan ver con detalle). El punto remoto se asume que, para una visión normal, se encuentra en el infinito.

■ Lente de aumento sencilla

Para ver un objeto con más detalle podemos acercárnoslo a los ojos, pero no podremos enfocarlo si se encuentra a una distancia del ojo inferior a 25 cm. El uso de una lente convergente sencilla puede ayudar a crear una imagen ampliada. En la Figura 15.12 se representa el uso de una lente convergente como una lente de aumento sencilla, que produce tanto un aumento angular como un aumento lineal.

Imagen en el punto cercano



■ **Figura 15.12** Una lente de aumento sencilla que forma una imagen en el punto cercano del ojo (no representado a escala)

El objeto debe estar situado más cerca de la lente que del punto focal, de forma que los rayos diverjan en el ojo, que de ese modo ve una *imagen virtual derecha*. La distancia a la que se encuentra la imagen v es igual a D si asumimos que la lente está próxima al ojo.

Ejemplo resuelto

- 3 Una lente convergente con una distancia focal de 8,0 cm se usa para aumentar un objeto de 2,00 mm de altura.
- ¿Dónde se debe colocar el objeto para formar una imagen en el punto cercano ($v = 25$ cm)?
 - ¿Cuál es la altura de la imagen?
 - ¿Es una imagen derecha o invertida?

Este ejercicio se puede resolver dibujando un diagrama de rayos, pero usaremos la fórmula de las lentes delgadas.

$$\mathbf{a} \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{v} + \frac{1}{u}$$

$$\frac{1}{8,0} = \frac{1}{-25} + \frac{1}{u} \text{ recordando que a una imagen virtual se le debe asignar una distancia a la que se encuentra la imagen negativa}$$

$$u = 6,1 \text{ cm}$$

$$\mathbf{b} \quad m = -\frac{v}{u} = -\frac{-25}{6,1} = 4,1$$

de modo que la altura de la imagen es $4,1 \times 2,0 = 8,2$ mm

- c** El aumento es positivo, lo que significa que es una imagen derecha.

Pero la altura de la imagen no se puede medir directamente, por lo que nos suele preocupar más el aumento angular, M , de una lente de aumento que su aumento lineal, m .

$$M_{\text{punto cercano}} = \frac{\text{ángulo subtendido en el ojo por la imagen formada en el punto cercano}}{\text{ángulo subtendido en el ojo por el objeto colocado en el punto cercano}}$$

Si observamos la Figura 15.12:

$$M_{\text{punto cercano}} = \frac{\theta_i}{\theta_o} = \frac{h_i/D}{h_o/D} = \frac{h_i}{h_o}$$

Debemos tener en cuenta que este valor es numéricamente igual que el aumento lineal, $m (= -v/u)$, pero como la altura de la imagen virtual no se puede medir fácilmente, necesitamos encontrar un método alternativo para calcular el aumento, del mismo modo que es deseable poder calcular directamente el aumento posible si conocemos la distancia focal de la lente.

Si observamos los triángulos semejantes de la Figura 15.12 que contiene el ángulo θ_i , vemos que:

$$M_{\text{punto cercano}} = \frac{h_i}{h_o} = \frac{D}{u}$$

Pero queremos una ecuación que nos permita calcular el aumento angular en función de f , no de u . Multiplicando la ecuación de las lentes ($\frac{1}{f} = \frac{1}{v} + \frac{1}{u}$) por v , obtenemos:

$$\frac{v}{f} = \frac{v}{v} + \frac{v}{u}$$

Recordemos que en esta situación $v = -D$ (hemos añadido el signo negativo porque la imagen es virtual), por lo que obtenemos:

$$-\frac{D}{f} = 1 - M_{\text{punto cercano}}$$

o

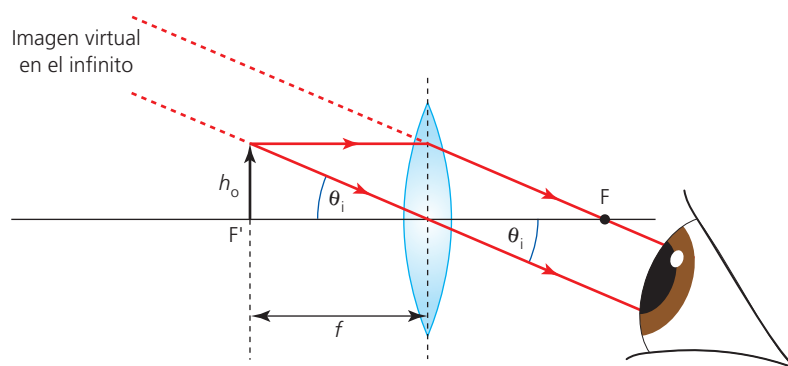
$$M_{\text{punto cercano}} = \frac{D}{f} + 1$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

Si usamos los datos del Ejemplo resuelto 3, $M_{\text{punto cercano}} = \frac{25}{8} + 1 = 4,1$, el mismo resultado que antes.

Imagen en el infinito

Si se forma una imagen en el punto cercano, se obtiene el mayor aumento posible, pero la imagen también se puede formar en el infinito y esto permite que el ojo esté más relajado. En la Figura 5.13 se muestra que el objeto debe colocarse en el punto focal.



■ **Figura 15.13** Una lente de aumento sencilla con una imagen en el infinito

De la Figura 15.13 podemos deducir que $\theta_i = \frac{h_o}{f}$, por lo que:

$$M_{\text{infinito}} = \frac{\theta_i}{\theta_o} = \frac{\frac{h_o}{f}}{\frac{h_o}{D}}$$

$$M_{\text{infinito}} = \frac{D}{f}$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

Si ajustamos la distancia entre el objeto y la lente, se puede ajustar el aumento angular de $\frac{D}{f}$ a $\frac{D}{f} + 1$, pero las *aberraciones* (que estudiaremos más adelante) de las lentes de elevada potencia (valor reducido de f) limitan el posible aumento con una sola lente. Una distancia focal típica para una lente de aumento es aproximadamente de 10 cm, que producirá un aumento angular entre 2,5 y 3,5. Un mayor aumento requeriría una lente de mayor curvatura y demasiadas aberraciones.

- 20 a** Dibuja un diagrama de rayos para mostrar qué imagen se forma cuando colocamos un objeto a 5,0 cm de una lente convergente con una distancia focal de 8,0 cm.
b Usa el diagrama para determinar el aumento lineal.
- 21** Usa la fórmula de las lentes delgadas para predecir la naturaleza, la posición y el aumento lineal de la imagen que forma una lente convergente de +20 D de potencia cuando se usa para observar un objeto situado a 4,0 cm de la lente.
- 22** ¿Cuál es la distancia focal de una lente convergente que produce una imagen virtual de 5,8 cm de largo cuando observamos una araña de 1,8 cm de longitud situada a 6,9 cm de la lente?
- 23 a** Calcula el aumento angular que produce una lente convergente con una distancia focal de 12 cm cuando observamos una imagen en el punto cercano.
b ¿En qué dirección se tendría que mover la lente para que la imagen se moviera al infinito y el ojo estuviera más relajado?
c Cuando la lente se ajusta de esta forma, ¿qué sucede con el aumento angular?
- 24** ¿Qué potencia debe tener una lente para que cree un aumento angular de 3,0 de una imagen en el infinito?
- 25** Dos objetos pequeños separados por una distancia de 0,10 mm solo pueden distinguirse por separado cuando se encuentran en el punto cercano. ¿Cuál es la distancia mínima que debe haber entre ellos para que la visión humana normal pueda distinguirlos si se usa una lente de aumento sencilla que tiene una distancia focal de 8,0 cm?
- 26 a** ¿Dónde se debe colocar un objeto para que se vea una imagen virtual en el punto cercano si se usa una lente con una distancia focal de 7,5 cm?
b Calcula el aumento angular en esta posición.

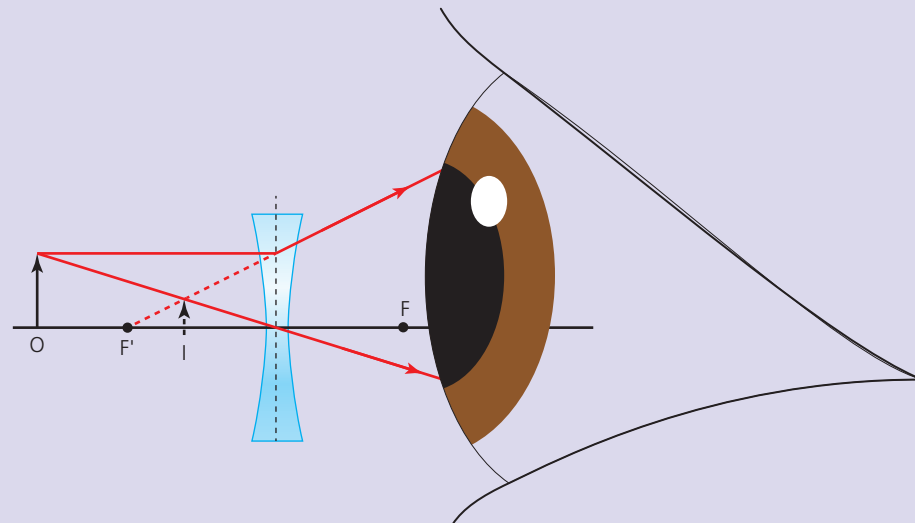
■ Predicción de las propiedades de imágenes virtuales formadas por lentes divergentes

Las lentes divergentes tienen menos usos que las convergentes porque no forman imágenes reales. No obstante, los diagramas de rayos y la ecuación de las lentes delgadas se pueden aplicar para este tipo de lentes del mismo modo que para las lentes convergentes.

Ejemplo resuelto

- 4 Un objeto de 2,0 cm de altura se coloca a 6,0 cm de una lente divergente con una distancia focal de 4,0 cm. Determina las propiedades de la imagen:
- mediante un diagrama de rayos
 - usando la ecuación de las lentes.

- a En la Figura 15.14 se muestra una imagen que es virtual, derecha, tiene 0,8 cm de altura y está a 2,4 cm de la lente.



■ **Figura 15.14** Una imagen virtual derecha formada por una lente divergente (no representado a escala)

$$\begin{aligned} \text{b } \frac{1}{f} &= \frac{1}{v} + \frac{1}{u} \\ \frac{1}{-4,0} &= \frac{1}{v} + \frac{1}{6,0} \\ v &= \frac{-12}{5} = -2,4 \text{ cm} \end{aligned}$$

El signo negativo representa una imagen virtual.

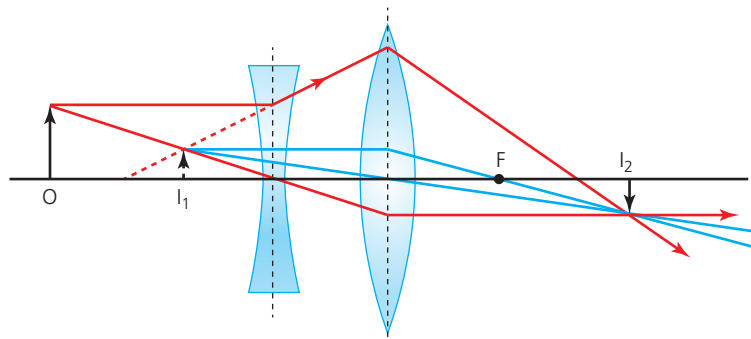
$$m = \frac{-v}{u} = -\left(\frac{-2,4}{6,0}\right) = +0,40; \text{ por lo que el tamaño de la imagen} = 0,40 \times 2,0 = 0,80 \text{ cm}$$

El signo positivo representa una imagen derecha.

■ Combinación de lentes

Si se usan dos lentes en un sistema óptico, se puede predecir la imagen final tratando la imagen que forma la primera lente como el objeto que verá la segunda lente. En la Figura 15.15 se representa un ejemplo en el que la imagen virtual que forma la lente divergente de la Figura 15.14 se utiliza para formar una segunda imagen real, mediante una lente convergente con una distancia focal de 3,0 cm y colocada a 3,1 cm del centro de la lente divergente. Las líneas azules son solo líneas de referencia que se usan para ubicar la parte superior de la imagen final.

■ **Figura 15.15**
Combinación de lentes
(no representada a
escala)



En un dibujo a escala podemos apreciar que la imagen final es real e invertida, está localizada a 6,6 cm de la lente convergente y tiene un tamaño de 1,0 cm.

También podemos localizar la imagen usando la ecuación de las lentes:

$$\frac{1}{3,0} = \frac{1}{v} + \frac{1}{(3,1 + 2,4)}$$

$$v = 6,6 \text{ cm}$$

El signo positivo significa que se trata de una imagen real.

$$m = \frac{-v}{u} = \frac{-6,6}{5,5} = -1,2$$

y por lo tanto:

$$\text{el tamaño de la imagen final} = 1,2 \times 0,80 = 0,96 \text{ cm}$$

El signo negativo representa una imagen invertida.

Potencias ópticas de las combinaciones de lentes

Cuando se colocan juntas dos o más lentes delgadas, la potencia óptica de la combinación es aproximadamente igual a la suma de las potencias individuales. Por ejemplo, si se combina una lente de +4 D con otra lente de -1,5 D, se obtendrá una potencia combinada de +2,5 D. En lo que respecta a las distancias focales, si se combina una lente convergente que tiene una distancia focal de 25 cm con una lente divergente con una distancia focal de 67 cm, tendremos una distancia focal combinada de 40 cm.

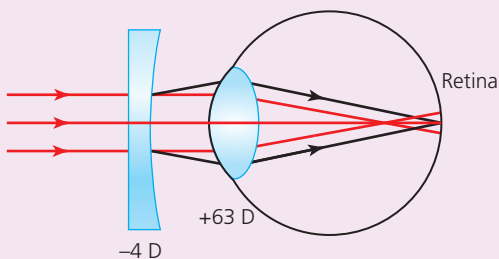
Aplicaciones

Corrección de los defectos de visión

En el ojo humano la distancia entre la lente y la retina suele ser de 1,7 cm. Esto significa que el ojo, en condiciones normales, tiene una distancia focal aproximada de 1,7 cm cuando mira un objeto distante (en el *punto remoto*), lo que equivale a una potencia aproximada de +60 D. La forma de la lente se puede controlar, de modo que se modifica la potencia para poder enfocar objetos que están a diferentes distancias. Por ejemplo, si observamos un objeto que está a 25 cm del ojo (en el *punto cercano estándar*), la distancia focal debe ser 1,5 cm, lo que equivale a una potencia de +67 D. En otras palabras, el ojo necesita *acomodar* los objetos a distancias diferentes modificando hasta +7 D su potencia.

Las personas más jóvenes normalmente usan los músculos del ojo para cambiar la potencia de la vista aproximadamente +10 D, pero cuando envejecemos la mayoría perdemos esta capacidad de forma gradual, de modo que a los 70 años nuestra variación de enfoque no es muy amplia. Por lo general, las personas de edad avanzada tienen una potencia óptica insuficiente para poder enfocar los objetos cercanos y necesitan gafas con lentes convergentes que aporten la potencia adicional que necesitan para leer.

En la Figura 15.6 se representa un defecto visual común en personas jóvenes. La luz de un objeto distante se enfoca ligeramente delante de la retina. Un interpretación simplificada podría ser que la lente es «demasiado potente» para formar una imagen en la retina porque tiene una distancia focal de, por ejemplo, 1,6 cm en lugar de los 1,7 cm que se necesitan (una potencia de +63 D en lugar de +59 D). Esta anomalía se puede corregir usando gafas con una potencia de -4 D (lentes divergentes).

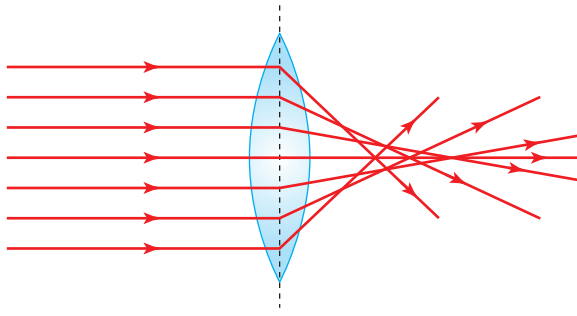


■ **Figura 15.16** Corrección de la miopía (las líneas rojas muestran las trayectorias que seguirían los rayos sin las lentes)

1 Averigua cómo se puede utilizar la cirugía láser ocular para corregir la visión defectuosa y las circunstancias en las que puede considerarse adecuada o inadecuada.

■ Aberraciones esféricas y cromáticas

El término *aberración* se usa para describir el hecho de que, con lentes reales, toda la luz procedente del mismo lugar en un objeto no se enfoca exactamente en el mismo lugar en la imagen (tal como sugiere la teoría de la óptica). Hay dos tipos principales de aberración: esférica y cromática.



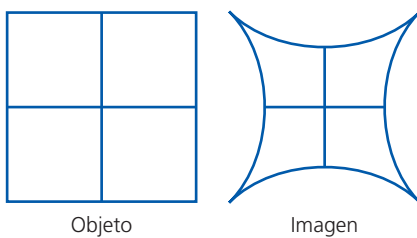
■ **Figura 15.17** Aberración esférica de luz monocromática (exagerada)

En la Figura 15.17 se representa la **aberración esférica**, que es la incapacidad de una lente, cuyas superficies son esféricas, de enfocar en el mismo punto los rayos paralelos que inciden sobre ella a diferentes distancias del eje principal.

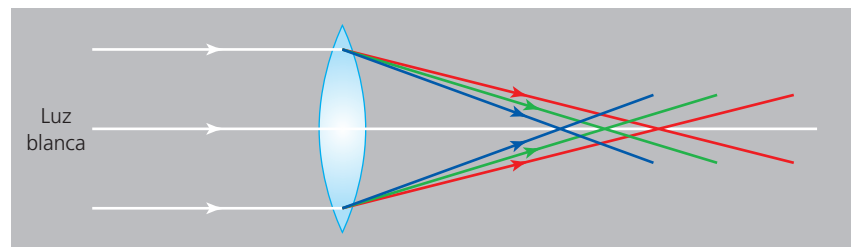
La aberración esférica produce un desenfoque no deseado y una distorsión de las imágenes (véase la Figura 15.18), aunque en las lentes de buena calidad el efecto se reduce ajustando la forma de la lente. Sin embargo, la aberración no se puede eliminar por completo de este modo en todos los casos, y los efectos también se pueden reducir permitiendo que los rayos de luz incidan únicamente en el centro de la lente. En fotografía, el tamaño de la apertura (apertura) que atraviesa la luz antes de incidir en la lente se puede reducir para minimizar los efectos de la aberración esférica.

Se conoce como «cierre del diafragma», pero tiene el inconveniente de reducir la cantidad de luz que llega a la cámara y, por lo tanto, también puede producir efectos de difracción no deseados.

En la Figura 15.19 se representa la **aberración cromática**, que es la incapacidad de una lente para refractar en el mismo punto focal los rayos de luz paralelos de diferentes colores (longitudes de onda). Todo medio transparente tiene índices de refracción ligeramente diferentes para la luz de frecuencias distintas, por lo que la luz blanca se puede dispersar en distintos colores cuando se refracta. Normalmente la aberración cromática conlleva el desenfoque de las imágenes y crea imágenes con bordes rojos o azul-violeta.



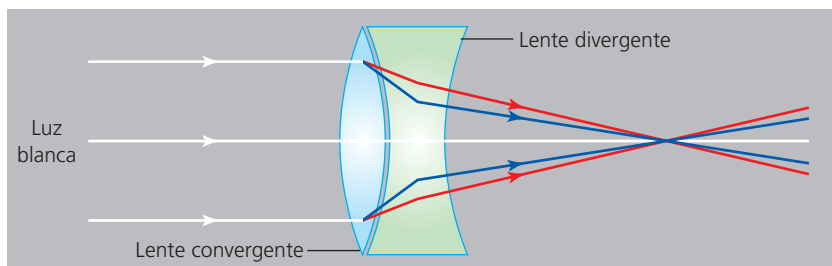
■ **Figura 15.18** Distorsión típica producida por la aberración esférica (exagerada)



■ **Figura 15.19** Aberración cromática

La aberración cromática se puede reducir si se combinan dos o más lentes. Por ejemplo, una lente convergente se puede combinar con una divergente (con diferente índice de refracción), de modo que la segunda lente elimine la aberración cromática provocada por la primera (véase la Figura 15.20).

■ **Figura 15.20**
Combinación de lentes de distintos índices de refracción para corregir la aberración cromática

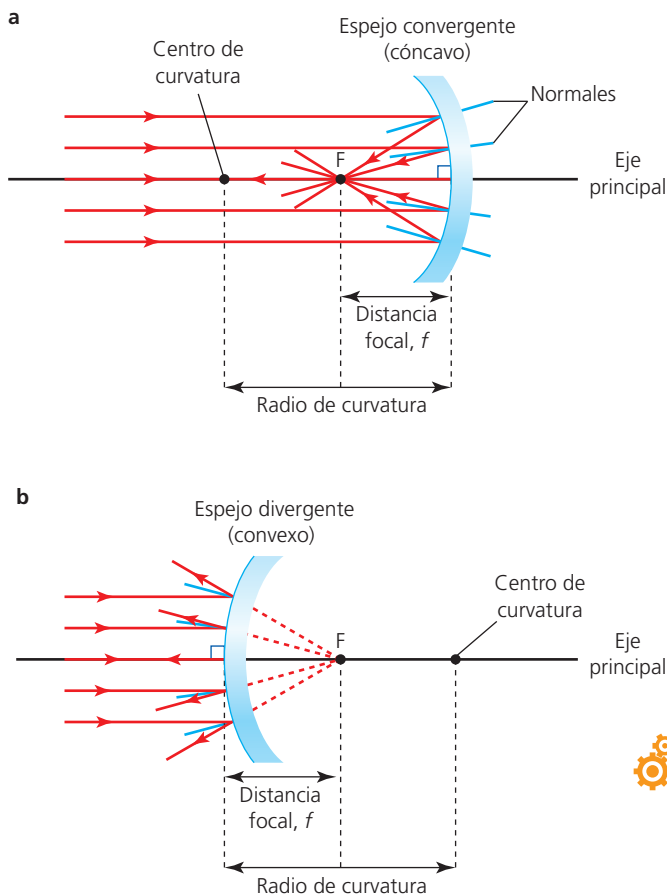


En la actualidad estamos rodeados de equipos ópticos capaces de hacer fotos y grabar vídeos, y la calidad de las lentes ha mejorado muchísimo en los últimos años. La calidad de las imágenes captadas con las lentes de las cámaras más modernas es realmente impresionante (Figura 15.21), y la mejora en la detección de niveles reducidos de luz ha permitido que las lentes (en los teléfonos móviles, por ejemplo) puedan ser muy pequeñas, de modo que las aberraciones apenas son significativas.

■ **Figura 15.21**
Con este objetivo se consiguen fotos de máxima calidad gracias al elevado número de lentes que contiene



- 27 a ¿Cuál es la distancia focal de una lente divergente que crea una imagen a 8,0 cm de su centro cuando colocamos un objeto a 10,0 cm de la lente?
b Enumera las propiedades de la imagen.
- 28 Sugiere cómo se puede determinar de forma experimental la distancia focal de una lente divergente.
- 29 Dos lentes convergentes con distancias focales de 10 y 20 cm respectivamente se colocan de tal modo que sus centros quedan separados 30 cm. ¿Cuál es el aumento lineal que se consigue con este sistema si colocamos un objeto a 75 cm del punto medio entre las dos lentes? ¿Tiene esta pregunta dos respuestas diferentes?
- 30 Copia la Figura 15.19 e indica dónde se debe colocar una pantalla para obtener una imagen con los bordes azules.
- 31 Dibuja uno o varios diagramas para ilustrar cómo se mejora el enfoque cuando se «cierra el diafragma» de un objetivo.
- 32 Explica por qué las aberraciones de las lentes suelen tener peores efectos en las lentes de gran potencia.
- 33 Para reducir la aberración cromática se combina una lente convergente de +25 D de potencia con una lente divergente de -12 D. ¿Cuál es la distancia focal que resulta de esta combinación?



■ **Figura 15.22** Reflexión mediante superficies esféricas

■ Espejos convergentes y divergentes

Los espejos con superficies curvas también se pueden usar para enfocar imágenes. La terminología que se emplea y los principios que comportan son muy similares a los que ya se han mencionado para las lentes. En la Figura 15.22 se muestra la acción de superficies reflectantes de forma esférica en los frentes de onda paralelos que se representan mediante rayos. De nuevo, según la teoría se asume que *los rayos están próximos al eje principal e inciden en el espejo casi perpendicularmente* (los diagramas se han exagerado para mayor claridad).

Las direcciones de los rayos reflejados se pueden predecir a partir de la ley de reflexión (ángulo de incidencia = ángulo de reflexión). La superficie cóncava (a) refleja los rayos para que converjan en un punto focal real, F , de modo que decimos que el espejo es un *espejo convergente*. La superficie convexa (b) refleja los rayos para que diverjan a partir de un punto focal virtual, F , de modo que decimos que el espejo es un *espejo divergente*. La distancia entre el **centro de la curvatura** de la superficie esférica y la superficie del espejo es igual al doble de la distancia focal, $2f$.

Podemos averiguar las propiedades de la imagen que crea un espejo divergente usando un objeto iluminado y moviendo una pantalla (u objeto) hasta que observemos una imagen bien enfocada. Observaremos variaciones en la imagen si movemos el espejo o si cambiamos el espejo por otro de diferente distancia focal.

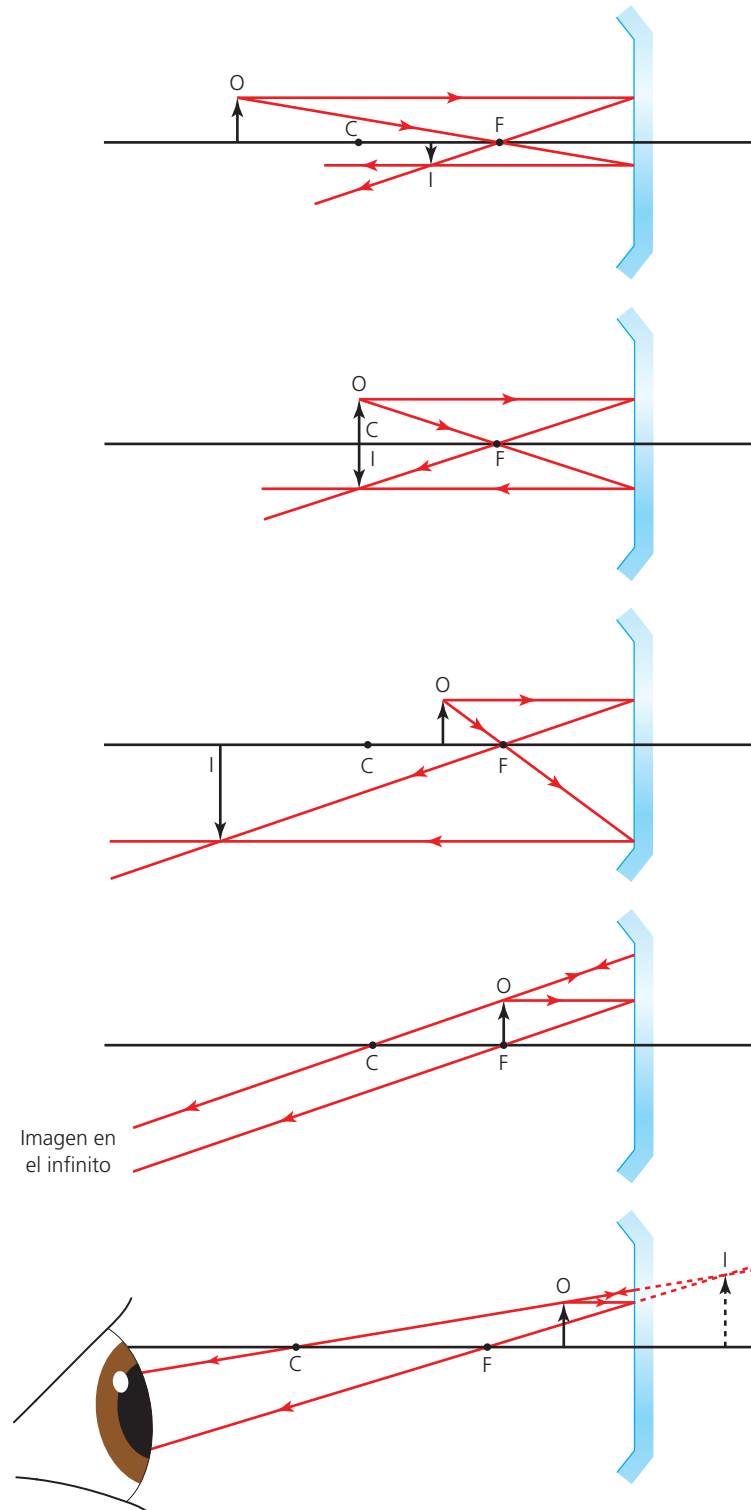
Uso de los diagramas de rayos para predecir las propiedades de las imágenes en los espejos convergentes

Al igual que en los diagramas de lentes, hay tres rayos cuyas trayectorias siempre podemos predecir.

- Un rayo incidente paralelo al eje principal se refleja a través del punto focal o se refleja de modo que parece que procede del punto focal.
- Un rayo incidente que atraviesa el punto focal se refleja paralelamente al eje principal.
- Un rayo incidente que atraviesa el centro de la curvatura (o se dirige directamente hacia él) se vuelve a reflejar siguiendo la misma trayectoria.

En la Figura 15.23 se usan estos rayos para predecir las propiedades de las imágenes que crea un espejo convergente.

■ **Figura 15.23**
Cómo cambia la imagen a medida que se acerca un objeto a un espejo convergente



Según la Figura 15.23, a medida que se acerca el objeto a la lente, la imagen real invertida aumenta de tamaño y se aleja de la lente. Pero si el objeto está a menor distancia que el punto focal, la imagen es virtual, derecha y aumentada.

$$\text{Aumento lineal, } m = \frac{h_i}{h_o} = \frac{v}{u} \text{ (igual que en las lentes)}$$

$$\text{Aumento angular, } M = \frac{\theta_i}{\theta_o} \text{ (igual que en las lentes)}$$

Ejemplo resuelto

5 Cuando colocamos un objeto de 3,2 cm de altura a 5,1 cm de un espejo convergente, se forma una imagen virtual aumentada a 9,7 cm del espejo.

- a ¿Cuál es el aumento lineal?
b ¿Cuál es la altura de la imagen?

$$\text{a } m = \frac{v}{u} = \frac{9,7}{5,1} = 1,9$$

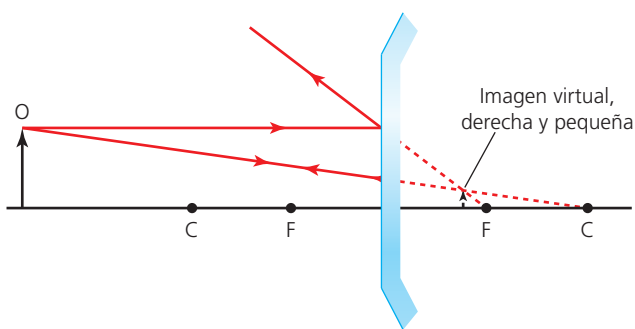
$$\text{b } m = \frac{h_i}{h_o}$$

$$1,9 = \frac{h_i}{3,2}$$

$$h_i = 3,2 \times 1,9 = 6,1 \text{ cm}$$

Espejos divergentes

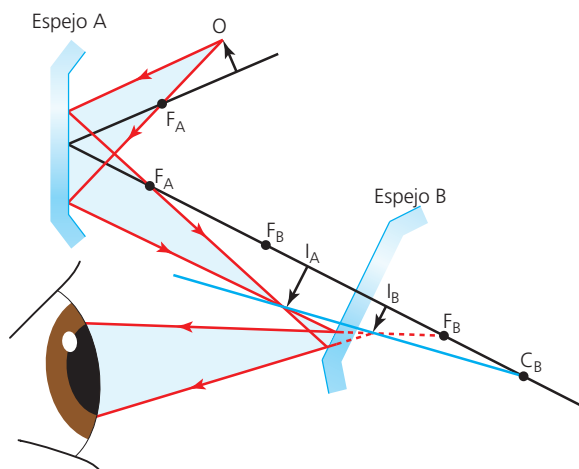
En la Figura 15.24 se muestra cómo un espejo *divergente* forma una imagen virtual, derecha y reducida. Esta propiedad puede resultar muy útil cuando necesitamos ver un campo de visión amplio; en la Figura 15.25 se ilustra una aplicación: el retrovisor de un coche.



■ **Figura 15.24** Creación de imágenes virtuales pequeñas usando un espejo divergente



■ **Figura 15.25** El retrovisor de un coche crea un campo de visión muy amplio



■ **Figura 15.26** Formación de una imagen usando dos espejos curvos

Combinaciones de espejos

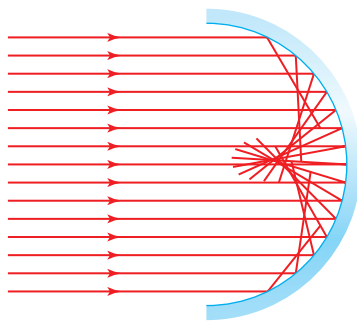
Puede resultar difícil dibujar los diagramas de rayos para ubicar la imagen que forman dos espejos curvos porque normalmente no comparten el mismo eje único principal. En la Figura 15.26 se muestra un ejemplo. El objeto, O, forma una imagen real, invertida y aumentada, I_A , una vez que el espejo convergente, A, refleja la luz. El eje principal de A se ha dibujado en dos posiciones, la segunda de las cuales también se corresponde con el eje principal del espejo divergente, B. Debemos recordar que en el trazado de rayos siempre asumimos que los rayos están cerca del eje principal e inciden perpendicularmente en el espejo, aunque esto no se pueda representar bien en los diagramas.

I_A ofrece entonces el objeto que crea la imagen (todavía) virtual e invertida, I_B , cuando los rayos se reflejan en el espejo divergente, B. (La línea azul es una línea de referencia que se usa para determinar la posición de la parte superior de la imagen).

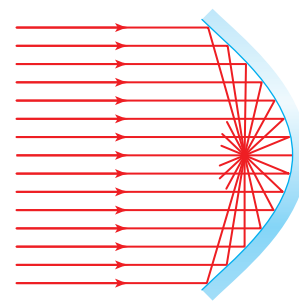
La aberración esférica en los espejos

Hasta el momento hemos asumido que las superficies esféricas crean focos perfectos, lo cual es válido si los rayos próximos al eje principal inciden en la superficie casi perpendicularmente, pero para muchas aplicaciones (sobre todo para los espejos de mayor tamaño) debemos ser más realistas. En la Figura 15.27 se muestra el efecto de diversas reflexiones procedentes de una gran superficie esférica (la forma que apreciamos se conoce normalmente como *curva cáustica*).

La aberración esférica se puede solventar adaptando la forma de la superficie reflectante, de modo que los **reflectores paraboloideos** pueden producir focos mucho mejores que las superficies esféricas (véase la Figura 15.28). Los platos receptores para emisiones vía satélite son un buen ejemplo de este tipo de reflectores divergentes.



■ **Figura 15.27** La aberración esférica impide que se produzcan focos perfectos



■ **Figura 15.28** Una superficie parabólica puede producir un buen foco

Esta misma idea se puede usar para obtener el efecto «inverso». Si se coloca una fuente puntual de luz (u otra radiación) cerca del foco de un reflector parabólico, o en el mismo foco, el haz emergente es paralelo, o tiene una divergencia baja. Los haces que emiten las linternas, los faros de los coches o los focos (Figura 15.29) son buenos ejemplos de haces con baja divergencia producidos por superficies reflectantes parabólicas.

■ **Figura 15.29**
Haz de baja divergencia procedente de un foco



- 34 Dibuja un diagrama de rayos para determinar las propiedades de la imagen que se forma cuando colocamos un objeto de 1,5 cm de altura a 7,0 cm de un espejo convergente con una distancia focal de 5 cm.
- 35 a Dibuja un diagrama de rayos de una lente divergente que forma una imagen de un objeto colocado entre el espejo y su punto focal.
b Describe las propiedades de la imagen.
- 36 a Un espejo para maquillarse o de aumento contiene un espejo curvo. Describe la imagen que produce.
b ¿Qué tipo de espejo se usa y a qué distancia debemos colocar la cara cuando utilizamos este tipo de espejos?
c ¿Qué distancia focal sería la adecuada para este espejo?
- 37 Dibuja un diagrama de rayos para localizar la imagen final que se forma con el siguiente montaje óptico. Un objeto se coloca a 20 cm de un espejo convergente grande con una distancia focal de 8 cm; la imagen que se crea está situada a 4 cm enfrente de un pequeño espejo convergente con una distancia focal de 5 cm. Los dos espejos están dispuestos uno enfrente del otro.
- 38 Dibuja un diagrama de rayos que represente:
a la aberración esférica en un espejo divergente
b el haz de luz que emite el faro de un coche.

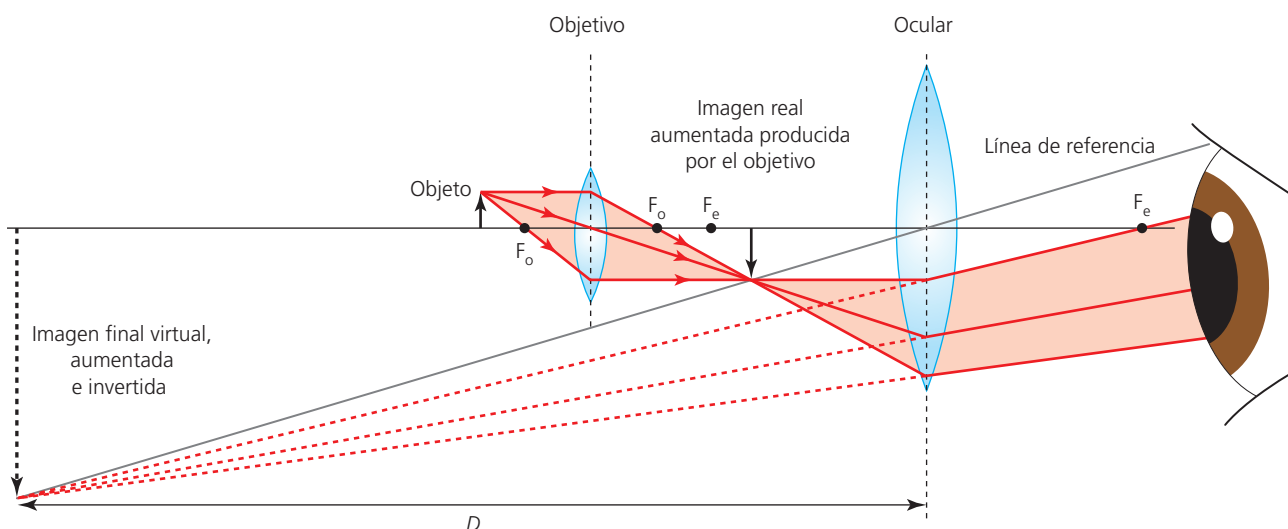
15.2 (C2: Núcleo) Imágenes e instrumentos

Los microscopios ópticos y los telescopios utilizan propiedades físicas similares a las de las lentes y los espejos. El análisis del universo se lleva a cabo tanto de forma óptica como usando radiotelescopios para investigar las distintas regiones del espectro electromagnético

En esta sección estudiaremos cómo se pueden combinar las lentes o los espejos para mejorar las imágenes ópticas que ve el ojo humano o que se consiguen con una sola lente. Esta misma noción se puede aplicar para el uso de otras partes del espectro electromagnético cuando se generan imágenes, en concreto el uso de las ondas de radio en astronomía. La ampliación del alcance de nuestros sentidos de manera similar ha contribuido en gran medida a ampliar también nuestro conocimiento tanto del mundo microscópico como del resto del universo.

■ Microscopios compuestos ópticos

Si queremos observar una imagen de un objeto cercano con un aumento mayor del que puede ofrecer una sola lente, podemos usar una segunda lente convergente para aumentar la primera imagen (véase la Figura 15.30). La lente más próxima al objeto se llama **objetivo** y la segunda lente, más próxima al ojo, se denomina **ocular**. Las lentes que se usan de este modo conforman un *microscopio compuesto*. Debemos tener en cuenta que el tamaño de las lentes y su separación no están dibujadas a escala.



■ Figura 15.30 Microscopio compuesto con la imagen final en el punto cercano (ajuste normal)



■ **Figura 15.31**
Estudio de un microscopio modelo

El objeto que se desea observar con el microscopio se coloca justo delante del punto focal del objetivo, con lo que se forma una imagen real entre las dos lentes con un elevado aumento. El ocular se usa en este caso como lente de aumento y su posición se ajusta para crear una imagen del máximo tamaño posible, de modo que la imagen virtual final se sitúa normalmente en el mismo punto cercano del ojo, o muy próximo a él. A este ajuste se le denomina *ajuste normal*.

Para situar la imagen en un dibujo necesitamos encontrar el punto de intersección de la línea de referencia que atraviesa el ocular, procedente de la parte superior de la primera imagen, con la extensión del rayo que procede de la primera imagen que atraviesa el punto focal.

Podemos estudiar el modelo de un sencillo microscopio compuesto en una cámara oscura tal como se muestra en la Figura 15.31. Para empezar, colocamos una lente convergente con una distancia focal aproximada de 5 cm para formar una imagen invertida de un objeto intensamente iluminado (por ejemplo, papel milimetrado) sobre una pantalla **translúcida**. A continuación, ajustamos la posición de una segunda lente menos potente hasta que observamos una segunda imagen (virtual) de la primera imagen cuando miramos a través de este ocular. Si retiramos la pantalla y usamos las dos lentes combinadas para observar la escala, podemos determinar el aumento de la imagen. Al igual que en la mayoría de experimentos ópticos, es importante que para lograr nuestro objetivo mantengamos la vista alineada con el resto de componentes.

Aumento angular

El aumento angular que produce un microscopio compuesto es igual al producto del aumento lineal del objetivo por el aumento angular del ocular. Para una imagen en el punto cercano:

$$M_{\text{total}} = m_{\text{objetivo}} \times M_{\text{ocular}} = \left(\frac{-v}{u} \right)_{\text{objetivo}} \times \left(\frac{D}{f} + 1 \right)_{\text{ocular}}$$

Esta ecuación *no* figura en el *Apéndice de datos de Física*. Si la imagen final está en el infinito (para reducir la fatiga ocular), se puede omitir el término +1.

Ejemplo resuelto

- 6 Un microscopio compuesto contiene un objetivo con una distancia focal de 0,80 cm y un ocular con una distancia focal de 5,4 cm. Ajustamos el microscopio para formar una imagen final en el punto cercano del ojo para un objeto situado a 0,92 cm enfrente del objetivo.
- Determina la distancia entre las dos lentes.
 - ¿Cuál es el aumento angular de la imagen?

- a Primero calculamos la distancia para el objetivo:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{v} + \frac{1}{u}$$

$$\frac{1}{0,80} = \frac{1}{v} + \frac{1}{0,92}$$

$$v = 6,1 \text{ cm}$$

A continuación calculamos la distancia del objeto respecto al ocular:

$$\frac{1}{5,4} = \frac{1}{-25} + \frac{1}{u}$$

(recordemos que las distancias de las imágenes virtuales son negativas)

$$u = 4,4 \text{ cm}$$

distancia entre las lentes = $v + u = 6,1 + 4,4 = 10,5 \text{ cm}$

- b $M = \left(\frac{v}{u} \right)_{\text{objetivo}} \times \left(\frac{D}{f} + 1 \right)_{\text{ocular}}$

$$M = \left(\frac{6,1}{0,92} \right) \times \left(\frac{25}{5,4} + 1 \right) = 37$$

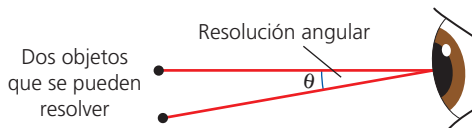
El aumento angular exacto de un microscopio depende evidentemente de dónde estén situados el objeto y la imagen final, pero se puede obtener una referencia aproximada del aumento angular de un microscopio compuesto si conocemos las distancias focales y la distancia entre las lentes, L : $M \approx \frac{DL}{f_o f_e}$. (Esta ecuación predice que $M \approx 45$ en el Ejemplo resuelto 6). Esto confirma que las distancias focales más cortas producen aumentos mayores, pero, al igual que sucede con las lentes de aumento, las curvaturas mayores asociadas a distancias focales mayores o menores provocan aberraciones en las lentes y reducen la calidad de las imágenes obtenidas.

Resolución

Aunque el aumento que produce un microscopio es sin ninguna duda importante, la *resolución* suele ser más determinante en los instrumentos ópticos. Por lo general, la alta resolución se puede describir como la capacidad para ver una imagen al detalle. Cuando podemos ver dos imágenes separadas, nos referimos a ellas como imágenes *resueltas*. Para entender la diferencia, consideremos las fotos que vemos en un teléfono o una pantalla de ordenador: las podemos aumentar fácilmente pero, por lo general, obtenemos imágenes de mala calidad.

Un microscopio, o telescopio, de alta resolución producirá imágenes de gran aumento y buena resolución, mientras que con un instrumento de calidad inferior conseguiremos un gran aumento, pero la resolución será decepcionante.

El *aumento* de un sistema óptico depende en gran medida de las distancias focales de las lentes, mientras que la *resolución* del sistema depende de la calidad de las lentes, el diámetro del objetivo y la longitud de onda de radiación que se detecta. Con una resolución total elevada también asumimos que las propiedades de la superficie que detecta las ondas, por ejemplo la separación de los píxeles en una cámara o la separación de las células en la retina del ojo, no tendrá un efecto adverso.



■ **Figura 15.32** Resolución angular del ojo

El ojo humano, en condiciones normales, puede distinguir dos objetos similares colocados en el punto cercano si entre ellos existe una distancia mínima de 0,1 mm. La mejor forma de representar la resolución es mediante el ángulo subtendido por estos puntos, $\theta = \frac{0,1}{250} \approx 4 \times 10^{-4}$ rad (véase la Figura 15.32). La mejor resolución es la que se representa mediante el ángulo *más pequeño* entre dos puntos que se pueden ver como separados.

Si usamos un buen microscopio con un aumento angular de, digamos, 50, podemos mejorar la resolución en ese mismo factor, de modo que es posible separar dos puntos subtendidos un ángulo de $\frac{4 \times 10^{-4}}{50} = 8 \times 10^{-6}$ rad, un valor que corresponde a una separación lineal de 2×10^{-3} mm en el punto cercano.

Criterio de Rayleigh

La difracción que experimentan las ondas cuando entran en el ojo, o en un instrumento óptico, es el principal factor que limita la resolución, de tal modo que la cantidad de difracción depende de la longitud de onda, λ , y de la anchura de la apertura, b (Capítulo 4). El *criterio de Rayleigh* es una referencia para determinar la resolución de las ondas que atraviesan aperturas circulares (ya estudiamos la teoría en el Capítulo 9, pero no la necesitaremos ahora):

Se considera que dos objetos son resolubles si el ángulo, θ , que subtenden en el ojo o el instrumento óptico es mayor que $1,22\lambda/b$.

Ejemplo resuelto

7 Usa el criterio de Rayleigh para calcular la resolución angular del ojo humano.

Si asumimos que la longitud de onda media de la luz es 6×10^{-7} m y el diámetro de la pupila (con luz intensa) es de 2 mm:

$$\theta = \frac{1,22\lambda}{b} = 1,22 \times \frac{6 \times 10^{-7}}{2 \times 10^{-3}} \approx 4 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

Un valor que concuerda razonablemente con las observaciones reales.

Si aplicamos el criterio de Rayleigh a la resolución que se consigue con los instrumentos ópticos, observamos que la resolución se puede mejorar si usamos longitudes de onda menores y aperturas mayores. Si elegimos aperturas mayores tenemos la ventaja de admitir más luz y producir imágenes más luminosas, aunque las lentes más grandes pueden tener problemas de aberración.

Si utilizamos luz de longitudes de onda más reducidas (el final de espectro azul o violeta), podemos mejorar la resolución pero, obviamente, se perderán los efectos cromáticos.

El criterio de Rayleigh se puede usar como referencia para la resolución, pero también hay otros factores que debemos tener en cuenta. Por ejemplo, si colocamos aceite con un elevado índice de refracción entre el objeto y el ocular, podemos mejorar la resolución.

Aplicaciones

Microscopios electrónicos

La resolución de un microscopio mejora si podemos usar una radiación con una longitud de onda inferior a la de la luz para examinar un objeto. Las ondas del espectro electromagnético con longitudes de onda más cortas que la luz son los rayos ultravioletas, los rayos X y los rayos gamma, pero ninguno de ellos se puede generar, controlar y detectar fácilmente como un haz de electrones.

Al igual que el resto de partículas, los electrones tienen propiedades ondulatorias, pero como su masa es tan reducida, estas propiedades se pueden observar con relativa facilidad. Los electrones de un haz tienen normalmente longitudes de onda aproximadas de 10^{-10} m, que es un valor 5000 veces inferior a la longitud de onda media de la luz visible, de modo que la resolución se puede mejorar en ese mismo factor usando un haz de electrones en lugar de un haz de fotones de luz.

Los haces de electrones se pueden generar acelerando diferencias de potencial de varios miles de voltios y sus longitudes de onda se pueden ajustar cambiando las diferencias de potencial. Como los electrones tienen carga eléctrica, se pueden enfocar usando campos eléctricos o magnéticos.

Es obvio que los electrones no se pueden «ver» a simple vista, por lo que su energía se debe convertir en luz para crear una imagen visible (véase la Figura 15.33).

1 En la Figura 15.33 se muestra un chinche. Busca información en Internet para averiguar si es perjudicial colocar estos organismos en un haz de electrones.



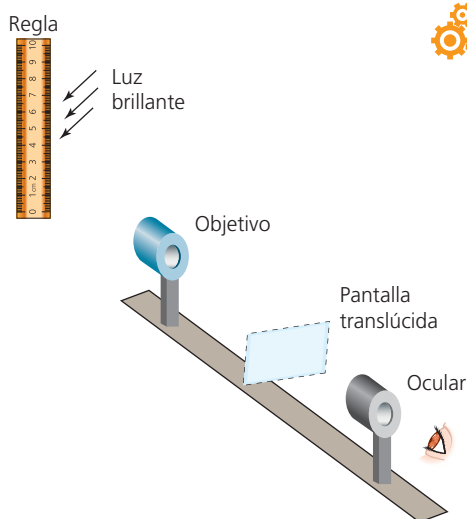
■ Figura 15.33

- 39 Un objeto está situado a 5,0 mm del objetivo de un microscopio compuesto de dos lentes. El ocular del microscopio tiene una distancia focal de 4,0 cm.
- a Si el aumento lineal que produce el objetivo es 5,0, ¿cuál es su distancia focal?
- b ¿Cuál es el aumento angular total del microscopio cuando se observa una imagen de este objeto en el infinito?
- 40 a Si el diámetro del objetivo de un microscopio es 1,2 cm, calcula su resolución angular asumiendo que la longitud de onda media de la luz es de $5,5 \times 10^{-7}$ m.
- b Calcula la separación mínima de dos puntos que puede resolver el ojo humano en condiciones normales si el aumento angular del microscopio es 80.
- c ¿Qué suposición has hecho en la respuesta del apartado b?
- 41 Explica por qué si colocamos aceite transparente entre el objeto y el objetivo podemos mejorar la resolución de un microscopio?

■ Telescopios por refracción óptica sencilla

Un telescopio es un instrumento óptico diseñado para producir un aumento angular de un objeto distante. Las imágenes se forman mediante procesos de refracción y reflexión. (Estudiaremos los telescopios por reflexión en la sección siguiente).

En un telescopio astronómico por refracción hay dos lentes que, combinadas, producen una imagen virtual e *invertida*. Estos telescopios apenas son de utilidad para observar objetos en la Tierra y ese es el motivo de que en ocasiones se les denomine «astronómicos»: se usan en astronomía. Los rayos de luz que llegan al objetivo de un telescopio se pueden considerar paralelos porque la fuente de luz se encuentra a una gran distancia. Como consecuencia, en el punto focal del objetivo se forma una imagen real, pequeña e invertida. La segunda lente, el ocular, es la que se utiliza como lente de aumento para ampliar esta imagen.

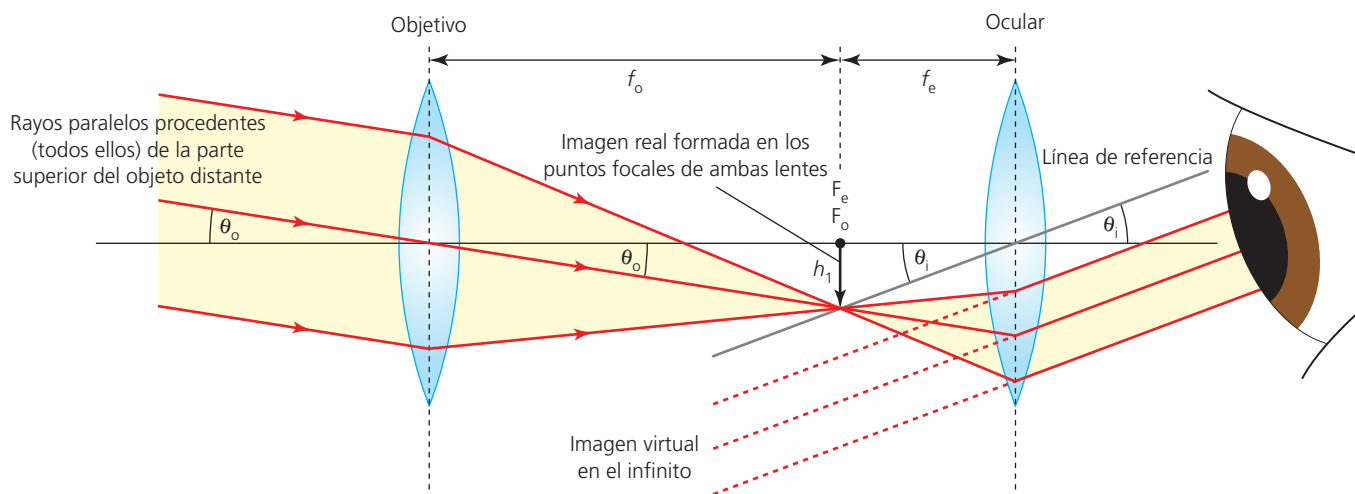


■ **Figura 15.34** Estudio de un telescopio modelo



Podemos estudiar un modelo de un telescopio astronómico en una cámara oscura, tal como se muestra en la Figura 15.34. Para empezar, usamos una lente convergente con una distancia focal aproximada de 50 cm para formar una imagen invertida de un objeto intensamente iluminado (por ejemplo, una regla) sobre una pantalla translúcida. A continuación, ajustamos la posición de una segunda lente más potente hasta que observamos a través del ocular una segunda imagen virtual de la primera imagen. Si ahora retiramos la pantalla y usamos las dos lentes juntas para observar la regla, podemos determinar el aumento de la imagen. Al igual que en la mayoría de experimentos ópticos, es importante que para lograr nuestro objetivo mantengamos la vista alineada con el resto de componentes.

En la Figura 15.35 podemos observar la configuración básica de un telescopio astronómico de dos lentes. El telescopio se suele ajustar para que la imagen final esté en el infinito y de esta manera el ojo pueda estar relajado si observa la imagen durante un tiempo prolongado. Esto se consigue usando el telescopio en el «ajuste normal» de forma que la imagen formada por el objetivo esté situada en el punto focal del ocular. Si se ajusta de este modo, la distancia entre las lentes es la suma de sus distancias focales. La dirección de la parte superior de la imagen final se ubica dibujando una línea de referencia que atraviesa el centro del ocular desde la parte superior de la primera imagen.



■ **Figura 15.35** Telescopio sencillo por refracción con la imagen final en el infinito (ajuste normal)

Podemos determinar el aumento angular (en este ajuste) a partir de los dos triángulos que forma h_1 :

$$M = \frac{\theta_i}{\theta_o} = \frac{\frac{h_1}{f_e}}{\frac{h_1}{f_o}}$$

$$M = \frac{f_o}{f_e}$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

Evidentemente, podemos obtener un mayor aumento si usamos un objetivo con una mayor distancia focal (menor potencia) y un ocular con una menor distancia focal (mayor potencia), pero las aberraciones de las lentes oculares de gran potencia limitan el posible aumento angular.

Si necesitamos un telescopio o unos prismáticos para producir una imagen derecha (para un uso distinto de la astronomía), entonces debemos añadir otra lente u otro prisma al diseño inicial que se muestra en la Figura 15.35 con el fin de invertir la imagen.

La calidad y el diámetro del objetivo son los factores más determinantes a la hora de valorar la calidad de una imagen en cualquier tipo de instrumento óptico. Un objetivo más grande tiene dos ventajas:

- Lo más importante es que recoge más luz para producir una imagen más brillante (para ver objetos más atenuados y distantes, o más pequeños).
- Reduce la difracción, con lo que se mejora la resolución de las imágenes.

Sin embargo, los objetivos más grandes también presentan problemas de aberración y eso reduce inevitablemente la calidad de las imágenes.

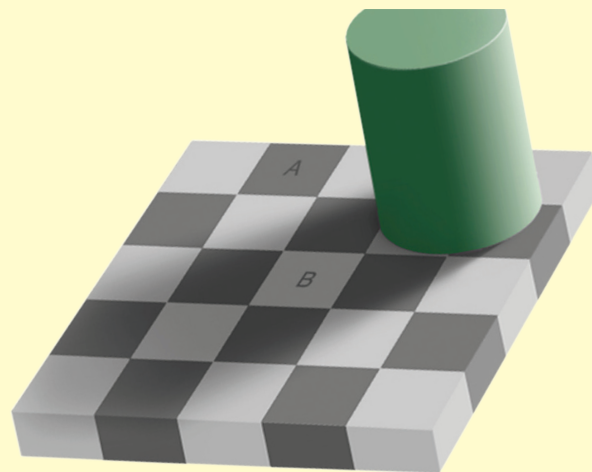
- 42 Una estudiante quiere construir un telescopio astronómico por refracción que produzca un aumento angular superior a 100.
- Si elige un objetivo con una distancia focal de 68 cm, ¿cuál es la potencia mínima que debe tener el ocular?
 - Explica por qué este telescopio no puede producir imágenes de alta calidad.
- 43 Venus tiene un diámetro aproximado de 12 000 km.
- ¿Qué ángulo queda subtendido por el ojo cuando se encuentra a una distancia de $2,0 \times 10^8$ km de la Tierra? (Debemos asumir que toda la superficie de Venus es visible).
 - Para observar Venus usamos un telescopio por refracción con un objetivo que tiene una distancia focal de 120 cm. ¿Cuál es el diámetro de la imagen que forma esta lente?
 - Usamos un ocular con una distancia focal de 1,5 cm para formar una imagen virtual de Venus en el infinito. ¿Cuál es el ángulo subtendido por la imagen en el ocular?
 - Usa las respuestas de (a) y (c) para confirmar que el aumento angular total del telescopio se pueden calcular con la fórmula $M = f_o/f_e$.
- 44 Un telescopio por refracción consta de dos lentes cuyas distancias focales son 86 y 2,1 cm respectivamente.
- ¿Cuál de las lentes es el ocular?
 - Calcula el aumento angular en el ajuste normal.
 - ¿Cómo se modifica la imagen si se sustituye el objetivo por otro con el doble de diámetro pero la misma distancia focal?
- 45 Explica cómo puede una tercera lente crear una imagen derecha en un telescopio por refracción.

Enlace con la teoría del conocimiento

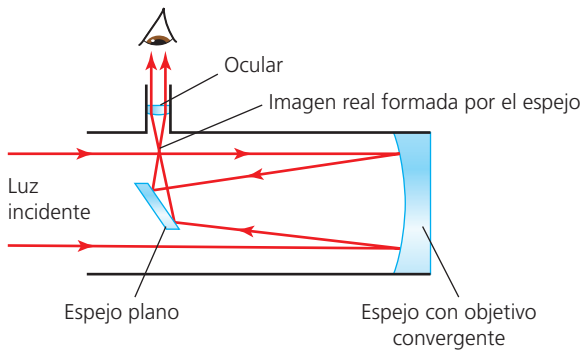
¿Podemos confiar en nuestros sentidos?

Independientemente de los avances tecnológicos, los microscopios y telescopios dependen siempre de la percepción sensorial. ¿Se puede usar la tecnología de forma eficaz para ampliar o corregir nuestros sentidos?

Nuestros ojos recogen y enfocan la luz, y a continuación las señales eléctricas que se envían llegan al cerebro a través del nervio óptico. El cerebro procesa la información, cuyo resultado conocemos como imagen y que describimos como real («ver para creer»). Pero es bien sabido que nuestra capacidad para observar no es infalible, y las ilusiones ópticas simples demuestran cómo se nos puede engañar fácilmente. Si observamos la Figura 15.36, la vista nos dice que los cuadrados A y B tienen sombreados diferentes, pero una medición científica nos confirmaría que son iguales.



■ **Figura 15.36** Los cuadrados A y B tienen exactamente el mismo tono de gris



■ **Figura 15.37** Un telescopio reflector con un montaje newtoniano

■ Telescopios por reflexión óptica simple

Un telescopio reflector (o telescopio por reflexión) tiene un espejo como objetivo (convergente) en lugar de un objetivo refractante. La imagen que se forma se observa a través de un ocular. En la Figura 15.37 se muestra el diseño básico de un telescopio reflector que describió por primera vez Isaac Newton en 1668, por lo que se dice que tiene un **montaje newtoniano**. Se debe colocar un espejo plano pequeño en el haz incidente para que pueda reflejar la luz en el ocular, que se posiciona en el lado del cuerpo principal del telescopio. Sin este montaje el observador tendría que colocar la cabeza en el haz incidente. Por supuesto presenta la desventaja de que el espejo plano impide que parte de la luz del haz incidente llegue al espejo convergente.

Ejemplo resuelto

- 8 Dos estrellas separadas una distancia, s_o , subtenden un ángulo, θ_o , de $5,3 \times 10^{-5}$ rad cuando se ven desde la Tierra. Las estrellas se observan con un telescopio newtoniano que tiene un espejo convergente de 3,4 m de distancia focal.
- Calcula la separación, s_i , de estas dos estrellas en la imagen que forma el espejo convergente. (Asume que están a la misma distancia de la Tierra).
 - Si el ocular tiene una distancia focal, f_e , de 4,5 cm y se usa para formar una imagen final en el infinito, ¿cuál es el aumento angular total que produce el telescopio?

a

$$m = \frac{s_i}{s_o} = \frac{v}{u}$$

Los rayos de luz incidentes son (casi) paralelos, por lo que la imagen se forma en el punto focal y, por lo tanto, $v = f$.

$$s_i = \frac{s_o}{u} \times f$$

Pero $\theta_o = \frac{s_o}{u}$, por lo que:

$$s_i = \theta_o \times f = 5,3 \times 10^{-5} \times 3,4 = 1,8 \times 10^{-4} \text{ m}$$

b

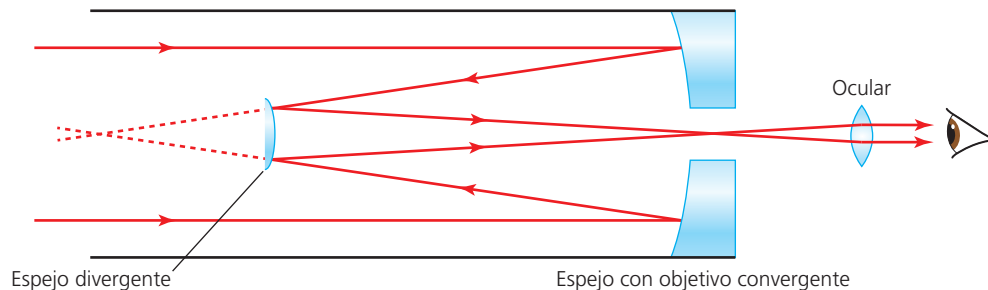
La imagen procedente del espejo se debe formar en el punto focal del ocular para que la imagen final esté en el infinito.

$$\text{el ángulo subtendido por la imagen, } \theta_i = \frac{s_i}{f_e} = \frac{1,8 \times 10^{-4}}{0,045} = 4,0 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

$$M = \frac{\theta_i}{\theta_o} = \frac{4,0 \times 10^{-3}}{5,3 \times 10^{-5}} = 75$$

Este valor se podía haber calculado directamente a partir de $M = \frac{f_o}{f_e}$.

■ **Figura 15.38** Un telescopio reflector con un montaje Cassegrain



El **montaje Cassegrain** (diseñado por Laurent Cassegrain en 1672) es un diseño alternativo en el que se vuelven a reflejar los rayos en un segundo espejo (divergente) a través de un orificio en el espejo objetivo (véase la Figura 15.38). Este montaje permite al usuario mirar en la misma dirección en la que procede la luz entrante. El uso de un espejo divergente según esta disposición crea un aumento adicional en un diseño compacto.

Ejemplo resuelto

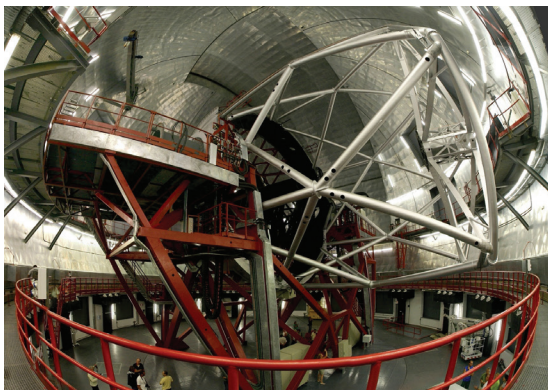
- 9 Consideremos la Figura 15.38. Los rayos que convergen en el pequeño espejo divergente formarían una imagen de 24 cm detrás del espejo, pero se han reflejado en un foco situado a 1,36 cm cerca del orificio del espejo convergente del objetivo. ¿Qué aumento adicional se ha conseguido con respecto al uso de un espejo plano de un montaje newtoniano que tiene un espejo como objetivo y un ocular de distancias focales similares?

$$m = \frac{v}{u} = \frac{1,36}{0,24} = 5,6$$

Los telescopios reflectantes siguen siendo muy populares en la actualidad y presentan algunas ventajas destacadas respecto a los telescopios refractores:

- La luz no tiene que atravesar un medio refractante, por lo que no se crean aberraciones cromáticas.
- La luz no tiene que atravesar un medio refractante, por lo que no hay absorción o dispersión.
- El objetivo solo tiene una superficie activa, por lo que es más fácil y más económico fabricar objetivos de mayor diámetro y de alta calidad.

Por estos motivos, la mayoría de los telescopios astronómicos que se usan en investigación son reflectores. También tienen un gran éxito entre los aficionados a la astronomía. En la Figura 15.39 podemos apreciar la estructura de soporte del telescopio reflector más grande del mundo, el Gran Telescopio Canarias, mientras que en la Figura 15.40 se muestra un telescopio reflector más pequeño para uso personal.



■ **Figura 15.39** Telescopio reflector en las Islas Canarias, España



■ **Figura 15.40** Telescopio reflector más pequeño para aficionados

- 46 Determina el aumento angular de un telescopio reflector newtoniano que tiene un espejo convergente con distancia focal de 6,7 m y un ocular con una distancia focal de 1,8 cm. Asume que la imagen final está en el infinito.
- 47 Usando espejos más grandes se consigue aumentar la resolución y la capacidad de fotocaptación. Explica por qué los telescopios no se pueden mejorar sencillamente aumentando más y más su tamaño.
- 48 Busca en Internet información sobre los motivos por los que una persona aficionada a la astronomía elegiría uno de los dos tipos básicos de telescopios reflectantes que hemos descrito en esta sección (en lugar de cualquier otro).

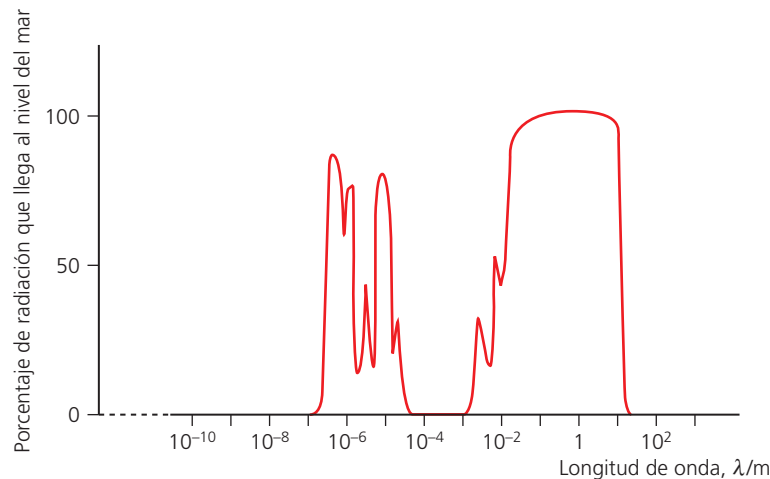
■ Telescopios instalados en satélites artificiales

Los telescopios *terrestres* (los que están en la superficie de la Tierra) reciben las ondas que han atravesado la atmósfera terrestre. Sin embargo, la atmósfera refleja, dispersa, refracta y absorbe parte de la radiación entrante, y estos efectos pueden influir de forma negativa en la calidad de las imágenes que forman los telescopios terrestres. Algunos ejemplos de los efectos de la atmósfera sobre la radiación son el «titileo» de las estrellas que se ven desde la superficie de la Tierra por los efectos en continuo cambio de la refracción, y el color azul del cielo debido a que las longitudes de onda más cortas se dispersan más desde la atmósfera que las longitudes de onda de mayor longitud.

Los telescopios ópticos astronómicos también tienen sus propias limitaciones, ya que solo se pueden usar por la noche, únicamente en ausencia de nubes y se ven afectados por la luz procedente de la Tierra que dispersa la atmósfera cuando anochece («contaminación lumínica»).

Los efectos de la atmósfera dependen mucho de las longitudes de onda de la radiación existente, tal como se muestra en la Figura 15.41.

■ **Figura 15.41**
Efecto de la atmósfera terrestre en la radiación entrante



De la Figura 15.41 podemos deducir varias características destacadas:

- Las ondas de radio (por ejemplo, con una longitud de onda característica de 1 m) y las microondas apenas se ven afectadas cuando atraviesan la atmósfera.
- La radiación infrarroja se absorbe considerablemente (Capítulo 8).
- La atmósfera absorbe casi en su totalidad las radiaciones ultravioletas y de rayos X.

Una forma evidente de reducir los efectos de la atmósfera es ubicar los telescopios en zonas que se encuentran a elevada altitud, con buenas condiciones meteorológicas, y alejadas de pueblos y ciudades. Véase la Figura 15.42.



Con las considerables mejoras que se han logrado durante los últimos años en la tecnología de los satélites, ha sido posible instalar un número significativo de telescopios y satélites espaciales («instalación en satélites artificiales») que orbitan alrededor de la Tierra. Esto ha generado una gran cantidad de datos (recogidos y analizados con ordenadores muy potentes), así como nuevos descubrimientos de fuentes menos intensas o más distantes, o de fuentes que emiten distintos tipos de radiación e impresionantes imágenes de alta resolución.



■ **Figura 15.42** Telescopios en Mauna Kea, Hawái

El telescopio Hubble es probablemente el telescopio en órbita más famoso, ya que sus espectaculares imágenes son conocidas en todo el mundo y se puede acceder a ellas de forma gratuita. El telescopio se lanzó en 1990 y debe su nombre al famoso astrónomo estadounidense Edwin Hubble. Tiene una masa aproximada de 11 toneladas, orbita a unos 560 km por encima de la superficie terrestre y tarda 96 minutos en completar una órbita. Uno de los grandes logros que han conseguido los astrónomos que han usado el Hubble ha sido determinar con exactitud las distancias de estrellas muy distantes, lo que ha permitido estimar con mucha más precisión la edad del universo.

Como estos proyectos son muy costosos y los datos que se obtienen son del interés de astrónomos de todo el mundo, normalmente se trata de acuerdos de operaciones conjuntas en los que participan diferentes países.

Aplicaciones

Un observatorio diferente

Antes de la invención del telescopio, los astrónomos de todo el mundo realizaban observaciones admirablemente precisas a simple vista y ayudándose de una gran variedad de dispositivos que medían ángulos pequeños.

Más de 100 años después del descubrimiento del telescopio, entre 1727 y 1734, Maharaja Jai Singh II construyó un impresionante observatorio en Jaipur, India, que consistía en 14 grandes estructuras geométricas que servían de ayuda en la astronomía a simple vista (Figura 15.43). La de mayores dimensiones tiene una altura de 27 m y es el reloj de sol más grande del mundo. Se puede observar cómo se mueve su sombra a una velocidad de 6 cm por minuto.



■ **Figura 15.43** Jantar Mantar en Jaipur, India

El propósito de las estructuras era medir el tiempo y los movimientos aparentes de los planetas y las estrellas, pero también erigir estructuras impresionantes en sí mismas y estimular el interés por la astronomía, una ciencia nueva y en desarrollo. En la India de aquella época, la astronomía y la astrología estaban estrechamente relacionadas, tal como lo habían estado en todo el mundo en la mayoría de las civilizaciones (e incluso hoy en día).

- 1 Mucha gente cree que las posiciones de la Luna, las estrellas y los planetas puede influir en nuestra vida y en nuestro futuro. ¿Crees que esto es posible? Razona tu respuesta.

■ Telescopios no ópticos

Naturaleza de la ciencia

Los avances tecnológicos en astronomía

La invención del telescopio óptico tuvo lugar hace más de 500 años, y aunque no se ha llegado a un acuerdo general sobre quién fue el responsable, normalmente se atribuye al optometrista alemán Hans Lippershey. Es cierto que Galileo adaptó y mejoró los primeros diseños, y son de sobra conocidas sus observaciones sobre los satélites naturales que orbitan Júpiter. Todo ello se presentó como una evidencia de que la Tierra podía no ser el centro del universo, y supone un primer ejemplo de los increíbles avances en el conocimiento humano que se pueden lograr con el uso de instrumentos que permiten ampliar nuestras observaciones.

Durante la mayor parte de los siguientes 500 años, la astronomía se ha basado en la detección de luz visible para ofrecer información, pero la radiación que procede del resto del espectro electromagnético también llega a la parte superior de la atmósfera terrestre procedente del espacio. En la actualidad se han instalado en los satélites en órbita telescopios y sensores capaces de detectar los rayos infrarrojos, los rayos ultravioletas y los rayos X, de modo que los datos obtenidos permiten profundizar en el conocimiento sobre el universo, y pueden ser muy diferentes de los que se obtienen únicamente de la luz. Así, se han descubierto nuevas fuentes de radiación (por ejemplo, explosiones de rayos gamma y estrellas binarias de rayos X) y ha mejorado considerablemente la idea que teníamos de cómo se formó el universo.

La *radioastronomía*, en particular, es una tecnología muy avanzada.

Radiotelescopios

Las ondas de radio que se emiten al espacio proceden de una gran variedad de fuentes y apenas se ven afectadas cuando atraviesan la atmósfera terrestre (véase la Figura 15.41), de tal forma que los radiotelescopios pueden ser terrestres y, a diferencia de los telescopios de luz visible, se pueden usar las 24 horas del día.

Se han descubierto algunas fuentes a partir de sus emisiones de onda de radio porque no emiten una cantidad de luz visible significativa, pero las ondas de radio también se emiten como parte del espectro de los elementos (por ejemplo, el hidrógeno, que es el elemento más abundante en el universo, emite una longitud de onda de radio de 21 cm). En este sentido, la radioastronomía ha ayudado a cartografiar el universo.

Radiotelescopios con un solo plato

Un radiotelescopio de un solo «plato» usa un reflector (normalmente parabólico) para enfocar las ondas de radio en un detector (**antena**) situado en el foco. La Figura 15.44 es una fotografía del radiotelescopio Parkes, en Australia, que tiene un diámetro de 64 m.

■ **Figura 15.44**
El telescopio Parkes en Nueva Gales del Sur, Australia



Sabemos que se puede calcular la resolución angular de un telescopio a partir de $\frac{1,22\lambda}{b}$, donde b es el diámetro de la apertura o del reflector paraboloide (plato). Las longitudes de onda que se estudian están predeterminadas por la naturaleza del estudio y, como las longitudes de onda de radio son mucho mayores que las longitudes de onda de la luz, es difícil lograr una buena resolución.

El factor más significativo que controla la resolución de un radiotelescopio de un solo plato es el diámetro del reflector paraboloide. Los reflectores paraboloides más grandes producen resoluciones mayores pero, lamentablemente, también tienen un coste muy superior; además, resulta más difícil mantener su forma exacta y más complicado orientarlos en la dirección deseada. Del mismo modo, debemos señalar que los reflectores de mayor tamaño recogen más energía, por lo que se pueden detectar fuentes más distantes y tenues. El radiotelescopio de estas características más grande del mundo se encuentra en el Observatorio de Arecibo, en Puerto Rico. Para poder construir un telescopio de estas dimensiones, 305 m de diámetro, se ha tenido que integrar en el paisaje que lo rodea, que se ha usado como estructura de apoyo.

Ejemplo resuelto

- 10 a** Determina la resolución del telescopio Parkes (Figura 15.44) si se usa para detectar la longitud de onda del hidrógeno de 21 cm.
b ¿Podría este telescopio resolver dos estrellas que emiten ondas de radio separadas una distancia de $2,3 \times 10^{13}$ km y situadas (las dos) a $6,7 \times 10^{15}$ km de la Tierra?

$$\begin{aligned} \mathbf{a} \quad \frac{1,22\lambda}{b} &= 1,22 \times \frac{0,21}{64} \\ &= 4,0 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

Es peor que los telescopios ópticos o el ojo humano.

$$\mathbf{b} \quad \text{El ángulo subtendido en la Tierra por las estrellas} = \frac{2,3 \times 10^{13}}{6,7 \times 10^{15}} = 3,4 \times 10^{-3}$$

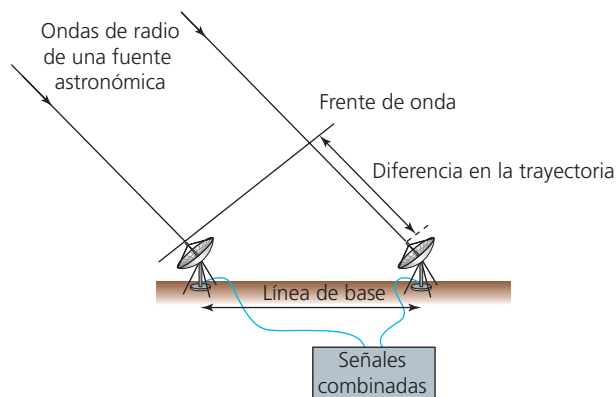
Este ángulo es menor que $4,0 \times 10^{-3}$, por lo que las estrellas *no* se podrán resolver.

Radiointerferómetros

Existe un método alternativo a la fabricación de reflectores paraboloides más grandes para mejorar la resolución de los telescopios astronómicos. Si se pueden combinar (electrónicamente) las señales de la instalación de dos o más telescopios sincronizados de menor tamaño, la resolución angular total será aproximadamente igual a la de un solo reflector paraboloide cuyo diámetro es igual a la separación de los distintos reflectores. Si se usa la ecuación de la resolución angular, $\theta = \frac{1,22\lambda}{b}$, b equivale a la separación de los telescopios en lugar de al diámetro de cada uno de ellos.

Hay una *diferencia en la trayectoria* entre el frente de onda que emite una fuente astronómica que llega a diferentes telescopios (Figura 15.45). Cuando se combinan las señales, se genera un patrón de interferencia (Capítulos 4 y 9), cuyo espaciado y centro se pueden usar para determinar con exactitud la dirección de la fuente de radiación.

■ **Figura 15.45**
Radiointerferómetros



La resolución se mejora usando más telescopios colocados según un patrón uniforme (en comparación con el uso de las rejillas de difracción que estudiamos en el Capítulo 9) y, aunque este patrón se puede disponer de diferentes formas, no es necesario incluir más detalles en este curso. Como uno de los mayores problemas suele ser recibir la energía suficiente de fuentes distantes y difusas, el área total de captación combinada de los telescopios debe ser lo más extensa posible (que es otro de los motivos por los que es preferible usar más reflectores parabólicos).

Los distintos telescopios se pueden disponer relativamente cerca unos de otros siguiendo una **red**, véase la Figura 15.46, o pueden estar separados una gran distancia (una *línea de base larga*), que puede llegar a medir incluso miles de kilómetros y abarcar varios países, aunque distancias tan largas implican problemas tecnológicos.

■ **Figura 15.46**
Red de interferómetros



Ejemplo resuelto

11 Compara la resolución teórica de dos radiotelescopios cuyos reflectores parabólicos tienen un diámetro de 50 m sabiendo que los separa una distancia de 1 km y que uno de los telescopios se usa por separado.

La apertura efectiva aumenta un factor de $1000/50 = 20$, por lo que la resolución angular de los dos juntos es 20 veces inferior (mejor). La combinación tiene también el doble de área de captación y puede detectar fuentes menos intensas.

- 49 Indica algunos motivos por los que el entorno «ingrávido» y sin aire de una órbita de satélite tiene ventajas para los telescopios por reflexión (reflectores).
- 50 Haz una lista de las ventajas que supone instalar telescopios en satélites en órbita.
- 51 Cuando se detectan ondas de radio con una frecuencia de 1 420 MHz, ¿cuál es el diámetro mínimo que debe tener un telescopio reflector de un solo plato para que pueda resolver dos estrellas separadas $4,7 \times 10^{16}$ m y a una distancia de la Tierra de $1,5 \times 10^{19}$ m?
- 52 ¿Qué resolución angular se obtiene de un interferómetro con dos radiotelescopios separados 540 m cuando se usan ondas de radio de 0,18 m de longitud de onda?
- 53 Con la técnica de interferometría se obtiene una resolución angular de 1 segundo de arco. ¿Qué separación debe haber entre dos telescopios para conseguir este valor si se reciben ondas de radio con una frecuencia de 6 GHz?
- 54 Busca información en Internet sobre los últimos avances en el proyecto SKA.
- 55 Explica qué problemas pueden surgir cuando se usan las técnicas de interferometría entre telescopios separados miles de kilómetros.

15.3 (C3: Núcleo) Fibras ópticas

La reflexión interna total permite que la luz o la radiación infrarroja viaje por una fibra transparente. Sin embargo, los efectos de la dispersión y la atenuación pueden degradar los efectos de una fibra

En el Capítulo 4 explicamos los conceptos de ángulo crítico y *reflexión interna total*, y estudiamos brevemente cómo se podían aplicar, por ejemplo, en los endoscopios de fibra óptica para obtener imágenes del interior del cuerpo humano. En esta sección estudiaremos con más detalle las fibras ópticas en relación a las ventajas que ofrecen en la **transmisión** de datos.

■ Fibras ópticas, comunicación con cable o inalámbrica

Si queremos comunicarnos a largas distancias o deseamos transmitir una gran cantidad de datos, tenemos dos opciones: (i) usar ondas electromagnéticas *a través del aire*, (ii) enviar señales por *algún tipo de cable* (cables o fibras aislados). Hay muchos factores que influyen en esta elección, y las ventajas y los inconvenientes varían según las distintas circunstancias. Pero la mayoría de los datos que se transfieren en todo el mundo todavía se transmiten mediante señales que se envían a través de algún tipo de cable, que implica:

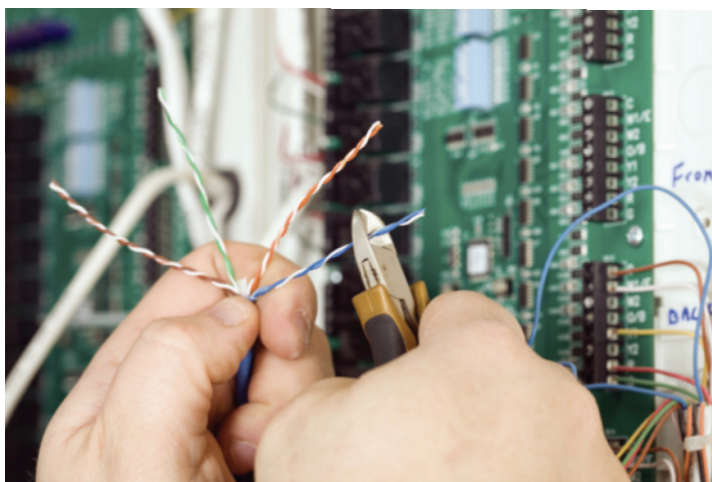
- electricidad en cables de cobre, o
- radiación infrarroja en fibras ópticas.

Vamos a considerar en primer lugar algunos de los problemas que plantea el uso de cables (de cobre). De forma simplificada, podemos considerar que los datos circulan por el cableado como una **señal** que se desplaza por la variación en la diferencia de potencial entre dos cables, y que existe una onda electromagnética asociada entre los cables y alrededor de ellos. Sin embargo, esto presenta varios inconvenientes:

- Las diferencias de potencial cambian cuando circulan a través de largas distancias por el cable. Debido a la resistencia y a otras propiedades eléctricas del cable, el voltaje eficaz de la señal pierde intensidad y modifica su forma. (Estudiaremos la *atenuación* y la *dispersión* más adelante en este capítulo).
- Las ondas electromagnéticas que se propagan desde el cableado pueden inducir fuerzas electromotrices no deseadas en otros cables (sobre todo con frecuencias elevadas). Estas señales no deseadas comúnmente reciben el nombre **ruido electromagnético** (interferencia) o «cruce» si proceden de otros cables del mismo cableado.

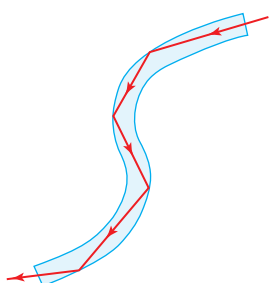
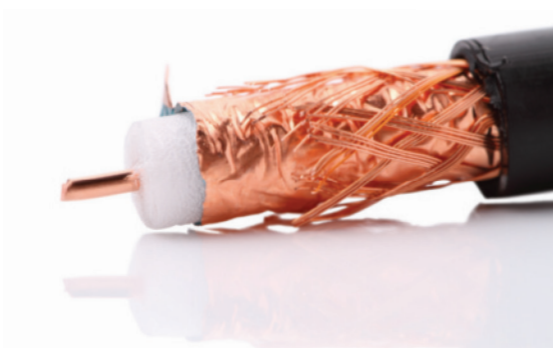
El ruido electromagnético se puede reducir en gran medida si se usa **cable de par trenzado**, en el que se entrelazan dos cables aislados (no es necesaria ninguna explicación adicional). En la Figura 15.47 se muestra un tipo de cable muy utilizado en redes informáticas y en redes de telefonía local.

■ **Figura 15.47**
Cable cuadripolar
trenzado



Una alternativa para reducir el ruido electromagnético es el uso del **cable coaxial**, que está compuesto por un cable central de cobre, rodeado de una capa aislante, y un malla externa también de cobre (véase la Figura 15.48).

■ **Figura 15.48**
Cable coaxial



■ **Figura 15.49**
Rayos que siguen una
trayectoria curva en una
fibra óptica

La malla está conectada a tierra a 0 V, lo que significa que las señales electromagnéticas no pueden atravesarla.

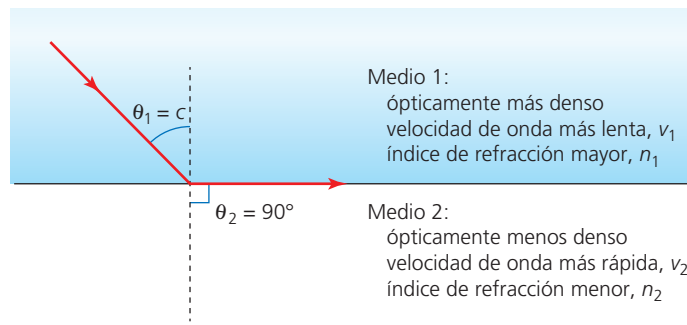
Tal como explicaremos, el uso de fibras ópticas en las comunicaciones (que también transfieren datos a través de ondas electromagnéticas) puede solventar los problemas asociados al uso de cables de cobre.

Según se expuso en el Capítulo 4, la reflexión interna total permite que un haz de luz o de infrarrojo viaje largas distancias por fibras flexibles de vidrio, tal como se representa de forma simplificada en la Figura 15.49. Como las fibras son muy finas (de un diámetro de 0,01 mm), el ángulo de incidencia de un rayo siempre es mayor que el ángulo crítico, de forma que tiene lugar una reflexión interna repetida. La luz apenas sale de la fibra y, como es posible fabricar vidrio con una gran transparencia, el haz puede viajar grandes distancias sin que haya absorción o dispersión. La radiación que se usa para los sistemas de comunicación normalmente es el infrarrojo porque se absorbe incluso menos que la luz visible.

■ Reflexión interna total y ángulo crítico

En esta sección vamos a resumir las ideas del Capítulo 4. La *reflexión interna total* puede darse cuando las ondas encuentran una frontera con otro medio en el que alcanzan una velocidad mayor (véase la Figura 15.50). Cuando el ángulo de incidencia, θ , es igual al *ángulo crítico*, c , el ángulo de refracción es de 90° y el rayo refractado es paralelo a la frontera. Si el ángulo de incidencia es mayor que el ángulo crítico, *toda* la radiación se vuelve a reflejar en el medio original.

■ **Figura 15.50**
El ángulo crítico ($v_1 < v_2$;
 $n_1 > n_2$)



Según el Apéndice de datos de Física (para el Capítulo 4):

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\text{sen } \theta_2}{\text{sen } \theta_1}$$

En el ángulo crítico, $\theta_1 = c$ y $\theta_2 = 90^\circ$, por lo que $\text{sen } \theta_2 = 1$, y entonces:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{\text{sen } c}$$

Si la luz intenta atravesar un material ópticamente más denso (medio 1) como el vidrio, el plástico o el agua, para llegar al aire (medio 2), entonces $n_2 = n_{\text{aire}} = 1$, por lo que (sustituyendo n_1 por n):

$$n = \frac{1}{\text{sen } c}$$

Esta ecuación figura en el Apéndice de datos de Física.

Ejemplo resuelto

- 12 La radiación infrarroja viaja a lo largo de una fibra óptica de vidrio con índice de refracción de 1,54 rodeada de aire.
- ¿Cuál es la velocidad de la radiación?
 - ¿Cuál es el menor ángulo de incidencia con el que los rayos infrarrojos pueden incidir en la frontera de la fibra para que pueda seguir reflejándose con reflexión interna total?
 - ¿Cuál sería tu respuesta en **b** si la fibra estuviera recubierta por un tipo de vidrio diferente con un índice de refracción de 1,47 (en lugar de aire)?

$$\text{a } \frac{n_1}{n_2} = \frac{v_2}{v_1}$$

$$\frac{1,54}{1,0} = \frac{3,0 \times 10^8}{v_1}$$

$$v_1 = 1,9 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{b } \frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{\text{sen } c}, \text{ donde } n_2 = 1$$

$$n_1 = \frac{1}{\text{sen } c}$$

$$\text{sen } c = \frac{1}{1,54} = 0,65$$

$$c = 40^\circ$$

$$\text{c } \frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{\text{sen } c}, \text{ donde } n_2 = 1,47$$

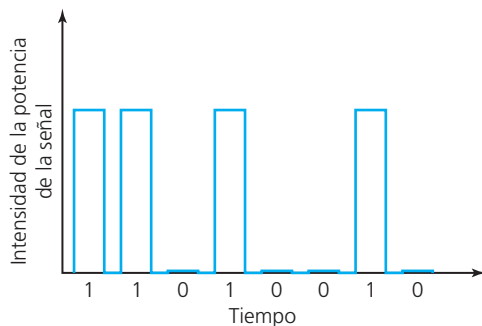
$$\text{sen } c = \frac{1,47}{1,54} = 0,95$$

$$c = 73^\circ$$

Comunicación digital

La comunicación electrónica actual es *digital*. Esto significa que en lugar de usar voltajes, o intensidades de luz o infrarrojos, que varían continuamente (señales *analógicas*), los datos se transmiten como si fueran un número muy elevado de pulsos, cada uno de los cuales está diseñado para que tenga únicamente uno o dos niveles posibles (denominados normalmente 0 y 1, o bajo y alto).

■ **Figura 15.51**
Señal digital que
representa el número
binario 11010010

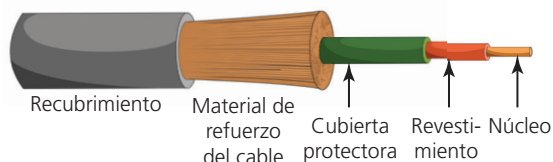


En la Figura 15.51 se representa una señal de ocho dígitos *binarios* (*bits*), que se conoce como *byte*. (El término **binario** hace referencia a un número en el que cada dígito solo puede tener dos valores posibles). Este tipo de señal digital se puede enviar por un cable como una serie de pulsos de voltaje, o pulsos de luz o infrarrojo.

- 56 Analiza los factores que afectan en la elección entre las ondas electromagnéticas en los cables o las ondas electromagnéticas en el aire para la transmisión de datos.
- 57 Sugiere por qué el ruido electromagnético (las interferencias) supone normalmente un mayor problema a frecuencias más elevadas.
- 58 Explica, con la ayuda de diagramas, por qué los ángulos de incidencia en el interior de las fibras ópticas siempre son grandes aunque la fibra sea fina. Debes asumir que la señal original se transmite paralela al eje de la fibra óptica.
- 59 Una fibra óptica convencional tiene un índice de refracción de 1,62.
 a ¿Cuál es el ángulo crítico para este tipo de fibra cuando está rodeada de aire?
 b ¿Cuál es el ángulo crítico para este tipo de fibra cuando está rodeada de vidrio con un índice de refracción de 1,51?
 c Las señales viajan más despacio en la fibra de vidrio con un índice de refracción superior. Analiza si se trata de un factor determinante a la hora de elegir el tipo de vidrio que se usa en la fibra óptica.
- 60 Explica por qué es preferible usar señales digitales en lugar de señales analógicas para transferir datos.
- 61 Supongamos que las señales digitales que se muestran en la Figura 15.51 se transfieren a una larga distancia y, como resultado, las potencias de los pulsos se reducen a la mitad y su tiempo se duplica. Si asumimos que los pulsos siguen siendo rectangulares:
 a ¿Cómo cambia su energía?
 b Dibuja una gráfica de la señal de ocho bits que se recibe.

■ La estructura de las fibras ópticas: revestimiento

El esquema de la fibra óptica que se muestra en la Figura 15.52 es una representación muy simplificada de las fibras ópticas reales. Es muy importante que las superficies de las fibras no se dañen o que se no se adhiera ninguna impureza sobre ellas, ya que en esos puntos cambiarían las condiciones para una reflexión interna total y parte de la radiación podría «escapar». Por este motivo, las fibras se recubren de otra capa de vidrio, denominada *revestimiento* (Figura 15.52). Este revestimiento protege el interior del núcleo de la fibra y evita los problemas («cruces») que surgirían si las diferentes fibras entraran unas en contacto con otras (las fibras de varios núcleos son de uso común). El revestimiento debe tener un índice de refracción menor que el de la fibra interior (véase el Ejemplo resuelto 12 y la pregunta 59).



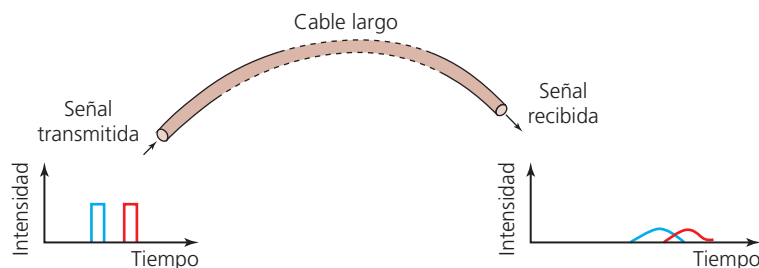
■ **Figura 15.52** Un cable óptico convencional de un solo núcleo

■ La dispersión en las fibras ópticas

Cuando los pulsos (de diferentes tipos) viajan por cables muy largos tienden a dispersarse, de modo que ocupan intervalos de tiempo cada vez más largos. Este fenómeno, que se ilustra en la Figura 15.53, se conoce como *dispersión*. (Los dos pulsos también tienen amplitudes reducidas, pero esto lo estudiaremos más tarde). En este ejemplo, los dos pulsos transmitidos estaban claramente separados, pero en el momento de la recepción se han superpuesto hasta tal punto

que no se ha podido acceder a los datos que estaban transmitiendo. Obviamente, es posible incrementar el tiempo entre la transmisión de pulsos para poder mantenerlos separados, pero de este modo se reduce la cantidad de datos que se pueden enviar en un momento dado. La dispersión limita la velocidad a la que se pueden transferir los datos.

■ **Figura 15.53** La dispersión provoca que los pulsos se superpongan



Guía de ondas y dispersión del material en las fibras ópticas

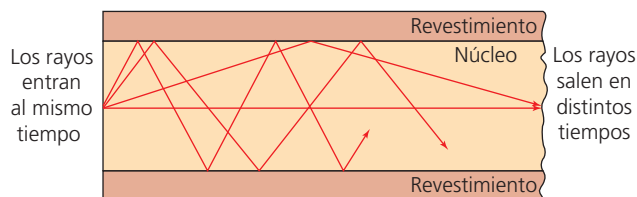
La dispersión en las fibras ópticas se debe a dos motivos principales: la *dispersión de la guía de ondas* y la *dispersión del material*.

Dispersión de la guía de ondas

Si todos los rayos de la radiación de luz o de infrarrojo que se transmiten en una fibra óptica fueran paralelos desde el principio, seguirían trayectorias paralelas y tardarían exactamente el mismo tiempo en llegar a cualquier punto a lo largo del cable. Pero esta es una situación ideal que no es viable en la práctica. Los rayos que representan un pulso en concreto pueden seguir trayectorias ligeramente diferentes y, por lo tanto, llegar a su destino en tiempos diferentes. En la Figura 15.54 se ilustra este problema (aunque se ha exagerado para mayor claridad). Esto provoca la dispersión de los pulsos y el tipo de dispersión que se conoce como

dispersión de la guía de ondas, en ocasiones también denominada «dispersión modal», aunque este término no se usará en los exámenes de IB. (Una fibra óptica es un ejemplo de una *guía de ondas*, que es un término que se usa para cualquier estructura diseñada para transferir ondas en una ruta determinada).

Para reducir los efectos de la dispersión de la guía de ondas es preferible usar fibras muy finas e intentar asegurarse de que los rayos de luz son paralelos, además de utilizar *fibras de índice gradual*, tal como se describe a continuación.

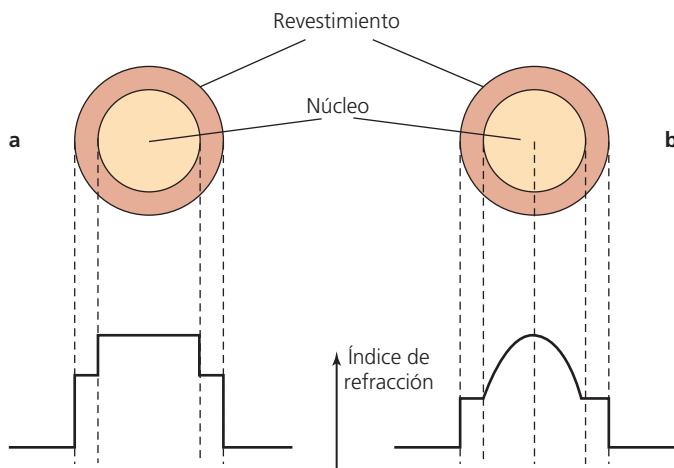


■ **Figura 15.54** Los rayos siguen trayectorias diferentes y provocan dispersión de la guía de ondas

Fibras de salto de índice y fibras de índice gradual

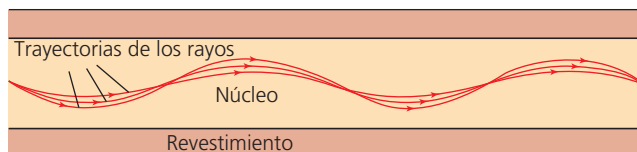
Hasta este momento, en la descripción que hemos hecho de las fibras ópticas y sus revestimientos hemos supuesto que ambos tienen índices de refracción constantes, de modo que hay un cambio repentino («salto») del índice de refracción en la frontera que los separa. Esta sencilla disposición se conoce como *fibra de salto de índice*, que se representa en la Figura 15.55a.

■ **Figura 15.55** Corte transversal de la variación de los índices de refracción en (a) fibras de salto de índice y (b) fibras de índice gradual



En la Figura 15.55b se representa una *fibra de índice gradual* en la que el índice de refracción de la fibra óptica del núcleo se incrementa gradualmente hasta alcanzar un valor máximo en la zona central. Esto tiene como efecto un descenso relativo de la velocidad de los rayos que siguen las trayectorias más directas (centrales) y un aumento relativo de la velocidad de los rayos cuyas trayectorias se acercan a las superficies externas del núcleo. El efecto total de estas modificaciones graduales en el índice de refracción es la creación de trayectorias más curvas, más centradas y con menores diferencias temporales entre ellas, tal como se muestra en la Figura 15.56. Todo ello reduce la dispersión de la guía de ondas.

■ **Figura 15.56**
Trayectorias habituales de los rayos en una fibra de índice gradual



Dispersión del material

Dispersión del material es el término que se asigna a la dispersión provocada por el uso de diferentes longitudes de onda. En este sentido, es un problema similar a la aberración cromática de las lentes.

En el Capítulo 4 estudiamos que el índice de refracción de un medio depende de la longitud de onda de la radiación. Este efecto se usa deliberadamente en un prisma para dispersar la luz en un espectro. Por ejemplo, la luz roja viaja más rápido en el vidrio (que en otros colores visibles), por lo que tiene un índice de refracción ligeramente superior y es el color que menos desviación experimenta cuando atraviesa un prisma. Si distintas longitudes de onda (que representan el mismo pulso) siguen la misma trayectoria a través de una fibra óptica, llegarán a su destino con ligeras diferencias de tiempo y, por lo tanto, generarán dispersión.

La solución obvia a la dispersión del material es el uso de radiación *monocromática*. Los diodos emisores de luz (LEDs) de infrarrojos son la fuente más común.

- 62 a Explica por qué la radiación infrarroja, que normalmente experimenta reflexión interna, puede pasar entre las fibras ópticas cuando estas entran en contacto.
b Explica cómo se puede evitar este problema con el uso del revestimiento.
- 63 Si los índices de refracción del revestimiento y del núcleo de una fibra de salto de índice son 1,60 y 1,55, respectivamente, ¿cuál es el ángulo crítico en el núcleo?
- 64 Explica por qué la dispersión limita la velocidad a la que se pueden transmitir los datos digitales a largas distancias.
- 65 Resume, sin hacer referencia a ningún diagrama, cómo el uso de las fibras de índice gradual reduce la dispersión de la guía de ondas.
- 66 Se pueden enviar diferentes datos por la misma fibra óptica usando distintas longitudes de onda de radiación. Razona si la dispersión del material afecta o no a este proceso.

Aplicaciones



Fibras ópticas submarinas

Se estima que más del 95 % de todas las comunicaciones y transmisiones de datos se realizan con cables ópticos submarinos, que en total podrían medir más de un millón de kilómetros. Un cable normal (Figura 15.57) tiene una anchura total de 7 cm y una masa aproximada de 10 kg m^{-1} .



■ **Figura 15.57**
Un cable de fibra óptica submarina

Estos cables transportan las conversaciones telefónicas y son también la estructura básica que permite el uso de Internet en todo el mundo. Se considera que son esenciales para el funcionamiento económico y social del mundo actual, y su relevancia es tal que muchos países lo consideran un aspecto importante de seguridad nacional.

- 1 Busca en Internet un mapa actualizado de los cables ópticos submarinos que hay en el mundo.
- 2 Explica por qué la longitud de los cables submarinos puede afectar a la velocidad con la que accedemos a Internet.

■ La atenuación y la escala de decibelios (dB)

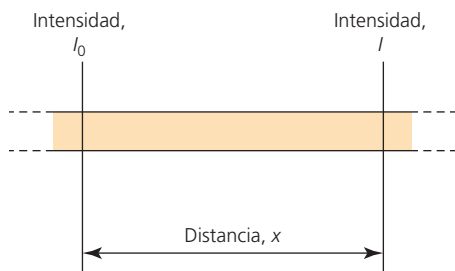
Cuando cualquier señal (una onda, por ejemplo) se transmite a través de un medio, siempre experimenta cierta *dispersión* y *absorción*. La **dispersión** tiene lugar cuando las ondas se reflejan debido a las imperfecciones existentes dentro del medio (normalmente distribuidas al azar) y no pueden continuar viajando siguiendo su dirección inicial. La **absorción** se produce cuando la energía de la onda se transfiere a alguna otra forma de energía dentro del material, normalmente energía interna. Estos son los motivos por los que la *intensidad* de cualquier señal se reduce cuando atraviesa un material.

Esta reducción en la intensidad, que se denomina *atenuación*, puede ser más o menos significativa según las circunstancias, pero no se debe confundir con la reducción en la intensidad que siempre se asocia con las ondas que se *dispersan* de sus fuentes.

La atenuación

La atenuación es la pérdida gradual de intensidad que experimenta una señal cuando atraviesa un material.

Como el vidrio que se usa en la fibra óptica es de gran calidad, la reducción de la intensidad por absorción y dispersión no debería ser demasiado significativa en distancias cortas, pero sí implica un problema cuando las distancias son muy elevadas. La dispersión es la principal causa de atenuación en la fibra óptica, pero esta también afecta a la dispersión. Volvamos a considerar la Figura 15.53. Incluso en el caso ideal de que no exista absorción o dispersión (de forma que la potencia total recibida es la misma que la transmitida, lo cual se representa con áreas similares), hay cierta reducción de la intensidad.



■ **Figura 15.58** Variación de la intensidad con la distancia

Podemos asumir que los factores en los que se reduce la intensidad de la señal son iguales para distancias iguales, lo que significa que la intensidad varía exponencialmente respecto a la distancia y que podemos estimar un valor para cada unidad de longitud de un sistema.

Cálculo de la atenuación en decibelios

La forma más fácil de calcular el valor de la atenuación es determinar el cociente de las intensidades de la señal (o potencias) en dos puntos, que en la Figura 15.58 se indican con I e I_0 .

Sin embargo, debido a la naturaleza exponencial de la relación, se prefiere un valor logarítmico:

$$\text{atenuación} = \log \frac{I}{I_0}$$

De este modo, la unidad en la que se expresa la atenuación es el *belio*, aunque se suele utilizar una unidad inferior, el **decibelio** (dB).

$$\text{atenuación (dB)} = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física* y también se puede aplicar a las potencias:

$$\text{atenuación (dB)} = 10 \log \frac{P}{P_0}$$

Como $I < I_0$, la atenuación en dB es un número negativo, pero no usaremos ningún símbolo para representar la atenuación en este tema.

Ejemplo resuelto

- 13** La atenuación en una fibra óptica de 100 km de longitud es de -53 dB. Si la potencia de entrada es de $0,0028$ W, ¿qué potencia se recibe a:
- 100 km de distancia?
 - 200 km de distancia?

$$\begin{aligned} \text{a atenuación (dB)} &= 10 \log \frac{P}{P_0} \\ -53 &= 10 \log \left(\frac{P}{0,0028} \right) \\ 5,01 \times 10^{-6} &= \frac{P}{0,0028} \\ P &= 1,4 \times 10^{-8} \text{ W} \\ \text{b } 5,01 \times 10^{-6} &= \frac{P}{1,4 \times 10^{-8}} \\ P &= 7,0 \times 10^{-14} \text{ W} \end{aligned}$$

Es habitual estimar la atenuación por unidad de longitud, por ejemplo en dB km^{-1} . En la Tabla 15.1 se incluyen algunos ejemplos, pero debemos recordar que son solo cifras indicativas porque también dependen de la frecuencia. (A estos valores se les denomina en ocasiones *coeficientes de atenuación*).

■ **Tabla 15.1**
Atenuaciones características por unidad de longitud

Tipo de cable	Atenuación (dB km^{-1})
pares trenzados (1 MHz)	50
coaxial (200 MHz)	100
fibra óptica (10^{14} Hz)	1

Independientemente del tipo de cable que se use para la comunicación a largas distancias, la atenuación provoca que la intensidad de la señal descienda por debajo de un nivel aceptable a menos que los pulsos se puedan amplificar (y remodelar). Los *repetidores* o *regeneradores* son dispositivos que se utilizan para este fin.

■ Resumen de las ventajas de la fibra óptica en comparación con el cable

Las fibras ópticas presentan muchas ventajas respecto a los cables de cobre, sobre todo cuando se deben transferir datos a largas distancias o a velocidades «elevadas». Esto se debe a que, en comparación con los cables de cobre de dimensiones similares, los sistemas de fibra óptica:

- tienen una atenuación muy inferior (de modo que se necesita un menor número de amplificadores o repetidores y pueden estar más alejados entre sí)
- tienen velocidades de transferencia de datos superiores
- no generan ruido electromagnético o cruces, ni se ven afectados por los que generan otros cables
- son más seguros (es más difícil que terceros puedan acceder a los datos)
- pesan menos.

Estas ventajas son tan determinantes que las fibras ópticas son el medio que predomina en la transferencia de grandes cantidades de datos de forma rápida y a largas distancias. Se consideran las «autopistas» de la comunicación. Sin embargo, a menor escala, un sistema de cableado de cobre puede ser más ventajoso por la comodidad y el menor coste total que implica.

Naturaleza de la ciencia

La tecnología de la comunicación óptica

La reflexión interna total es una aplicación de la física relativamente fácil de comprender que se describió por primera vez hace más de 400 años (por parte de Kepler), aunque el concepto de haz de luz atrapado dentro de un medio de forma curva no se propuso hasta unos 250 años después. La aplicación más reciente de este concepto al uso cada vez mayor de las fibras ópticas en los sistemas de comunicación, de los que el mundo moderno es tan dependiente, se debe al desarrollo tecnológico (como las mejoras en la calidad del vidrio), más que a los nuevos principios o a los nuevos descubrimientos.

- 67 Dibuja una gráfica para mostrar cómo varía la intensidad de una señal con la distancia cuando viaja por una fibra óptica.
- 68 a ¿Cuál es la atenuación total de un cable si la intensidad de una señal se reduce a la mitad cuando lo atraviesa?
b Si un cable tiene una pérdida de atenuación de 10 dB, ¿cuál es la diferencia de porcentaje entre la intensidad de entrada y la de salida?
- 69 Se ha calculado que la atenuación de un cable es de $-0,36$ dB por cada 100 m. Si la potencia de entrada es de 6,8 mW, ¿con qué longitud de cable se reducirá la potencia a $5,0 \times 10^{-10}$ W?
- 70 La potencia de entrada en un cable óptico largo es de 0,15 W. Cuando la potencia desciende por debajo de cierto valor (P), la señal se debe amplificar o regenerar. Determina el valor de P si la distancia mínima entre los «repetidores» es de 80 km y el cable tiene una pérdida de atenuación de $1,8$ dB km^{-1} .
- 71 a Busca en Internet información para determinar la frecuencia infrarroja que más se suele usar en la comunicación con fibra óptica.
b ¿Por qué se ha elegido en concreto esta frecuencia?
- 72 Explica por qué la atenuación en una fibra óptica depende de la frecuencia.
- 73 Las ventajas de transferir datos con vidrio en lugar de cobre parecen considerables. Busca en Internet los posibles motivos por los que el uso del cable de cobre todavía está muy extendido.

15.4 (C4: Material adicional para Nivel superior) Diagnóstico por imágenes en medicina

Se pueden obtener imágenes del cuerpo humano usando radiación generada tanto externa como internamente. La generación de imágenes ha permitido a los médicos mejorar el diagnóstico con procedimientos menos invasivos

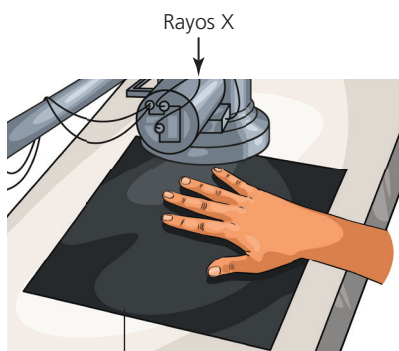


Durante los últimos años, el rápido crecimiento de los potentes equipos informáticos y los avances tecnológicos han dado como resultado un aumento espectacular a nivel mundial del número de aplicaciones de la física en la medicina. Ya mencionamos en el capítulo 12 el concepto de medicina nuclear y hay muchas aplicaciones del láser, pero en esta sección estudiaremos los distintos principios físicos que se pueden usar para obtener imágenes de los huesos, órganos y tejidos del interior del cuerpo humano.

Comenzaremos con el uso de los rayos X y los ultrasonidos (ecografía), técnicas en las que se envían ondas penetrantes desde el exterior al interior del cuerpo, y a continuación explicaremos la resonancia magnética nuclear.

■ Detección y registro de las imágenes obtenidas con rayos X en contextos médicos

Los rayos X son útiles en medicina como técnica de diagnóstico por imagen porque pueden penetrar en el cuerpo humano, e incluso atravesarlo. Sin embargo, parte de los fotones de estos rayos se absorben, por lo que cuando los rayos X transmitidos se detectan al otro lado del cuerpo, se puede crear una imagen «sombreada» o un «negativo». En las Figuras 15.59a y 15.59b se observa cómo los huesos son las partes de la mano que más rayos X han absorbido. En este ejemplo sencillo, los rayos X se han detectado de forma fotográfica (como luz), mediante la transferencia de la energía de los fotones para producir cambios químicos en la película.



Película fotográfica en un sobre protegido contra la luz



■ **Figura 15.59 (a)** Colocación de una mano durante una exploración radiológica; **(b)** radiografía de una mano

Esta técnica todavía se usa de forma generalizada en todo el mundo. Es relativamente económica, pero la imagen se debe «revelar» químicamente, por lo que no se puede observar de forma inmediata. La **detección con dispositivos de carga acoplada (CCD)**, por sus siglas en inglés genera una imagen digital e inmediata, y permite un mayor control de todo el proceso de tratamiento de datos y generación de imágenes. También es importante lograr un proceso de detección que requiera una intensidad menor y permita a los hospitales usar rayos X de menor potencia para reducir los riesgos de salud asociados a su empleo.

En la Figura 15.60 se muestra el proceso de obtención de una radiografía dental mediante un dispositivo de carga acoplada.

■ **Figura 15.60**
Obtención de una radiografía dental



Naturaleza de la ciencia

Análisis de riesgos

Los beneficios de usar los rayos X para el diagnóstico de enfermedades son considerables y obvios. Sin embargo, también presentan un riesgo potencial para la salud, ya que la energía que transportan los fotones de los rayos X es suficientemente alta como para provocar ionización y, posiblemente, ocasionar daños químicos y modificaciones biológicas en el organismo (de forma análoga a lo que sucede con los fotones de los rayos gamma según explicamos en el Capítulo 7).

No se conoce con exactitud el riesgo asociado a dirigir una cantidad conocida de un tipo concreto de radiación a un paciente en particular. Resultan claramente inaceptables los experimentos controlados que implican la exposición de personas (o animales) a la radiación, por lo que los profesionales sanitarios solo pueden tomar como referencia estadísticas recopiladas indirectamente de numerosos sucesos anteriores (médicos o de otro tipo) en los que se ha expuesto a personas a cantidades conocidas, o estimadas, de radiación. Estos datos se han analizado exhaustivamente en repetidas ocasiones para valorar el riesgo (la probabilidad de daños) que implica cualquier línea de actuación.

Los médicos deben sopesar los riesgos de exponer a un paciente a los rayos X y los beneficios que se obtienen con un diagnóstico o conocimiento detallado del problema médico que deben tratar. También se debe tener en cuenta la salud del personal sanitario que trabaja con este tipo de radiación en los hospitales (*técnicos en radiología*), de modo de las medidas de seguridad habituales incluyen:

- el uso de rayos X de la mínima potencia posible para el fin previsto
- el uso de rayos X durante el mínimo tiempo posible
- el seguimiento y la limitación del número de exposiciones de un paciente a los rayos X
- la necesidad de evitar que los rayos X se dirijan a cualquier otro sitio que no sea la parte del cuerpo del paciente que se va a explorar.

La mejora en la tecnología que se emplea en la generación y, en particular, la detección de rayos X ha sido tan considerable en los últimos años que actualmente los riesgos se conocen perfectamente, se controlan y son mínimos. La dosis requerida de radiación para cualquier propósito en concreto es en estos momentos tan reducida que un viaje de larga duración en avión (a gran altitud) supone una exposición muy superior a la radiación ionizante que la mayoría de los rayos X.

■ Atenuación de los rayos X

La cantidad de absorción depende de la energía que transportan los fotones de los rayos X y del tipo de material que atraviesan. Ahora vamos a describir de forma más detallada, empleando el concepto de *atenuación*, lo que ya hemos estudiado hasta ahora sobre las fibras ópticas.

Los rayos X de mayor frecuencia tienen también mayor energía ($E = hf$) y son más penetrantes. Normalmente se dice que tienen la *condición* de ser **rayos X duros** y se generan en equipos de rayos X que usan mayores voltajes. Los **rayos X blandos**, con energías fotónicas menores, se absorben con mayor facilidad.

La atenuación es la pérdida gradual de intensidad que experimenta una señal cuando atraviesa un medio. En general, las principales causas de la atenuación son la absorción y la dispersión. En esta sección siempre asumiremos que toda la radiación incidente viaja en la misma dirección (un haz paralelo).

Para la energía de los fotones de los rayos X que normalmente se usan en los diagnósticos médicos, el principal motivo de la atenuación es la absorción debida al efecto fotoeléctrico, y depende en gran medida del número de protones, Z , de los átomos existentes. Por ejemplo, el hueso contiene elementos con un porcentaje medio de protones superior al de los tejidos blandos y por lo tanto absorbe una mayor cantidad de rayos X.

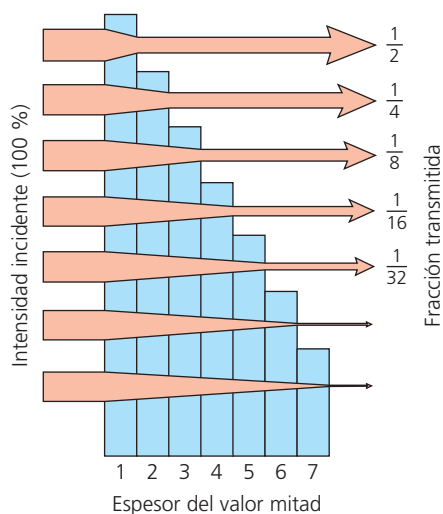
La atenuación se puede expresar en decibelios (como hemos hecho antes con las fibras ópticas):

$$\text{atenuación (dB)} = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

Normalmente cabe esperar que un mismo espesor de un medio homogéneo (uniforme) absorba (y disperse) un mismo porcentaje de intensidad, I . Esta es la cualidad esencial de una reducción exponencial y se puede caracterizar simplemente haciendo referencia al **espesor del valor mitad** (Figura 15.61). Se trata de un concepto similar al de semivida en la desintegración radiactiva.

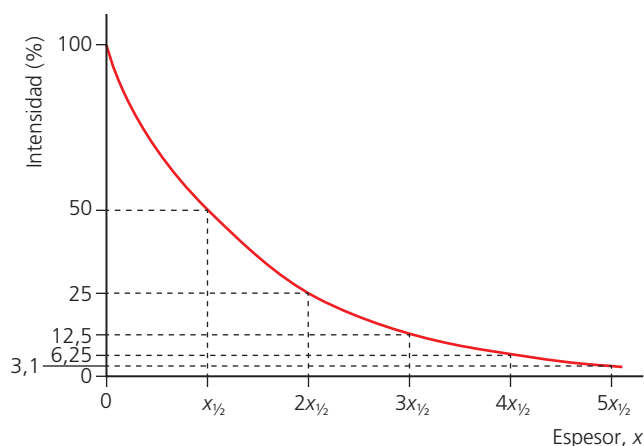
■ **Figura 15.61**
Espesor del valor mitad



El espesor del valor mitad, $x_{1/2}$, se define como el espesor de un medio que reduce la intensidad transmitida a la mitad de su valor.

En la Figura 15.62 se muestra su representación gráfica.

■ **Figura 15.62**
Gráfica intensidad-
espesor



Los fotones de los rayos X con mayor energía son más penetrantes, por lo que su espesor del valor mitad en un medio en concreto también será superior.

Ejemplo resuelto

14 a Cuando se dirige un haz de rayos X a través de un material homogéneo, la intensidad del haz se reduce a $\frac{1}{8}$ de su valor inicial en una distancia de 15 cm. ¿Cuál es el espesor del valor mitad?

b ¿Qué espesor total es necesario para reducir la intensidad al $\frac{1}{16}$?

c ¿Cómo cambiaría el espesor del valor mitad de este material si se usan rayos X de mayor longitud de onda?

a Para que 1 se reduzca a $\frac{1}{2}$ luego a $\frac{1}{4}$ y finalmente a $\frac{1}{8}$, se requieren tres espesores del valor mitad, por lo que el espesor del valor mitad = $\frac{15}{3} = 5$ cm

b Para que la intensidad se reduzca de $\frac{1}{8}$ a $\frac{1}{16}$, se requiere otro espesor del valor mitad: $15 + 5 = 20$ cm

c Los fotones con mayor longitud de onda tienen menos energía, por lo que penetrarán menos y el espesor del valor mitad será inferior.

Ecuación exponencial para la atenuación

La reducción exponencial que se muestra en la Figura 15.62 se puede representar mediante una ecuación con la forma:

$$I = I_0 e^{-\mu x}$$

donde I_0 e I son las intensidades antes y después de la atenuación provocadas cuando se atraviesa un medio de espesor x . (Hemos usado ecuaciones similares en el estudio de la desintegración radiactiva y la descarga del condensador). Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

μ es una constante que se denomina **coeficiente de atenuación lineal** y representa la cantidad de atenuación en un medio en concreto (para la radiación de una longitud de onda especificada).

Un valor elevado de μ representa más atenuación y se corresponde con un valor inferior del espesor del valor mitad. Ambas propiedades varían considerablemente con la energía de los fotones de los rayos X.

Si tomamos logaritmos y reagrupamos, obtenemos:

$$\mu = \frac{1}{x} \ln\left(\frac{I_0}{I}\right)$$

La unidad de μ que se usa normalmente con los rayos X es cm^{-1} . Podemos calcular un valor para el coeficiente de atenuación de un material específico si usamos valores de I_0 e I para un espesor conocido, x . Es preferible usar una serie de valores y determinar el coeficiente de atenuación a partir de la gráfica adecuada.

El coeficiente de atenuación lineal y el espesor del valor mitad son formas diferentes de expresar la misma información. Su relación se puede deducir sustituyendo $I = I_0/2$ y $x = x_{1/2}$ en la ecuación anterior:

$$\mu = \frac{1}{x_{1/2}} \times \ln\left(\frac{2I_0}{I_0}\right)$$

o:

$$\mu x_{1/2} = \ln 2$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

A los coeficientes de atenuación también se les conoce como coeficientes de absorción aunque, según hemos visto, la absorción no es la única causa de la atenuación.

Ejemplos resueltos

15 La intensidad de un haz de rayos X se reduce al 93 % cuando atraviesa un medio con un espesor del valor mitad de 0,48 mm.

- a** ¿Cuál es el coeficiente de atenuación lineal del medio?
b ¿Cuál es su espesor del valor mitad?

$$\begin{aligned} \mathbf{a} \quad \mu &= \frac{1}{x} \ln\left(\frac{I_0}{I}\right) \\ &= \left(\frac{1}{0,48}\right) \times \ln\left(\frac{I_0}{0,93I_0}\right) \\ &= 0,15 \text{ mm}^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{b} \quad \mu x_{1/2} &= \ln 2 \\ x_{1/2} &= \frac{0,693}{0,151} = 4,6 \text{ mm} \end{aligned}$$

16 Un haz de rayos X de 580 mWm^{-2} de intensidad atraviesa capas paralelas de dos materiales diferentes. La primera capa tiene un espesor de 4,3 cm y un coeficiente de atenuación lineal de $0,89 \text{ cm}^{-1}$; el espesor de la segunda capa es de 1,3 cm y su coeficiente de atenuación lineal de $0,27 \text{ cm}^{-1}$.

- a** Determina la intensidad de los rayos X que atraviesan la frontera entre las capas.
b ¿Qué intensidad emerge de la segunda capa?

$$\begin{aligned} \mathbf{a} \quad I &= I_0 e^{-\mu x} \\ &= 580 e^{-0,89 \times 4,3} \\ \ln I &= \ln 580 - (0,89 \times 4,3) \\ I &= 13 \text{ mWm}^{-2} \end{aligned}$$

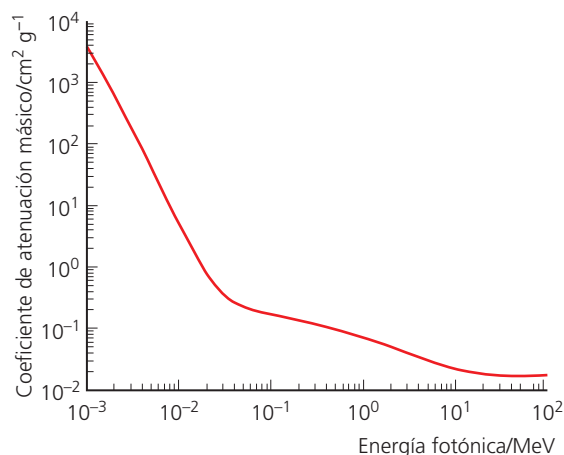
$$\begin{aligned} \mathbf{b} \quad I &= I_0 e^{-\mu x} \\ &= 13 e^{-0,27 \times 1,3} \\ \ln I &= \ln 13 - (0,27 \times 1,3) \\ I &= 9,1 \text{ mWm}^{-2} \end{aligned}$$

Coeficiente de atenuación másico

El coeficiente de atenuación *lineal* de un medio indica cuánto se reduce la intensidad de un haz de rayos X cuando viaja una unidad de distancia en el medio, pero el coeficiente de atenuación *másico* suele ser más útil cuando se comparan distintos materiales, ya que indica cómo se reduce la intensidad de un haz cuando atraviesa una unidad de masa de un medio en concreto.

$$\text{coeficiente de atenuación másico} = \frac{\text{coeficiente de atenuación lineal}}{\text{densidad}} = \frac{\mu}{\rho}$$

■ **Figura 15.63**
 Coeficiente de atenuación másico del agua: variación con la energía fotónica de los rayos X



Esta ecuación *no* figura en el *Apéndice de datos de Física*. La unidad que normalmente se usa para este coeficiente es $\text{cm}^2 \text{ g}^{-1}$.

En la figura 15.63 se muestra la variación del coeficiente de atenuación másico del agua con la energía fotónica. Debemos ser capaces de demostrar que una longitud de onda de rayos X con un valor de $1 \times 10^{-10} \text{ m}$ tiene una energía fotónica de $1,2 \times 10^{-2} \text{ MeV}$, lo que corresponde aproximadamente a un coeficiente de atenuación másico de $0,05 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$.

Ejemplo resuelto

17 Usa la Figura 15.63 para calcular el coeficiente de atenuación lineal del agua para fotones con una energía de 100 keV.

Para fotones de 0,1 MeV, el coeficiente de absorción másico es de unos $2 \times 10^{-1} \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$.

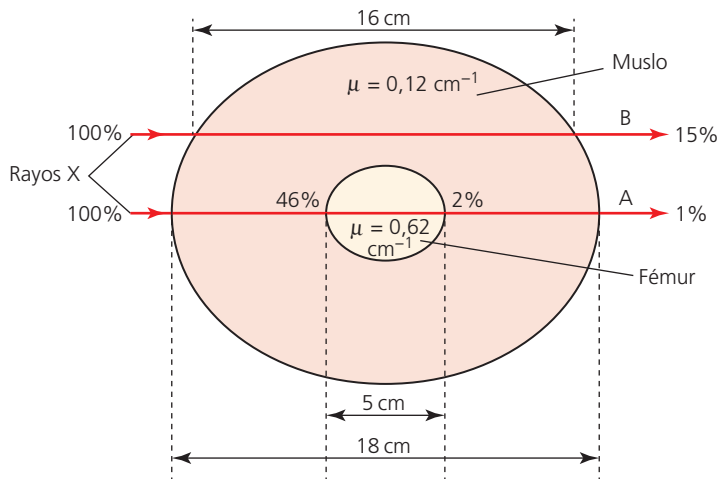
El coeficiente de atenuación másico es $2 \times 10^{-1} = \frac{\mu}{\rho}$, y la densidad del agua es $1,0 \text{ g cm}^{-3}$.

$$\mu = 2 \times 10^{-1} \times 1,0 = 0,2 \text{ cm}^{-1}$$

Ejemplo de la atenuación de los rayos X en el cuerpo humano

En la Figura 15.64 se muestra la sección transversal simplificada del muslo de una persona y las intensidades relativas de los rayos X que lo atraviesan. El hueso (fémur) tiene un coeficiente de absorción lineal de $0,62 \text{ cm}^{-1}$ y está rodeado de tejido blando con un coeficiente de absorción de $0,12 \text{ cm}^{-1}$. La intensidad de los rayos X que siguen la trayectoria B se reduce casi al 15 % cuando salen del muslo; la intensidad de los rayos X que siguen la trayectoria A y atraviesan el fémur se reduce aproximadamente al 1 %. En este ejemplo, la atenuación total de los rayos X que atraviesan el fémur (y los tejidos blandos) es unas 15 veces superior a la de los rayos X que solo atraviesan los tejidos blandos.

■ **Figura 15.64**
Intensidades relativas de los rayos X que atraviesan un muslo



- 74 La intensidad de un haz paralelo de rayos X se ha reducido de 100 W m^{-2} a 74 W m^{-2} después de atravesar un medio de 3,0 cm. Calcula el coeficiente de atenuación lineal en cm^{-1} .
- 75 Un haz paralelo de rayos X atraviesa un material con un espesor del valor mitad de 3,7 cm. Si el haz incidente tiene una intensidad de 150 W m^{-2} , calcula:
a el coeficiente de atenuación lineal
b el porcentaje de la intensidad incidente que sale de un material que tiene un espesor de 4,5 cm.
- 76 La intensidad de un haz paralelo de rayos X se ha reducido de 195 W m^{-2} a 127 W m^{-2} después de atravesar un medio de 3,0 cm de espesor.
a ¿Cuál es la potencia total del haz incidente si abarca un área de 16,0 cm por 20,5 cm?
b Si la longitud de onda es de $2,27 \times 10^{-11} \text{ m}$, ¿cuántos fotones entran en el medio cada segundo?
c Calcula el coeficiente de atenuación lineal.
d ¿Cuál es el espesor del valor mitad del medio?
e Si se aumenta el voltaje de aceleración que genera los rayos X, ¿cuánto cambiará el espesor del valor mitad?
- 77 Un medio tiene una densidad de $1,9 \text{ g cm}^{-3}$ y un coeficiente de atenuación lineal de $0,22 \text{ mm}^{-1}$.
a ¿Qué espesor de este medio reducirá un haz paralelo de rayos X un 33 % de su intensidad incidente?
b ¿Cuál es el coeficiente de atenuación másico del medio?
- 78 Explica por qué es razonable esperar que incrementos iguales en el espesor de un medio produzcan descensos iguales en el porcentaje de las intensidades de los rayos X transmitidos.
- 79 Un material tiene una densidad de $1,3 \text{ g cm}^{-3}$ y un coeficiente de atenuación másico de $2,1 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$. Calcula su espesor del valor mitad.

- 80 Si se estima que el coeficiente de atenuación lineal de determinados rayos X en los tejidos blandos es de $0,35 \text{ mm}^{-1}$, ¿cuál es el coeficiente de atenuación lineal del hueso (con los mismos rayos X) si el hueso tiene un espesor del valor mitad que es 150 veces superior al del tejido blando?
- 81 Confirma los valores estimados en la Figura 15.64 para las intensidades relativas de los rayos X que atraviesan el muslo.
- 82 En la Tabla 15.2 se incluyen los valores de la intensidad relativa de los rayos X que atraviesan un determinado material.

Espesor (cm)	Intensidad relativa
0,0	1,00
1,0	0,78
2,0	0,58
3,0	0,48
4,0	0,33
5,0	0,27
6,0	0,20
7,0	0,17

■ **Tabla 15.2** Datos sobre la absorción de rayos X

- a Dibuja una gráfica intensidad relativa-espesor para representar esta atenuación.
 b Dibuja una gráfica del logaritmo de la intensidad relativa respecto al espesor.
 c Usa estas dos gráficas para determinar el coeficiente de atenuación y el espesor del valor mitad.
- 83 ¿Por qué es razonable asumir que tanto los rayos X como los rayos gamma de la misma energía tienen el mismo valor del espesor del valor mitad?

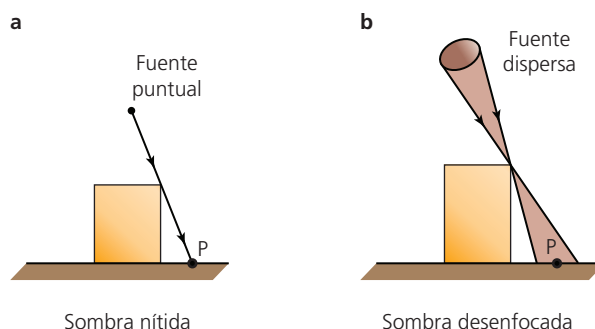
Obtención de imágenes de buena calidad con rayos X

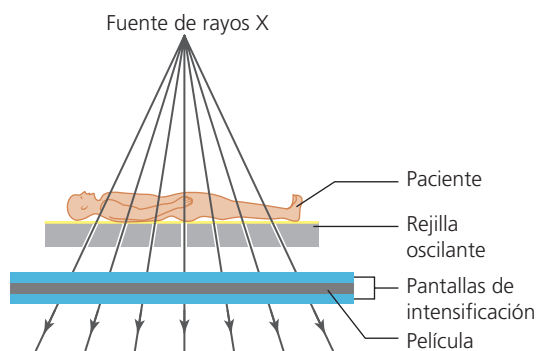
Los rayos X no se enfocan para formar una imagen, por lo que para obtener **imágenes nítidas** es importante que toda la radiación que llega a cualquier lugar en concreto de la película siga la misma trayectoria cuando sale de la fuente de rayos X y atraviesa el paciente. Cuando afirmamos que una imagen es *nítida* nos referimos a que todos los «bordes» entre las distintas partes de la imagen son claros y precisos, y tienen una buena resolución. La fuente de los rayos X debe actuar como una fuente puntual, tal como se muestra en la Figura 15.65a, y no como una fuente dispersa como la de la Figura 15.65b.

Los rayos X de la Figura 15.65a solo pueden seguir una trayectoria determinada para llegar al punto P, pero en la Figura 15.65b los rayos X pueden llegar al punto desde distintas direcciones. Del mismo modo, se necesita una fuente de luz puntual para formar sombras nítidas.

Para obtener imágenes *nítidas*, idealmente la película o el detector tiene que estar lo más cerca posible del paciente, que no debe moverse durante el tiempo de exposición, mientras que la fuente de rayos X debe estar colocada lo más alejada posible. Obviamente, un aumento en la distancia entre el paciente y la fuente tiene el inconveniente de que requiere una fuente de mayor intensidad o más tiempo de exposición.

■ **Figura 15.65**
Fuentes puntuales y ampliadas





■ **Figura 15.66** Distribución de los rayos X con la película colocada entre dos pantallas de intensificación

Para aumentar la nitidez de una imagen formada en una película fotográfica, se pueden usar **pantallas de intensificación** para mejorar la calidad. Estas pantallas contienen materiales **fluorescentes** que emiten luz cuando los rayos X inciden sobre ellas. La película fotográfica es mucho más sensible a la luz que los rayos X, por lo que la imagen se intensifica. En la Figura 15.66 se muestra una disposición hipotética en la que la película se coloca entre dos pantallas de intensificación.

Si los rayos X que se *dispersan* procedentes de todas las partes del cuerpo llegan a la película, se reduce el **contraste** de la imagen porque todas las zonas de la película reciben más rayos X de los que recibirían si solo los rayos X que viajan directamente desde la fuente alcanzaran la película. Este efecto se puede reducir usando una *rejilla oscilante* como la que se muestra en la Figura 15.66. Un **colimador** permite que todos los rayos que lo atraviesan sean paralelos entre sí.

La rejilla debe oscilar de lado a lado durante la exposición para poder obtener una imagen de todas las partes relevantes del paciente. Para algunas aplicaciones, también se puede aumentar el contraste de las imágenes obtenidas con rayos X introduciendo temporalmente en el cuerpo del paciente alguna sustancia que afecta a la absorción de rayos X. Para el aparato digestivo puede tratarse de una sustancia (no tóxica) que el paciente tiene que ingerir. Para los equipos de tomografía computarizada (como el que se muestra abajo), en ocasiones se inyecta un «medio de contraste» en el torrente sanguíneo.

La nitidez de una imagen también se puede mejorar posteriormente de forma digital mediante un programa informático.

■ Tomografía computarizada (TC)

En esta técnica se usa el control por ordenador para obtener imágenes en capas, nítidas, detalladas y de alto contraste.

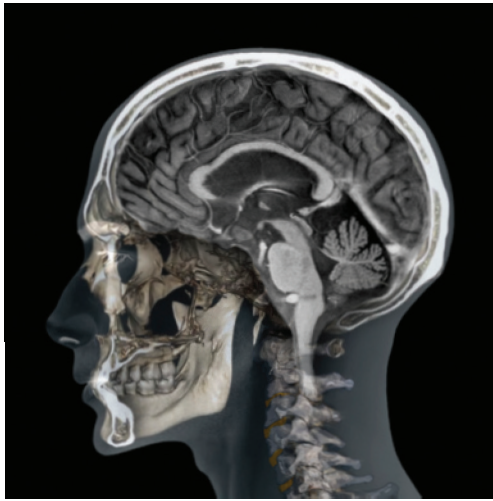
Las imágenes que se obtienen con rayos X y que se han descrito hasta ahora son todas de dos dimensiones. Se pueden obtener imágenes detalladas de objetos en tres dimensiones con un equipamiento controlado por ordenador más sofisticado y más costoso. El término **tomografía** se usa para describir la obtención de imágenes de un objeto en tres dimensiones como una serie de secciones o «láminas».

Los principios de la tomografía no son difíciles de comprender, pero la tomografía computarizada, **TC**, (también denominada *escáner TAC*, tomografía axial computarizada) para obtener imágenes tan complejas como las que se necesitan del cuerpo humano (o sus partes) requiere una potencia de cálculo considerable y un equipamiento costoso. En la Figura 15.67 se muestra un paciente en un equipo de TC.

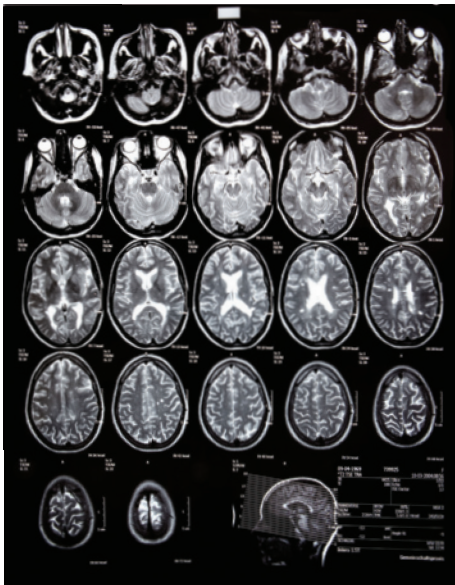
■ **Figura 15.67**
Paciente en un equipo de TC



■ **Figura 15.68**
Tomografía de la cabeza



■ **Figura 15.69**
Tomografías de «capas» de la cabeza



Para algunas personas, someterse a una TC supone una experiencia molesta: el cuerpo debe permanecer inmóvil mientras la fuente de rayos X y una serie de detectores giran alrededor de un plano concreto. La información que recibe cualquier detector en concreto varía según se modifica el ángulo de incidencia sobre el cuerpo. La imagen no se obtiene directamente, pero se usa la potencia de cálculo del ordenador para analizar todos los datos recopilados durante la rotación y configurar una imagen del cuerpo en ese plano concreto. A continuación se exploran otros planos moviendo ligeramente la camilla en la que se tiende el paciente, y posteriormente se usa el ordenador para obtener imágenes de cualquier plano, o incluso una imagen completa tridimensional. Al igual que las imágenes digitales que se obtienen con una cámara, estas se pueden mejorar y modificar de diversas maneras.

A partir de la enorme cantidad de datos que recogen, las TC facilitan una gran variedad de imágenes de alto contraste con buena resolución, y pueden distinguir tejidos con una diferencia de densidad de tan solo un 1%. Indudablemente, las imágenes que se obtienen son mucho más útiles que las que se consiguen con los rayos X, pero resulta muy caro adquirir y manejar los equipos de TC, además de que el mayor tiempo de exposición que requieren en comparación con los rayos X aumenta hasta 1 000 veces la dosis de radiación que recibe el paciente, lo cual es un riesgo adicional para la salud que debe ser considerado por los médicos. En cualquier caso, durante los últimos años ha habido un rápido incremento del uso de los equipos de TC en todo el mundo.

En la Figura 15.68 se muestra una imagen compuesta, que podemos comparar con la Figura 15.69 en la que se distinguen tomografías de distintas «capas».

- 84 Haz una lista de las ventajas que supone usar detectores electrónicos en lugar de la detección de rayos X a la hora de captar fotografías.
- 85 Explica por qué la detección de rayos X dispersos reduce el contraste de una imagen creada con este tipo de rayos.
- 86 Se ha rediseñado un equipo de rayos X para incrementar la distancia entre la fuente y el paciente.
 - a Sugiere un motivo por el que se ha hecho este cambio.
 - b Si se usa la misma fuente, ¿se reduce la intensidad de los rayos que llegan al paciente?
- 87 Averigua qué es una «papilla de bario».
- 88 Cita dos ventajas y dos inconvenientes de las tomografías computarizadas respecto a los rayos X convencionales.

■ Ecografía

Las ondas acústicas de alta frecuencia se pueden usar como alternativa a las ondas electromagnéticas (rayos X) para obtener imágenes del interior del cuerpo humano y diagnosticar enfermedades. Cualquier onda de sonido que tiene una frecuencia superior a la que puede oír una persona (20 kHz) se denomina **ultrasonido** y se describe como *ultrasónica*. Las frecuencias que se usan en las imágenes por ultrasonidos (ecografías) suelen estar comprendidas entre 2 y 20 MHz.



■ **Figura 15.70** Ecografía abdominal (bidimensional)

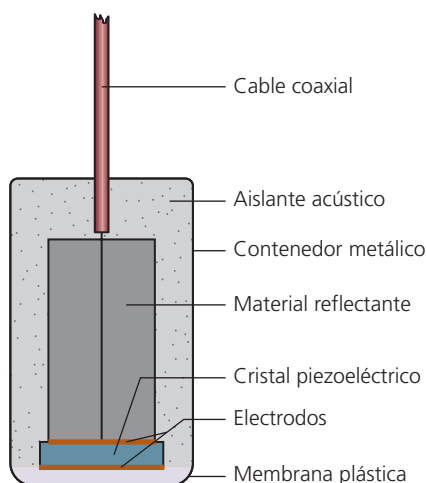
A diferencia de los rayos X, en la ecografía no se usa radiación ionizante, por lo que es un método que no supone ningún riesgo para la salud. El equipamiento normalmente es más barato y fácil de manejar, aunque las imágenes obtenidas no suelen ser tan detalladas (alta resolución) como las que se consiguen con las TC, ya que las longitudes de onda más largas de la ecografía reducen la resolución debido al aumento de la difracción. No obstante, con las técnicas de ecografía se pueden obtener mejores imágenes de los tejidos blandos que con los rayos X.

En la ecografía las ondas se dirigen normalmente al paciente usando un **transductor** de mano (denominado **sonda**), que convierte las señales eléctricas en ondas ultrasónicas. Las reflexiones se reciben de nuevo en el mismo dispositivo (Figura 15.70). Por lo general, algunas ondas se reflejan siempre que llegan a cualquier frontera entre dos medios distintos. Esto lo estudiaremos con más detalle en los siguientes apartados, pero primero veremos cómo se producen y detectan las ondas ultrasónicas.

Generación y detección de ultrasonidos en contextos médicos

Cuando determinados materiales se someten a situaciones de estrés (se dilatan o comprimen), se induce una diferencia de potencial entre ellos. Al contrario, cuando en el mismo material se aplica una d.p. (diferencia de potencial), se genera un cambio (pequeño) en su forma. A este proceso se le denomina **efecto piezoeléctrico**. Los cristales de cuarzo se usan comúnmente como transductores piezoeléctricos y resultan ideales para la producción y detección de ultrasonidos. Una d.p. *alterna* aplicada a través de un cristal piezoeléctrico provoca que sus superficies oscilen a la misma frecuencia, esto altera el medio que lo rodea y se propaga una onda ultrasónica longitudinal. Véase la Figura 15.71.

■ **Figura 15.71**
Transductor
piezoeléctrico



Cuando las ondas ultrasónicas reflejadas inciden en el mismo cristal, pueden ser detectadas por la d.p. alterna que se ha inducido y que tiene la misma frecuencia que las ondas.

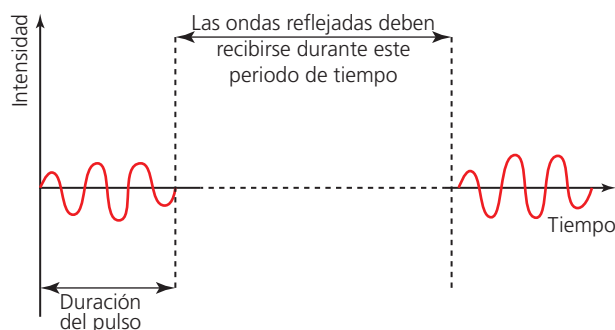
Principios básicos de la ecografía

Las ondas ultrasónicas se dirigen hacia el cuerpo del paciente y las reflexiones vuelven al transductor cuando las ondas encuentran una frontera entre dos medios diferentes. Si se conoce la dirección inicial de las ondas, además de su velocidad y el retraso temporal entre las ondas emitidas y reflejadas, entonces se puede señalar el lugar en el que se ha producido la reflexión. (Es similar a los principios que se usan en los sistemas de situación por el eco del *radar ultrasónico* [sonar] y el *radar*).

Las ondas ultrasónicas no se pueden emitir ni reflejar de forma continua, porque en ese caso no sería fácil distinguir qué ondas han provocado las distintas reflexiones. Por este motivo, el ultrasonido se transmite en *pulsos* cortos, siendo el intervalo de transmisión mayor que el tiempo máximo que tarda una reflexión en volver al transductor. Normalmente el tiempo entre pulsos es de 1×10^{-4} s, lo que significa que los *pulsos* ultrasónicos tienen una frecuencia aproximada de 10 kHz (**frecuencia de repetición del pulso**). Recordemos que las ondas ultrasónicas tienen una frecuencia muy superior, de unos 10^4 kHz.

Cada pulso puede contener habitualmente dos ondas o más, por lo que una *duración del pulso* característica es $2 \times 1/f = 2 \times 1/(1 \times 10^7) = 2 \times 10^{-7}$ s (véase la Figura 15.72). De este resultado se deduce que el tiempo entre pulsos es unas 500 veces superior a la duración de cada pulso. Cuanto mayor es la duración de los pulsos, mejor es la resolución de las imágenes.

■ **Figura 15.72**
Pulsos de ultrasonido



Ejemplos resueltos

18 Unas ondas ultrasónicas que viajan a una velocidad media de 1600 m s^{-1} cuando atraviesan el cuerpo de una persona, se reflejan en un órgano y se reciben en la sonda al cabo de $32 \mu\text{s}$.

- a** ¿Cuál es la distancia a la que se encuentra la superficie del órgano debajo de la piel?
b ¿Qué suposición has hecho para realizar este cálculo?

a distancia $\times 2 =$ velocidad \times tiempo $= 1600 \times 32 \times 10^{-6}$
distancia $= 2,6 \times 10^{-2} \text{ m}$ (2,6 cm)

b Las ondas viajan perpendicularmente a la superficie.

19 Para examinar las estructuras relativamente alejadas de la superficie del cuerpo, se debe reducir la frecuencia de repetición de pulsos, por ejemplo, 2 kHz para que aumente el tiempo entre pulsos.

- a** ¿Cuál es la distancia total que puede viajar una onda ultrasónica a una velocidad media de 1580 m s^{-1} durante el tiempo entre pulsos? (Asumimos que la duración de los pulsos es despreciable).
b Calcula el número de pulsos que puede haber en el cuerpo en un instante.

a distancia $=$ velocidad \times tiempo $= 1580 \times (1/2000) = 0,79 \text{ m}$ (79 cm)

b La distancia máxima que puede viajar una onda (reflejada) es aproximadamente el doble de la anchura del cuerpo, que puede ser de unos 70 cm (según la orientación). En esas circunstancias solo habría un pulso en el cuerpo en cualquier momento. Es decir, el pulso reflejado se recibiría antes de que se emitiera el siguiente pulso.

Impedancia acústica

En términos generales, la **impedancia acústica** es una medida de la oposición que ofrece un medio al flujo del sonido que lo atraviesa. Es necesario entender este concepto para comprender cómo se obtienen las ecografías, ya que la reflexión de las ondas ultrasónicas en las fronteras de los distintos medios depende de los valores relativos de sus impedancias acústicas.

Cuanto mayor es la diferencia entre las impedancias, mayor es el porcentaje de ondas incidentes que se reflejan.

La impedancia acústica, Z , se puede definir como:

impedancia acústica = densidad de la sustancia \times velocidad del sonido en esa sustancia

O, con símbolos:

$$Z = \rho c$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

Las unidades de la impedancia son $\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$. En la Tabla 15.3 se incluye una lista de algunas impedancias acústicas relevantes en las ecografías a la frecuencia habitual. (La impedancia acústica es una propiedad que depende de la frecuencia).

■ **Tabla 15.3** Propiedades acústicas de distintas partes del cuerpo humano

Medio	Velocidad, v/ms^{-1}	Densidad, ρ/kgm^{-3}	Impedancia acústica, $Z/10^6 \text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$
aire	340	1,2	0,000408
grasa	1460	950	1,39
agua	1480	1000	1,48
tejido blando	1500	1050	1,58
riñón	1040	1560	1,62
hígado	1060	1570	1,66
sangre	1575	1057	1,66
músculo	1580	1080	1,71
piel	1730	1150	1,99
hueso	4080		7,79

La obtención de imágenes mediante una ecografía depende claramente de la reflexión de las ondas en las distintas fronteras, pero un sitio en el que definitivamente *no* se requiere reflexión es en el punto por el que las ondas entran en el cuerpo del paciente. Si observamos la Tabla 15.3, podemos ver que la impedancia acústica del aire es muy inferior a la de la piel, lo que significa que el porcentaje reflejado por la piel sería muy elevado si hubiera una cámara de aire. Por lo tanto, el transductor debe estar en contacto directo con la piel, y esto se consigue aplicando un **gel** (medio de acoplamiento) entre ambos, ya que tiene una impedancia acústica similar a la de la piel. Este es un ejemplo de un proceso conocido como *adaptación de impedancias*.

La impedancia acústica aproximada del acero es de $45 \times 10^6 \text{ kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}$. Si se compara con la del aire ($0,000048 \times 10^6 \text{ kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}$), queda claro por qué motivo las ondas de sonido del aire se reflejan bien en el acero.

Ejemplo resuelto

- 20 a** La velocidad de las ondas ultrasónicas en una parte del cuerpo de un paciente es de 1580 m s^{-1} . Si el tejido tiene una densidad de 1050 kg m^{-3} , ¿cuál es la impedancia acústica?
b Usa la Tabla 15.3 para calcular la densidad media del hueso.
c Además del aire, ¿qué dos medios que aparecen en la tabla tienen el máximo porcentaje de reflexión?

a $Z = \rho c = 1050 \times 1580 = 1,66 \times 10^6 \text{ kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}$

b $Z = \rho c$

$$7,79 \times 10^6 = \rho \times 4080$$

$$\rho = 1910 \text{ kg m}^{-3}$$

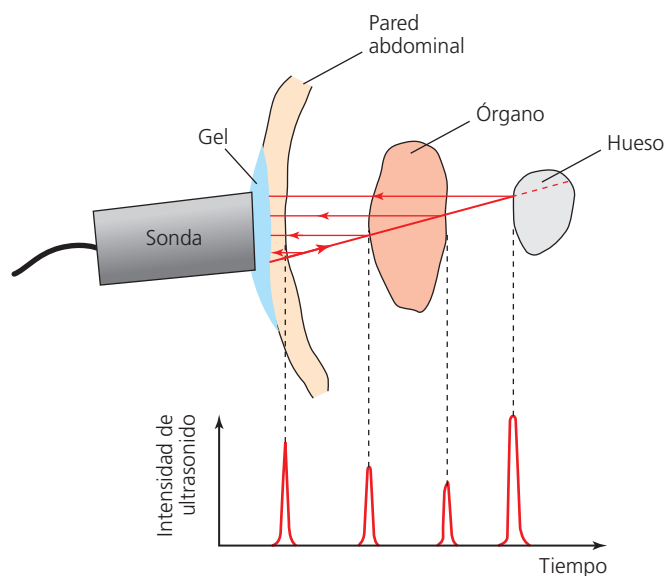
- c** El hueso y la grasa, porque sus impedancias acústicas presentan las mayores diferencias.

- 89 La impedancia acústica de un determinado material es $2,08 \times 10^6 \text{ kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}$. ¿Cuál es la velocidad de las ondas sónicas en este material si su densidad es de 1250 kg m^{-3} ?
- 90 Un pulso contiene tres ondas completas cuya frecuencia es de $2,0 \text{ MHz}$ y viajan a una velocidad de 1510 m s^{-1} .
- ¿Cuál es la duración del pulso?
 - Si la frecuencia de repetición del pulso es de $8,4 \text{ kHz}$, ¿a qué distancia pueden viajar las ondas antes de que se emita el siguiente pulso?
 - ¿Se pueden usar estas frecuencias para la exploración de una parte del cuerpo que está a 10 cm por debajo de la superficie de la piel?
- 91 El cociente entre la intensidad reflejada, I_r , y la energía incidente, I_o , en la frontera entre dos medios de impedancias acústicas Z_1 y Z_2 , viene dado por la siguiente ecuación (que *no* se exige en este curso):
- $$\frac{I_r}{I_o} = \frac{(Z_1 - Z_2)^2}{(Z_1 + Z_2)^2}$$
- Demuestra que esta ecuación predice que toda la energía incidente se transmite si los dos medios tienen la misma impedancia.
 - ¿Qué porcentaje de la intensidad se refleja si un medio tiene el doble de impedancia que el otro? ¿Depende tu respuesta de la dirección en la que viajan las ondas?
 - Si el ultrasonido con una intensidad de $0,1000 \text{ W cm}^{-2}$ incide en la frontera entre el tejido blando y el hígado, ¿qué intensidad se transmite al hígado?
 - Calcula el porcentaje de la intensidad que se transmite a la piel cuando las ondas de ultrasonido que hay en el aire inciden sobre ella. Explica por qué se usan geles con los transductores de ultrasonido.
- 92 ¿Por qué crees que con los rayos X se obtienen imágenes de mejor resolución que con las ondas ultrasónicas?

Ecografías en modo A y en modo B

El tipo más sencillo de ecografía es la **ecografía en modo A**. Algunas de las ondas se reflejan y otras se transmiten en cada una de las fronteras existentes entre los distintos medios (por ejemplo, grasa-músculo o músculo-hueso). El transductor piezoeléctrico recibe las ondas reflejadas y se induce una d.p. que se puede representar como una gráfica d.p.-tiempo. En la Figura 15.73 podemos observar un ejemplo típico. Las amplitudes (intensidades) de los pulsos reflejados que se reciben en el transductor dependen de la distancia que viajan las ondas, del tipo de frontera en el que se reflejan y el número de otras fronteras que las ondas atraviesan. Se denomina en modo A porque ofrece información en forma de *amplitudes variables*.

Las ecografías en modo A son útiles para obtener medidas precisas de una situación conocida. Al mover el transductor en las distintas zonas, se puede determinar la posición, el tamaño y la forma exactos de un órgano. Hay una gran variedad de aplicaciones de esta tecnología en otros campos distintos de la medicina (por ejemplo, en la localización de fallos en tuberías y en líneas de ferrocarril).



■ **Figura 15.73** Ondas reflejadas en una ecografía en modo A (esta escala de tiempo no es uniforme)

Ejemplo resuelto

- 21 A partir de la Figura 15.73, calcula la anchura, s , del órgano si el retraso temporal entre las reflexiones de las dos fronteras es de $73 \mu\text{s}$.

$$2s = v\Delta t = 1040 \times 73 \times 10^{-6} \text{ (asumimos una velocidad de onda de } 1040 \text{ m s}^{-1}\text{)}$$

$$s = 0,038 \text{ m (3,8 cm)}$$

Las ecografías **en modo B** se usan mucho más que las ecografías en modo A, ya que la información se visualiza como imágenes de vídeo en tiempo real de distinta resolución y en dos dimensiones, como la que se muestra en la Figura 15.70 (mientras que en el caso anterior son en una sola dimensión). Se las denomina así (también en modo B) porque ofrecen la imagen en términos de *brillo*.

La información se obtiene esencialmente de la misma manera que las ecografías en modo A, pero en este caso la amplitud de la onda reflejada se representa por el brillo de un punto sobre una pantalla. La imagen se crea mediante un programa informático que usa la información de uno o varios transductores situados en el interior de la sonda del ecógrafo, que son los que transmiten las ondas en direcciones ligeramente distintas cuando se mueve la sonda a las diferentes posiciones.

Frecuencia de la ecografía

Ya se ha mencionado el intervalo de frecuencias que se usa en la ecografía (entre 2 y 20 MHz), pero, ¿por qué se usan estos valores? La elección se basa en dos propiedades de las ondas, que dependen de la frecuencia en sentidos opuestos: la difracción y la atenuación.

- 1 Es importante que el haz de ondas ultrasónicas que sale del transductor sea paralelo y se pueda dirigir hacia la parte en concreto del cuerpo del paciente. Esto significa que el haz emergente no debe experimentar demasiada *difracción*. Por lo tanto, la longitud de onda debe ser significativamente inferior a la apertura del transductor desde el que se transmite, ya que la cantidad de difracción depende del cociente λ/b , donde b es la anchura de la estructura que provoca la difracción. Por motivos análogos, para conseguir una buena *resolución* la longitud de onda también debe ser mucho menor que la de la parte del cuerpo que se va a examinar (Capítulo 9). De este modo, para reducir los posibles efectos de la difracción y mejorar la resolución, es preferible usar una frecuencia más elevada (longitud de onda corta).

Como las dimensiones del transductor y de las partes del cuerpo suelen ser por lo general de unos pocos milímetros como mínimo, la longitud de onda seleccionada debe ser aproximadamente inferior a 1 mm, lo que se corresponde con una frecuencia mínima de unos 2 MHz (con $v = 1\,600\text{ m s}^{-1}$), aunque en este sentido se prefieren mayores frecuencias.

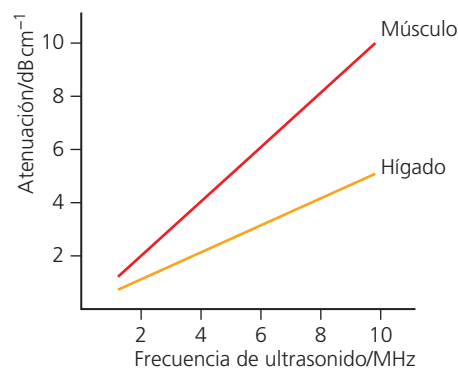
- 2 También es determinante que se absorba la mínima energía de ultrasonido posible. Como la atenuación aumenta con la frecuencia, se prefieren frecuencias *más bajas*. Véase la Figura 15.74, que representa perfectamente, aunque de forma simplificada, esta situación.

Para cualquier exploración en concreto, la frecuencia de ultrasonido que se usa depende de las impedancias acústicas de la parte o las partes del cuerpo que se van a explorar. La duración del pulso es otro factor que afecta a la resolución de la imagen (es preferible usar pulsos más largos). También se debe ajustar la frecuencia de repetición de los pulsos para las distintas partes del cuerpo que están a diferentes distancias de la superficie de la piel. Es posible que el técnico en radiología, o el médico, hagan ajustes dependiendo de las circunstancias concretas.

Resumen de la ventajas y los inconvenientes de la ecografía para el diagnóstico médico

Ventajas:

- No se conocen efectos perjudiciales en el organismo.
- Es un procedimiento relativamente económico.
- El equipo es móvil y se puede desplazar fácilmente.
- Es una técnica no invasiva: no implica incisiones ni tener que introducir nada en el cuerpo.
- Es particularmente útil para la exploración de fronteras entre los tejidos blandos, donde es posible que haya únicamente pequeñas diferencias en la densidad.
- Las imágenes están disponibles en tiempo real y el paciente puede verlas en el momento.



■ **Figura 15.74** Variación de la atenuación de un haz paralelo de ultrasonido respecto a la frecuencia en dos partes del cuerpo (simplificada)

Inconvenientes:

- La resolución es mala debido a que se usan longitudes de onda relativamente largas.
- Las ondas ultrasónicas no se transmiten bien en el hueso.
- No se puede usar de forma eficaz en espacios que contienen aire (como los pulmones y el estómago) porque las ondas se reflejan en gran medida en las fronteras.

Aplicaciones

Ecografía y oftalmología

La ecografía, tanto unidimensional (modo A) como bidimensional (modo B), es particularmente útil para la exploración de los tejidos blandos y los fluidos oculares. (La *oftalmología* es la rama de la medicina que se ocupa del ojo).

Una aplicación ampliamente utilizada de la ecografía unidimensional es una medición rápida y precisa de las dimensiones del ojo. Las ondas ultrasónicas normalmente tienen una frecuencia cuyo intervalo está entre los 8 y los 12 MHz. La información sobre las dimensiones de este órgano puede ser de utilidad en el diagnóstico de problemas oculares, y es muy útil para calcular la potencia necesaria en los implantes de lentes artificiales, por ejemplo en el tratamiento de las cataratas.

La ecografía bidimensional se usa para visualizar la estructura interna del ojo (véase la Figura 15.76), sobre todo la retina, en la parte posterior del ojo. En estas exploraciones las ondas se pueden dirigir hacia el ojo con los párpados cerrados, tal como se muestra en la Figura 15.75.



■ **Figura 15.75** Realización de una ecografía ocular



■ **Figura 15.76** Ecografía de un ojo

- 1 Haz un esquema del ojo que se ve en la Figura 15.76 y etiqueta las diferentes partes (busca toda la información que necesites).

Enlace con la teoría del conocimiento

Normalmente solo vemos lo que esperamos ver

“Lo que importa no es lo que miras, sino lo que ves.” –Henry David Thoreau.
¿Hasta qué punto estás de acuerdo con este comentario sobre el impacto de factores como la expectativa sobre la percepción?

A un observador no formado que mira imágenes que representan el interior del cuerpo humano le suele resultar difícil interpretar el verdadero significado de las imágenes que está observando. Los médicos deben estar cuidadosamente preparados en esta competencia, pero todos tendemos a ver en cualquier imagen lo que esperamos ver porque el cerebro no tiene tiempo para evaluar completamente toda la información que está disponible, y puede llegar de forma precipitada (y a veces incorrecta) a conclusiones basadas en observaciones previas. En la Figura 15.77 se ofrece un ejemplo. Es obvio que cuando se nos alerta sobre el hecho de que una imagen requiere un escrutinio especial, le prestamos mucha más atención que si no nos lo advierten.



■ **Figura 15.77** ¿Puedes señalar las 12 caras que hay en esta imagen?

- 93 Considera la Figura 15.73.
- Explica cómo es posible que las ondas reflejadas que han viajado la máxima distancia tengan la máxima amplitud.
 - Explica por qué la escala de tiempo «no es uniforme».
 - Si la anchura del órgano es de 2,2 cm y la velocidad de la onda en su interior es de $1\,030\text{ m s}^{-1}$, ¿cuál es la diferencia temporal entre el segundo y el tercer pulso reflejados?
 - Determina la impedancia acústica media del órgano si su densidad es de $1\,540\text{ kg m}^{-3}$.
- 94 a Explica por qué el uso de un gel con una sonda de ecografía se puede considerar un ejemplo de adaptación de impedancias.
b Indica un valor adecuado para la impedancia acústica del gel.
- 95 A partir de la Figura 15.74, calcula el porcentaje de la intensidad del ultrasonido incidente que se transmite después de atravesar 2 cm de hígado si la frecuencia es de:
a 4 MHz
b 8 MHz.
- 96 a Sugiere un motivo por el que la ecografía apenas puede resultar útil para diagnosticar lesiones cerebrales.
b ¿Por qué dos motivos se usa la ecografía antes que los rayos X en las exploraciones prenatales?
- 97 Averigua otro uso extendido de la ecografía para el diagnóstico médico. ¿Por qué se utiliza este procedimiento (en lugar de otras técnicas de generación de imágenes)?
- 98 Explica por qué la ecografía no se usa para explorar los pulmones.
- 99 Averigua por qué se usa la ecografía Doppler para diagnosticar cardiopatías.

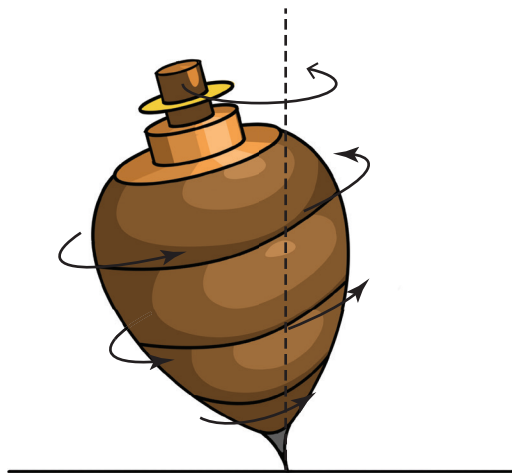
■ Resonancia magnética nuclear

La **resonancia** es el nombre que se asigna al efecto por el que un sistema (que puede oscilar) absorbe energía de otra fuente oscilatoria externa. Los efectos de la resonancia son máximos cuando la frecuencia de la fuente externa es igual a la frecuencia natural del sistema. Un ejemplo fácil de entender es cuando alguien se balancea en un columpio: el sistema (el columpio) incrementa su energía (se incrementa su amplitud) si se impulsa a la misma frecuencia a la que se balancea de forma natural por sí mismo.

La **resonancia magnética nuclear** (RMN) constituye una alternativa a la TC a la hora de ofrecer imágenes de distintas secciones del cuerpo. Las aplicaciones médicas de la RMN también se conocen de forma general como **imagen por resonancia magnética** (IRM, para evitar el uso del término «nuclear»).

La RMN es particularmente útil para realizar escáneres cerebrales, ya que se consiguen mejores imágenes de tejidos blandos que con la TC. Su principal ventaja es que no se usan radiaciones peligrosas, pero los equipos de RMN son más costosos que los de rayos X y tardan más tiempo en generar una imagen. En lugar de enviar rayos X penetrantes y potencialmente dañinos al cuerpo, en la RMN se consigue que los protones del cuerpo absorban y luego vuelvan a emitir energía desde un campo electromagnético oscilante. Este es un proceso complicado y en el siguiente apartado solo lo explicaremos a grandes rasgos.

■ **Figura 15.78**
Una peonza en movimiento de precesión



Alineación del espín de los protones

Las partículas con carga tienen la propiedad de *girar*, y las cargas rotatorias se comportan como pequeños imanes. Los espines normalmente se orientan al azar, por lo que no producen ningún efecto magnético apreciable. Pero si estas partículas se colocan en un campo magnético (intenso), se pueden alinear con el campo, aunque no de forma perfecta. De hecho, los protones individuales (de los átomos de hidrógeno) rotan en torno a la dirección del campo magnético de forma muy similar a la que un niño hace girar una peonza en torno a la dirección (vertical) del campo gravitatorio terrestre (véase la Figura 15.78). Este tipo de rotación alrededor de un eje se denomina **precesión**, y la frecuencia de precesión que es proporcional a la intensidad del campo magnético se conoce como **frecuencia de Larmor**.

En la RMN, se induce la precesión de los distintos protones giratorios individuales del núcleo de los átomos de hidrógeno cuando el paciente se coloca en un campo magnético uniforme muy intenso (habitualmente entre 1 y 3 T), que se conoce como campo magnético *principal*. Hay átomos de hidrógeno presentes en todo el cuerpo, sobre todo en las moléculas de agua, por lo que la intensidad de los campos magnéticos puede ser 50 000 veces superior a la del campo magnético terrestre, pero no hay noticia de que provoquen ningún efecto perjudicial (aunque hay algunas excepciones bien conocidas). Los campos magnéticos de esta intensidad solo se pueden generar usando corrientes eléctricas muy elevadas que circulan en bobinas de alambre, de modo que es necesario que las bobinas se encuentren a temperaturas muy bajas para que puedan comportarse como superconductores.

Uso de señales de radiofrecuencia (RF)

Se puede inducir la precesión *conjunta, en fase*, de los núcleos de hidrógeno rotatorios por excitación de un campo magnético de radiofrecuencia (RF) resonante. La RF provoca resonancia porque su frecuencia es igual a la frecuencia de Larmor, cuyo valor está comprendido en la misma sección de la onda de radio del espectro electromagnético, normalmente unos 60 MHz según la intensidad del campo magnético.

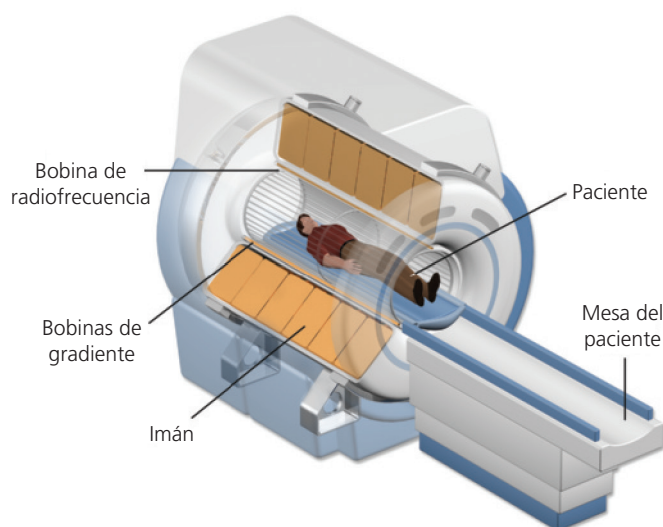
Como los campos magnéticos nucleares de los protones ahora efectúan un movimiento de precesión en fase, generarán un campo magnético de rotación con la suficiente intensidad para que se detecte como un voltaje oscilante por parte de las bobinas colocadas alrededor del paciente.

Después de la excitación, los espines se vuelven a relajar a su distribución inicial a una velocidad característica denominada **velocidad de relajación**. Esta velocidad varía con el tipo de tejido, de forma que la determinación de los tiempos de relajación conlleva la identificación del tejido, que a su vez, permite obtener imágenes más detalladas y de mejor calidad.

Uso de campos de gradiente

La descripción que hasta ahora hemos dado de la IRM no explica cómo se pueden obtener imágenes tridimensionales de pacientes. Al imponer *gradientes* de campos magnéticos en tres direcciones perpendiculares (x, y, z), se pueden señalar diferentes partes del paciente para hacerlas resonar a diferentes frecuencias, lo que permite la reconstrucción de la distribución tridimensional de los protones. En la Figura 15.79 se muestra un dispositivo habitual de IRM.

■ **Figura 15.79**
Dispositivo para la obtención de imagen por resonancia magnética



- 100** a Indica los motivos por los que algunas personas pueden considerar que una exploración de IRM es una experiencia molesta.
b ¿Por qué no se usa la IRM para diagnosticar la fractura de un brazo?
c Busca en Internet si la IRM tiene algún efecto adverso para la salud.
- 101** Explica qué es la «frecuencia de Larmor».
- 102** ¿Por qué se usan las frecuencias de radio para excitar los átomos de hidrógeno en la IRM?
- 103** Explica qué significa el término «tiempo de relajación» y por qué ofrece información útil en la IRM.
- 104** a ¿Cuáles son las diferencias fundamentales entre la TC y la IRM?
b ¿Por qué resultan imprescindibles los ordenadores en estos dos procedimientos?
c Haz una lista con las ventajas y los inconvenientes de estos dos tipos de exploraciones.

Resumen de conocimientos

■ 15.1 Introducción a las imágenes

- Cuando los rayos de luz o los frentes de onda que se dispersan desde un objeto puntual inciden en una lente que es de mayor grosor en el centro que en los extremos, los rayos se refractan y convergen para formar una imagen real en el punto donde se cruzan los rayos (a menos que el objeto esté en el punto focal o más cerca de la lente). Este tipo de lente se denomina lente convergente (convexa).
- Si los rayos inciden en una lente que es más fina en el centro que en sus extremos, los rayos se refractan y divergen, y se observa una imagen virtual cuando se mira a través de la lente al punto del que parecen proceder los rayos. Este tipo de lente se denomina lente divergente (cóncava).
- El eje principal de una lente se define como la línea recta imaginaria que atraviesa el centro de la lente y es perpendicular a sus superficies.
- El punto focal de una lente se define como el punto en el que convergen todos los rayos paralelos al eje principal después de atravesar la lente (o el punto del que parece que divergen).
- La distancia focal de una lente se define como la distancia que existe entre el centro de la lente y el punto focal. Su valor depende del índice de refracción del material y de la curvatura de sus superficies.
- La potencia óptica de una lente se define como $1/\text{distancia focal}$; $P = 1/f$. La potencia óptica se mide en dioptrías, D. Potencia (D) = $1/\text{distancia focal (metros)}$.
- Las trayectorias de tres rayos que proceden de la parte superior de cualquier objeto ampliado, que atraviesan una lente y luego se dirigen a la parte superior de la imagen, se pueden predecir. Con estos rayos se pueden dibujar diagramas para determinar la posición y la naturaleza de la imagen que se forma cuando se colocan objetos a diferentes distancias de una lente.
- En los diagramas y cálculos que hemos realizado a lo largo de este tema hemos asumido que la lente es fina y que los rayos se encuentran próximos al eje principal. Si esto no es cierto, la imagen no se forma exactamente donde predecimos, y el foco o la imagen tampoco son definidos.
- Las imágenes reales se forman donde se cruzan los rayos. Las imágenes virtuales se forman cuando los rayos divergen en el ojo (la imagen se forma donde parece que proceden los rayos).
- El aumento lineal de una imagen es el cociente entre la altura de la imagen, h_i , y la altura del objeto, h_o . $m = h_i/h_o = -v/u$.
- El aumento angular de una imagen es el ángulo subtendido en el ojo por la imagen dividido por el ángulo subtendido en el ojo por el objeto. $M = \theta_i/\theta_o$. Cuando se trata de instrumentos ópticos es más común hacer referencia al aumento angular que al aumento lineal.
- Si el objeto se coloca más alejado de la lente convergente que el punto focal, la imagen que se forma es siempre real e invertida.
- La fórmula de las lentes delgadas es $1/f = 1/v + 1/u$. Esta fórmula se puede usar para determinar la posición y la naturaleza de una imagen. Cuando la utilizamos, es importante recordar que la distancia a una imagen virtual y la distancia focal de una lente convergente son siempre negativas. Un aumento positivo indica que la imagen está derecha, mientras que un aumento negativo indica que la imagen está invertida ($m = -v/u$).
- Si el objeto se coloca en el punto focal, o más próximo a una lente convergente, la imagen es ampliada, derecha y virtual. Cuando se usa de esta manera, decimos que es una lente de aumento simple.
- El punto más próximo al ojo humano en el que podemos enfocar un objeto con claridad (sin que haya deformación) se denomina punto cercano. Se acepta que, para una persona con visión normal, se encuentra a 25 cm y normalmente se identifica con el símbolo D . El punto más alejado del ojo humano en el que podemos enfocar un objeto con nitidez (sin distorsión) se denomina punto remoto (para una visión normal se encuentra en el infinito).
- El aumento angular, M , de una lente de aumento sencilla varía entre D/f , para una imagen en el infinito, y $(D/f) + 1$ para una imagen en el punto cercano.
- Las aberraciones de las lentes (especialmente en lentes de alta potencia) son las principales limitaciones para conseguir aumentos en los instrumentos ópticos que usan lentes.

- La aberración esférica provoca imágenes distorsionadas. Impide que una lente tenga superficies esféricas que atraigan todos los rayos incidentes sobre ella (desde un objeto puntual) al mismo foco. Se puede reducir adaptando la forma de la lente o usando solo su centro.
- La aberración cromática impide que una lente atraiga los rayos de diferentes colores (desde un objeto puntual) al mismo foco. Se produce porque el índice de refracción varía ligeramente con el color (longitud de onda). Se puede reducir combinando lentes de diferentes formas e índices de refracción.
- Se pueden dibujar diagramas para representar estas aberraciones y determinar cómo se pueden reducir.
- Los espejos con superficies curvas también se pueden usar para enfocar imágenes. La terminología que se emplea y los principios que comportan son muy similares a los que hacen referencia a las lentes. Los espejos curvos pueden presentar problemas de aberración.

■ 15.2 Imágenes e instrumentos

- El objetivo de un microscopio compuesto forma una imagen real ampliada de un objeto que está situado más allá de su punto focal. El ocular actúa a continuación como una lente de aumento para producir una imagen final, que es invertida, ampliada y virtual.
- Se pueden crear diagramas de rayos para representar un microscopio en su ajuste normal con la imagen final en el punto cercano (o próxima a este). El aumento angular es igual al aumento lineal del objetivo multiplicado por el aumento angular del ocular.
- La resolución es con frecuencia más importante que el aumento en los instrumentos ópticos. Se puede considerar que una buena resolución es aquella que permite ver los puntos como separados. El aumento de una imagen puede mejorar la resolución, pero no si la resolución es deficiente.
- En general, la resolución se mejora usando lentes de mejor calidad, mayores aperturas y menores longitudes de onda (minimizando los efectos de difracción). Las aperturas grandes también tienen la ventaja de recoger más luz y producir imágenes más nítidas.
- Se considera que dos objetos pueden *resolverse* si el ángulo, θ , que subtenden en el ojo o el instrumento óptico es mayor que $1,22 \lambda/b$ (criterio de Rayleigh), donde b es el diámetro de la apertura receptora.
- El objetivo de un telescopio forma una imagen reducida, real e invertida de un objeto distante en su punto focal. El ocular actúa como una lente de aumento que genera una imagen final en el infinito (en el ajuste normal), que es invertida, reducida y virtual. El aumento lineal es inferior a la unidad, pero el telescopio produce un aumento angular, $M = f_o/f_e$.
- Los diagramas de rayos se pueden crear para representar un telescopio en el ajuste normal cuando la distancia entre las lentes es $f_o + f_e$.
- Los telescopios de reflexión usan espejos convergentes como objetivos (en lugar de lentes convergentes).
- Los montajes newtonianos usan espejos planos para reflejar la luz en la parte lateral del ocular. Los montajes de Cassegrain usan espejos divergentes para obtener mayor aumento y permiten al observador mirar un objeto directamente por el telescopio.
- Los telescopios astronómicos ópticos situados sobre la superficie de la Tierra reciben luz que se ha visto afectada al atravesar la atmósfera terrestre. Parte de la radiación se absorbe o se dispersa, y parte se refracta de forma irregular. Estas limitaciones se pueden compensar instalándolos sobre satélites en órbita por encima de la atmósfera.
- A las ondas de radio (incluidas las microondas) les afecta mucho menos la atmósfera (que a la luz) y los radiotelescopios pueden ser terrestres. Muchos objetos astronómicos emiten ondas de radio. Los radiotelescopios más sencillos cuentan con una antena colocada en el punto focal de un reflector parabólico de un solo plato.
- Al igual que ocurre con otras ondas, la resolución se limita a ángulos superiores a $1,22 \lambda/b$. Como las ondas de radio que proceden del espacio pueden tener una longitud de onda característica de 1 m, cuando se usa un solo plato es necesario contar con un diámetro muy amplio para conseguir una buena resolución.
- Cuando se reciben ondas de radio se puede lograr una mayor resolución si se usan técnicas de interferometría, en las que se combinan electrónicamente las señales de dos o más telescopios sincronizados que se hacen interferir. El espaciado y el centro del patrón de interferencia se pueden usar para determinar con precisión la dirección de la fuente de radiación. La resolución

máxima que se consigue con dos telescopios se puede calcular a partir de $1,22 \lambda/b$, donde b corresponde a su separación. La resolución se puede mejorar en gran medida si se colocan muchos telescopios según una determinada disposición.

■ 15.3 Fibras ópticas

- La mayoría de los datos se envían por cables que usan pulsos eléctricos en el caso de los cables de cobre, o bien pulsos de infrarrojo cuando se trata de fibras ópticas.
- Los datos se envían mediante pulsos digitales en lugar de señales analógicas que varían continuamente. Los datos digitales se transfieren como un número muy elevado de pulsos, cada uno de los cuales solo puede tener uno de dos niveles posibles (normalmente denominados 0 o 1).
- Cuando los pulsos viajan por el cable, se atenúan y dispersan. La atenuación es la pérdida gradual de intensidad de una señal cuando atraviesa un material. La dispersión es el aumento de la longitud de un pulso y la consiguiente reducción de su intensidad.
- Estos efectos limitan la distancia a la que se pueden transferir los datos (antes de que deban amplificarse o reformarse) y la cantidad de datos que se pueden enviar en un tiempo dado a lo largo de un cable en concreto.
- Estos efectos son menos acusados con los pulsos infrarrojos de las fibras ópticas que con los pulsos eléctricos de los cables de cobre.
- Los pulsos eléctricos también generan cambios en los campos electromagnéticos, que se pueden propagar desde el cable y provocar «interferencias» apenas perceptibles al inducir fuerzas electromotrices en otros cables. A estas señales aleatorias no deseadas se les denomina «ruido». Las señales de las fibras ópticas no tienen este problema.
- El ruido electrónico se puede reducir de forma significativa en el cableado de cobre usando pares trenzados o cables coaxiales.
- Los datos se transfieren de forma digital porque, aunque los pulsos se ven afectados por la dispersión, la atenuación y el ruido, se pueden seguir diferenciando como combinaciones de 0 y 1, ya que solo hay dos niveles diferentes (mientras que las señales analógicas se distorsionan demasiado).
- Las fibras ópticas usan el efecto conocido como reflexión interna total (Capítulo 4). La radiación se refleja internamente porque el ángulo de incidencia dentro de la fibra siempre es mayor que el ángulo crítico. En general, $n_1/n_2 = 1/\sin c$ o, si el medio externo es el aire, $n = 1/\sin c$.
- El núcleo de la fibra óptica se protege de los posibles daños mediante un revestimiento. El índice de refracción del material de revestimiento debe ser inferior al del índice del núcleo. El revestimiento también evita que las distintas fibras entren en contacto entre sí («cruce»).
- Las principales causas de la dispersión en las fibras ópticas son dos: la dispersión de la guía de ondas y la dispersión del material.
- La dispersión de la guía de ondas se debe al hecho de que los rayos diferentes (que empezaron a viajar juntos) siguen trayectorias ligeramente distintas. Este problema se puede solventar usando fibras de índice gradual, en las que el índice de refracción aumenta progresivamente hacia el centro. Así se consigue el efecto de confinar los rayos a trayectorias curvas próximas al centro de la fibra.
- Las fibras de salto de índice tienen núcleos de índice de refracción constante.
- La dispersión del material se produce cuando se usa radiación de diferentes longitudes de onda. Esto se debe a que viajan a diferentes velocidades (por lo que sus índices de refracción son ligeramente distintos), pero se puede resolver usando luz monocromática (con un láser o un diodo emisor de luz, LED).
- La intensidad de una señal confinada a una fibra óptica se reduce exponencialmente con la distancia que recorre en el cable. Si la intensidad se reduce de I_0 a I , entonces la atenuación (en dB) es $10 \log_{10} I/I_0$. Es habitual estimar una atenuación por unidad de longitud de cable (por ejemplo, $-1,5 \text{ dB km}^{-1}$). Se puede usar una ecuación similar para la potencia en lugar de la intensidad.
- La escala de decibelios (dB) es una escala logarítmica que se usa normalmente para comparar una intensidad (o potencia) respecto a un nivel de referencia, especialmente cuando las diferencias son significativas.
- En comparación con los cables de par trenzado o los cables coaxiales, las fibras ópticas tienen menos atenuación, mayores velocidades de transferencia de datos, no generan «ruido», y son más seguras, más ligeras y de menor tamaño.

■ 15.4 Diagnóstico por imágenes en medicina

- Cuando un haz de rayos X se dirige al cuerpo humano, parte de la radiación se absorbe y se dispersa en el cuerpo, y parte se transmite directamente, de modo que los rayos X se pueden detectar una vez atravesado el cuerpo. Esta variación es la que hace posible que los rayos X sean tan útiles en el diagnóstico por imágenes en medicina.
- Las diferentes partes del cuerpo absorben los rayos X en distintas cantidades, y la intensidad del haz detectado muestra las variaciones que indican la presencia de las partes del cuerpo con distintas densidades y velocidades de absorción.
- Los rayos X que se transmiten se pueden detectar bien fotográficamente o mediante el uso de dispositivos de carga acoplada, CCD por sus siglas en inglés, (como los que se usan en las cámaras digitales). El uso de estos dispositivos permite el almacenamiento y la manipulación electrónicos de las imágenes.
- La intensidad, I , de un haz paralelo de rayos X (que no se dispersa) se reduce exponencialmente con la distancia, x , debido a la absorción y la dispersión: $I = I_0 e^{-\mu x}$. μ es una constante que se conoce como coeficiente de atenuación lineal. Representa la cantidad de atenuación por unidad de longitud en un medio en concreto (para la radiación de una longitud de onda especificada). Su unidad es normalmente el cm^{-1} .
- La atenuación también se puede representar del mismo modo que la atenuación en la fibra óptica: atenuación (dB) = $10 \log(I_1/I_0)$.
- La absorción debida al efecto fotoeléctrico es el principal medio de atenuación de los rayos X y depende en gran medida del número de protones, Z , de los átomos presentes. Por ejemplo, el hueso contiene elementos con un número medio de protones superior que el tejido blando, y por lo tanto absorbe un mayor porcentaje de rayos X.
- La atenuación de los rayos X se suele caracterizar por el espesor del valor mitad, $x_{1/2}$, que se define como el espesor de un medio que reduce a la mitad de su valor la intensidad transmitida.
- El coeficiente de atenuación lineal y el espesor del valor mitad están inversamente relacionados: $\mu x_{1/2} = \ln 2$.
- El coeficiente de atenuación másico se usa para comparar la atenuación en unidades de masa de distintos materiales: coeficiente de atenuación másico = coeficiente de atenuación lineal/densidad = μ/ρ . Su unidad suele ser $\text{cm}^2 \text{g}^{-1}$.
- La atenuación de los rayos X es mayor con menores frecuencias (fotones de menor energía). Estos haces se generan a partir de voltajes más bajos y se suelen llamar rayos X «blandos». Los rayos X «duros» son más penetrantes.
- Las imágenes de alta calidad obtenidas con rayos X deben tener una gran intensidad y un contraste elevado. Los bordes de las diferentes áreas tienen que estar bien definidos y resueltos. Pero al mismo tiempo también es importante, por motivos de seguridad, que los rayos X que se empleen tengan la menor intensidad posible.
- Las técnicas para mejorar la calidad de las imágenes incluyen: el uso de una pequeña fuente que no esté muy próxima al paciente, la colocación de una rejilla de colimación oscilante entre el paciente y el detector, y el uso de pantallas intensificadoras que contienen materiales fluorescentes.
- La tomografía computarizada (TC) usa rayos X y equipos controlados por ordenador para obtener imágenes nítidas de planos del paciente (secciones) con buena resolución. Estas secciones se pueden combinar para crear imágenes tridimensionales.
- Cualquier uso de rayos X lleva asociado un riesgo para la salud. La ecografía no presenta factores de riesgo conocidos, pero las imágenes que se obtienen tienen una resolución deficiente debido a que se usan longitudes de onda relativamente largas.
- Las ondas de ultrasonido (sonido con frecuencias superiores a las que pueden oír los humanos) se dirigen al cuerpo del paciente y se reflejan en las fronteras que existen entre los distintos medios.
- La impedancia acústica, Z , mide la oposición que ofrece un medio al flujo del sonido que lo atraviesa. $Z = \rho c$, donde ρ es la densidad del medio y c es la velocidad de la onda en dicho medio. La unidad de la impedancia acústica es $\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$.
- Cuanto mayor es la diferencia en las impedancias, mayor es el porcentaje de las ondas incidentes que se reflejan en la frontera entre dos medios.
- Las ondas ultrasónicas se generan usando el efecto piezoeléctrico, en el que el voltaje alternativo que se aplica en un transductor de cristal hace que este vibre a la misma frecuencia y se

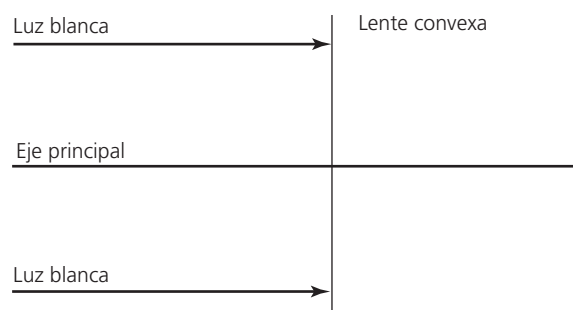
envían ondas al entorno. Cuando las ondas reflejadas se vuelven a recibir en la sonda, se producen y detectan los voltajes oscilantes.

- El transductor (sonda de ecógrafo) se coloca sobre la piel del paciente y se añade un gel entre ambos (para eliminar el aire). El gel tiene una impedancia acústica concreta para transmitir de forma eficaz las ondas en el cuerpo.
- Las ondas ultrasónicas se transmiten en pulsos, de tal forma que se deja que transcurra el tiempo suficiente entre cada pulso para que las ondas reflejadas se detecten con claridad. La resolución se mejora cuando se consiguen varias ondas de ultrasonido completas en cada pulso.
- Las ecografías unidimensionales (exploración de amplitud) son el tipo de ecografías más sencillas que existen. La amplitud de las ondas reflejadas desde las distintas fronteras del cuerpo del paciente se visualizan como una gráfica amplitud-tiempo. La información de la gráfica se puede usar para determinar la posición y el tamaño de las distintas partes del organismo.
- Las ecografías bidimensionales son las más utilizadas en los hospitales. La información se obtiene esencialmente del mismo modo que en las ecografías unidimensionales, pero la amplitud de la onda reflejada se representa mediante el brillo de un punto sobre una pantalla. Un programa informático genera un vídeo de imágenes de dos dimensiones en tiempo real a partir de la información que obtienen de uno o varios transductores situados en el interior de la sonda de ecógrafo, que transmiten las ondas en una dirección ligeramente diferente, normalmente cuando se mueve la sonda a las distintas posiciones.
- Las frecuencias más elevadas del ultrasonido (menores longitudes de onda) tienen menor difracción, por lo que los haces son más direccionales y la resolución de las imágenes es superior. Sin embargo, las frecuencias elevadas también conllevan más atenuación, de modo que se puede cambiar la frecuencia que se usa según las circunstancias particulares.
- A pesar de su deficiente resolución, las imágenes de las ecografías son una solución rápida, segura, económica y móvil de explorar el cuerpo de un paciente, sobre todo cuando se trata de tejidos blandos. La ecografía no puede penetrar en el hueso de forma efectiva y no se puede usar para espacios que contienen aire (por ejemplo, los pulmones).
- La resonancia magnética nuclear (RMN) es una alternativa a la TC a la hora de facilitar imágenes de secciones de todo el cuerpo. Las aplicaciones médicas de la RMN también se conocen como imagen por resonancia magnética (IRM). Como la IRM no implica radiación por ionización, se considera más segura que las exploraciones con rayos X.
- La IRM usa los espines de los protones en los átomos de hidrógeno. Hay átomos de hidrógeno presentes en todo el cuerpo, sobre todo en las moléculas de agua.
- La resonancia es el término con el que se designa al efecto por el que un sistema (que puede oscilar) absorbe energía de otra fuente oscilante externa.
- Los protones giran sobre sí mismos y se comportan como pequeños imanes. Estos espines están normalmente orientados al azar, por lo que no producen ningún efecto neto magnético observable. Durante una exploración con IRM el paciente se coloca en un campo magnético principal muy intenso y esto provoca que los protones rotatorios sigan un movimiento de precesión alrededor de la dirección del campo externo.
- La velocidad de precesión se conoce con el nombre de frecuencia de Larmor y es proporcional a la intensidad del campo magnético aplicado. La frecuencia de Larmor se encuentra en la sección de la onda de radio (RF) del espectro electromagnético.
- Cuando los protones también están sujetos a un campo electromagnético oscilante de la misma frecuencia (creado por las bobinas de RF), se genera resonancia y los protones comienzan a girar juntos, en fase. Esto afecta a la intensidad total del campo magnético.
- Cuando se detiene la señal externa de RF, los protones recuperan su estado inicial a una velocidad que depende del tipo de tejido en el que se encuentren. El campo magnético variable se puede detectar con las bobinas de RF. Las diferentes velocidades de relajación ofrecen información sobre el tipo de tejido.
- Igual que sucede en el campo magnético principal, al imponer gradientes de campo magnético en tres direcciones perpendiculares (x , y , z), se puede lograr que las señales de las distintas partes del paciente resuenen a distintas frecuencias, y esto permite la reconstrucción de la distribución tridimensional de los protones.

■ Selección de preguntas de examen

Hoja 3 Preguntas del IB y preguntas tipo IB

- 1 a Dos rayos paralelos de luz blanca inciden en una lente convexa.

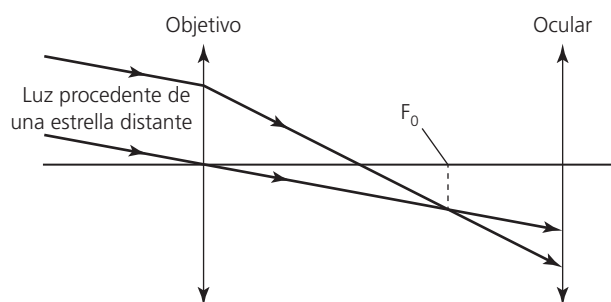


Dibuja en una copia del diagrama, después de la refracción en la lente, las trayectorias de los rayos de la luz roja y la luz azul presentes en la luz blanca. (2)

- b Usa tu diagrama del apartado a para explicar qué es la aberración cromática. (3)
 c Indica una forma de reducir la aberración cromática. (1)
 d Se coloca un objeto a 5,0 cm de la lente y se ilumina con luz roja. La distancia focal de la lente para la luz roja es 8,0 cm. Calcula:
 i la posición de la imagen (2)
 ii el aumento lineal. (1)

© IB Organization

- 2 a Dibuja un diagrama de rayos que muestre cómo se puede usar un espejo convergente para producir una imagen real, aumentada e invertida. (3)
 b i Describe las imágenes que se forman con los espejos divergentes. (2)
 ii Indica un ejemplo de un uso cotidiano de espejos divergentes. (1)
 3 a El diagrama muestra dos rayos de luz procedentes de una estrella distante que inciden en el objetivo de un telescopio astronómico. Las trayectorias de los rayos después de atravesar los objetivos, que inciden en el ocular del telescopio, también se han representado en el diagrama.



El foco principal del objetivo es F_0 . Copia el diagrama y marca las posiciones:

- i del foco principal del ocular (etiquetar como F_e) (1)
 ii de la imagen de la estrella que forma el objetivo (etiquetar como I). (1)
 b Indica dónde se forma la imagen final cuando el telescopio está en el ajuste normal (1)
 c Completa el diagrama de a para mostrar la dirección en la que se forma la imagen de la estrella cuando el telescopio está en el ajuste normal. (2)

- d** El anillo ocular de un telescopio astronómico es un dispositivo que se coloca en la parte exterior del ocular del telescopio en la posición en la que el ocular forma la imagen del objetivo. El diámetro de este anillo ocular es el mismo que el de la imagen del objetivo. De este modo se asegura que toda la luz que entra en el telescopio atraviesa el anillo.

Un telescopio astronómico concreto tiene un objetivo con una distancia focal de 98,0 cm y un ocular con una distancia focal de 2,00 cm (es decir, $f_o = 98,0$ cm, $f_e = 2,00$ cm). Determina la posición del anillo ocular. (4)

© IB Organization

- 4 a** Explica qué es el aumento angular que produce un instrumento óptico. (2)
- b** Un estudiante observa un objeto pequeño a través de una lente convergente que tiene una distancia focal de 6,8 cm y que usa como lente de aumento. Si la imagen está en el infinito, ¿cuál es el aumento angular conseguido con la vista normal? (2)
- c** Para poder conseguir un mayor aumento, el estudiante fabrica un microscopio compuesto que tiene dos lentes de 100 y 25 D, respectivamente.
- i** ¿Cuáles son las distancias focales de las dos lentes? (1)
- ii** ¿Cuál de las dos lentes se usa como ocular del microscopio? (1)
- iii** ¿Cuál es el aumento lineal que se consigue con el objetivo cuando se coloca un objeto a 1,2 cm enfrente de él? (2)
- iv** Calcula el aumento angular que se logra con el microscopio cuando está en el ajuste normal, con la imagen en el punto cercano. (2)
- 5 a** Una señal con una potencia de 53 mW entra en una fibra óptica que tiene una longitud de 10,4 km. Si la potencia de la señal al final del cable se reduce a 32 mW, calcula la atenuación por km en el cable. (2)
- b** La dispersión es una causa de atenuación en el cable. ¿Qué diferencia hay entre la dispersión de la guía de ondas y la dispersión del material? (3)
- c** Explica cómo el uso de las fibras de índice gradual reduce la dispersión de las guías de onda. (2)
- 6 a** Explica brevemente cómo se transfieren los datos mediante cables coaxiales. (2)
- b** Cita dos ventajas del uso de la fibra óptica en la transferencia de datos en comparación con los cables coaxiales. (2)

Solo para nivel superior

- 7 a** Define espesor del valor mitad. (1)
- b** El espesor del valor mitad en los tejidos para los rayos X de una energía específica es 3,50 mm. Determina la fracción de la intensidad incidente de los rayos X que se ha transmitido a través de un tejido de 6,00 mm de espesor. (3)
- c** Para unos rayos X de mayor energía que los del apartado **b**, el espesor del valor mitad es mayor de 3,50 mm. Calcula y explica el efecto, si es que existe, de este cambio en la respuesta que has dado en **b**. (2)
- d** Las imágenes de los rayos X suelen ser borrosas incluso aunque el paciente no se mueva durante la exposición.
- i** Indica un posible mecanismo físico que provoque que la imagen sea borrosa. (1)
- ii** Para el mecanismo físico que has indicado en **d i**, sugiere cómo se puede lograr que las imágenes de rayos X sean más nítidas. (2)
- e** El tiempo de exposición de la película fotográfica para los rayos X es superior al de la luz visible. El tiempo de exposición para los rayos X se puede reducir con el uso de técnicas de realce, como el empleo de una pantalla de intensificación. Explica brevemente cómo una pantalla de intensificación reduce el tiempo de exposición. (2)
- © IB Organization
- 8 a** La tomografía computarizada (TC) ofrece información mucho más útil que la exploración solo con rayos X. Resume las técnicas que se usan en TC que producen esta mejora. (3)
- b i** Cita dos ventajas de la TC en comparación con la ecografía. (2)
- ii** Cita dos ventajas de la ecografía en comparación con la TC. (2)

- 9 a Indica el intervalo aproximado de las frecuencias de ultrasonidos que se usan en el diagnóstico por imágenes en medicina. (1)
- b ¿Cuál es la diferencia entre una ecografía unidimensional (en modo A) y una ecografía bidimensional (en modo B)? (1)
- c Cita una ventaja y un inconveniente de usar ultrasonidos con una frecuencia en la parte superior del intervalo de la respuesta de a. (2)
- d Para explorar un hueso se usa un haz paralelo de rayos X de una energía concreta. A esta energía, el medio espesor del hueso es 0,012 m y del músculo 0,040 m. El haz atraviesa un hueso de 0,060 m de espesor y un músculo de 0,080 m. Determina este cociente:
$$\frac{\text{reducción en la intensidad del haz producida por el hueso}}{\text{reducción en la intensidad del haz producida por el músculo}}$$
 (3)
- e A partir de la respuesta en d, ¿por qué crees que este haz es adecuado para identificar una fractura de hueso? (1)
- © IB Organization
- 10 La resonancia magnética nuclear (RMN) es una alternativa a la TC a la hora de obtener imágenes del interior del cuerpo.
- a Explica en términos generales qué es la *resonancia*. (2)
- b Durante una RMN, ¿qué partes del paciente se hacen resonar y cómo se provoca esa resonancia? (3)
- c ¿Por qué se considera que normalmente es más segura una RMN que el uso de rayos X. (1)

Astrofísica

IDEAS FUNDAMENTALES

- Uno de los problemas más difíciles de resolver en astronomía está relacionado con las enormes distancias que separan las estrellas y las galaxias, y la necesidad de idear métodos para medirlas.
- Un diagrama simple en el que se representa la luminosidad respecto a la temperatura superficial de las estrellas revela unos patrones inusualmente detallados que nos ayudan a comprender su funcionamiento interno. Las estrellas siguen patrones bien definidos desde el momento en que se crean hasta su muerte final.
- El modelo de la Gran Explosión o *Big Bang* es una teoría que describe el origen y la expansión del universo, y está avalado por un gran número de pruebas experimentales.
- Las leyes de la física nuclear aplicadas a los procesos de fusión nuclear en el interior de las estrellas determinan la producción de todos los elementos hasta el hierro.
- En el moderno campo de la cosmología se usan avanzadas técnicas experimentales y observacionales para recoger datos que cuentan con un grado de precisión sin precedentes, y como resultado se han extraído conclusiones realmente sorprendentes y detalladas sobre la estructura del universo.

16.1 (D1: Núcleo) Cantidades estelares

Uno de los problemas más difíciles de resolver en astronomía está relacionado con las enormes distancias que separan las estrellas y las galaxias, y la necesidad de idear métodos para medirlas

Naturaleza de la ciencia

Un campo sin estudios prácticos

La astronomía es un campo poco común dentro del estudio de la física debido a que el «método científico» no es tan obvio. No se diseñan experimentos controlados para investigar una teoría; en su lugar, los astrónomos realizan observaciones y recogen datos. Como consecuencia, la adquisición de conocimientos en astronomía depende en gran medida de la última tecnología disponible que facilita las observaciones.

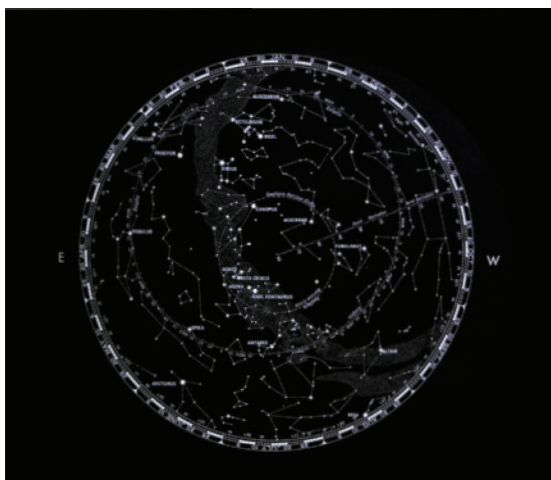
Todo estudiante de astronomía queda impresionado por el elevado nivel de conocimiento sobre el universo que los astrónomos han deducido, aparentemente, a partir de tan escasos indicios: solo la radiación recibida del espacio exterior.

En la primera sección de este capítulo presentaremos un resumen de lo que podemos observar en el cielo nocturno. A continuación, describimos a grandes rasgos las características fundamentales de las estrellas y los sistemas estelares antes de explicar la escala del universo, y las unidades que usan los astrónomos para medir esas inmensas distancias. Terminaremos estableciendo la importante relación que existe entre la potencia que emite una estrella y la intensidad que recibimos aquí en la Tierra.

■ Observación del cielo nocturno

En una noche clara, y alejados de la contaminación lumínica de las ciudades, podemos ver a simple vista cientos de estrellas en el cielo nocturno. El ojo humano puede distinguir unas 5 000 estrellas desde la Tierra, pero no todas se pueden observar al mismo tiempo o desde el mismo lugar. Nuestra visibilidad depende de la ubicación, la hora de la noche y la época del año. Esta variación se debe al movimiento de la Tierra, que gira sobre su eje y orbita alrededor del Sol. En teoría, en cualquier época del año y en cualquier lugar podemos llegar a divisar aproximadamente la mitad de las estrellas visibles.

Parece que las estrellas siempre están en la misma posición o siguen el mismo patrón (en relación con otras estrellas) durante miles de años y, por lo tanto, podemos ubicarlas con precisión en un [mapa estelar](#), como el que se muestra en la Figura 16.1. Aunque las estrellas se mueven muy rápidamente, su movimiento no se suele apreciar desde la Tierra, incluso durante períodos muy largos (en términos humanos) por encontrarse a distancias tan apartadas de nosotros.



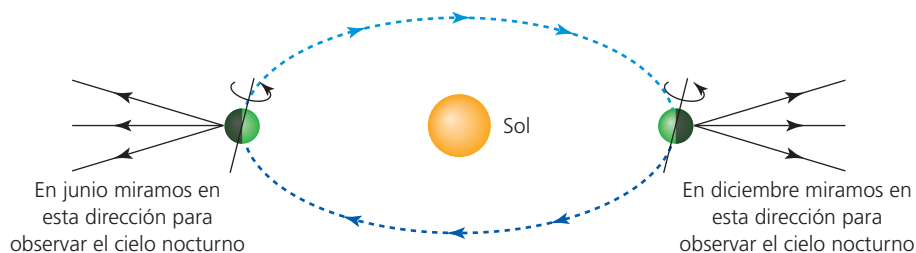
■ Figura 16.1 Un mapa estelar del hemisferio sur



■ Figura 16.2 La aparente rotación de las estrellas mientras la Tierra rota

Si observamos las estrellas durante varias horas por la noche, vemos cómo parece que se mueven en el cielo de este a oeste, exactamente de la misma forma que parece moverse el Sol durante el día. Estos movimientos aparentes se producen realmente porque la Tierra gira sobre sí misma en la dirección contraria. Para determinar las trayectorias de las estrellas en el cielo nocturno podemos usar la fotografía con tomas a intervalos prefijados. Con esta técnica fotográfica es incluso posible captar la trayectoria circular completa de las estrellas próximas al eje ampliado de la Tierra (Figura 16.2).

En el transcurso de un día, debido a la rotación de la Tierra, nuestra visibilidad de las estrellas también gira 360° pero, obviamente, durante las horas diurnas no podemos verlas debido a la luz del Sol (los radioastrónomos no tienen este problema). Nuestra visibilidad nocturna cambia ligeramente de una noche a la siguiente y transcurridos seis meses nos encontramos mirando exactamente en sentido opuesto, tal como se muestra en la Figura 16.3. El Sol, la Luna y los cinco planetas que podemos ver a simple vista están muchísimo más cerca de la Tierra que las estrellas. Sus movimientos, tal como se aprecian desde la Tierra, pueden parecer más complejos y no se pueden ubicar en posiciones fijas en un mapa estelar. El Sol, la Tierra, la Luna y los planetas se mueven todos aproximadamente en el mismo plano, lo que significa que siguen trayectorias similares en el cielo a las que vemos cuando la Tierra rota.



■ Figura 16.3 Cómo cambia nuestra visión del cielo nocturno durante el año

El Sol y la Luna son los objetos más grandes y más brillantes que hay en el cielo. En comparación con ellos, todas las estrellas parecen únicamente puntos de luz. Los planetas más próximos pueden semejar discos (en lugar de puntos) de luz, sobre todo Venus, que es el objeto natural que más brilla en el cielo nocturno (aparte de la Luna).

En el cielo también podemos ver otro tipo de objetos. En ciertos momentos, y si tenemos suerte, podemos observar un **cometa**, un **satélite artificial** o un **meteoro**, que forma un rayo de luz visible en el cielo cuando un fragmento de roca entra en la atmósfera terrestre y estalla debido a la fricción. De forma ocasional, hay partes de los meteoros que no se vaporizan completamente y alcanzan la superficie de la Tierra. En ese caso se denominan **meteoritos** y son de gran valor para las investigaciones científicas, ya que constituyen una fuente de material extraterrestre.



■ Sitios de astrofísica en Internet

Para muchos estudiantes la astrofísica es una asignatura fascinante, pero las oportunidades de realizar trabajos prácticos son obviamente limitadas. No obstante, en Internet existe una cantidad considerable de información muy interesante e imágenes realmente asombrosas y, sin duda alguna, podrás profundizar considerablemente en el estudio de este tema si tienes acceso fácil y frecuente a los sitios web de reconocidas agencias espaciales como la Agencia Espacial Europea (AEE), la NASA y el telescopio Hubble, entre otras.

■ Los objetos del universo

En esta sección nos vamos a concentrar en el estudio de (por orden de tamaño):

- los planetas y sistemas planetarios (como el sistema solar), incluidos los cometas
- las estrellas (simples y binarias), los cúmulos estelares (abiertos y globulares) y las constelaciones
- las nebulosas
- las galaxias, los cúmulos de galaxias y los supercúmulos de galaxias.

Nebulosas

Las **nebulosas** son «nubes» difusas enormes de **materia interestelar**, principalmente gases (en su mayoría hidrógeno y helio) y polvo. Parte de esta materia puede estar ionizada. Una nebulosa se forma a lo largo de un período muy prolongado de tiempo debido a la atracción gravitatoria entre las masas implicadas («interestelar» significa entre las estrellas).

Existen varios tipos de nebulosas, con diferentes orígenes y diferentes tamaños. Las nebulosas más grandes son el principal lugar de formación de las estrellas, y la mayoría de las nebulosas contienen estrellas que constituyen la fuente de la energía y la luz que permite observarlas.

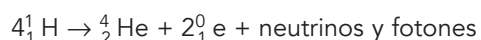
Es posible distinguir algunas nebulosas en nuestra galaxia sin un telescopio, aunque se ven difusas y borrosas. La primera vez que se observaron fue hace unos 2000 años. Las imágenes recientes de nebulosas captadas por los telescopios Hubble son realmente espectaculares. En la Figura 16.4 se muestra una imagen de la nebulosa Orión obtenida con un telescopio. Se puede ver sin un telescopio (cerca del cinturón de Orión en la constelación que lleva el mismo nombre) y contiene un número elevado de estrellas «jóvenes». Es una de las más cercanas a la Tierra y una de las más brillantes, por lo que se utiliza comúnmente como fuente de información relacionada con la formación de las estrellas. Se encuentra a 1×10^6 km de nuestro planeta y su diámetro aproximado es de 2×10^{14} km, por lo que el ángulo que subtende en el ojo es aproximadamente de 0,02 rad ($\approx 1^\circ$, un valor elevado en términos astronómicos).



■ **Figura 16.4** La nebulosa de Orión (tal como se capta desde un telescopio)

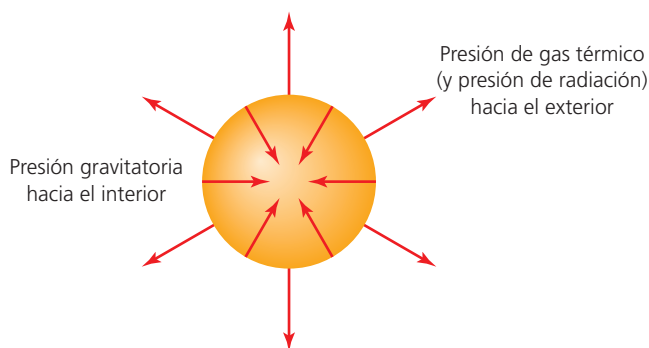
Estrellas

En el interior de una nebulosa, durante un largo período de tiempo, la gravedad provoca que los átomos se aproximen unos a otros y puedan adquirir energías cinéticas muy elevadas (es decir, la temperatura es extremadamente alta, de millones de kelvin) si la masa total es muy grande. Los núcleos de hidrógeno (protones) pueden entonces almacenar suficiente energía cinética para contrarrestar las elevadas fuerzas de repulsión que actúan entre ellos y fusionarse para formar núcleos de helio. Este proceso, que se conoce como **fusión nuclear**, se puede simplificar del modo siguiente:



La fusión nuclear se produce en todas las estrellas (hasta casi el final de su «vida») y es la transformación energética predominante.

Cada fusión nuclear de helio completada a partir de cuatro núcleos de hidrógeno (protones) implica una reducción de la masa y la liberación equivalente de energía con un valor aproximado de 27 MeV (Capítulo 12). La fusión de los elementos más pesados tiene lugar más tarde durante la vida de las estrellas.



■ **Figura 16.5** Una estrella estable en equilibrio



■ **Figura 16.6** Recreación artística de una sistema estelar binario visual

El inicio de la fusión nuclear a gran escala se conoce comúnmente como el *nacimiento* de una estrella. La contracción del material de la estrella que se forma origina una **presión de gas térmico** y la radiación emitida crea al mismo tiempo una **presión de radiación** que actúa hacia el exterior en sentido opuesto a la **presión gravitatoria** ejercida hacia el interior. Estas presiones permanecen iguales y opuestas durante un período muy prolongado, en el que la estrella se mantiene con el mismo tamaño, estable e invariable. Está en **equilibrio estelar** (Figura 16.5). Puede resultar útil compararlo con el equilibrio que hay en un globo, en el que actúan la presión del gas hacia fuera y la tensión de la goma elástica hacia dentro. Existe también un equilibrio entre la energía transferida procedente de las fusiones y la energía radiada desde la superficie.

Durante este período, a la estrella se le denomina **estrella de secuencia principal**. La única diferencia fundamental entre estas estrellas son sus masas. Con el tiempo, el suministro de hidrógeno se agota, la estrella deja de estar en equilibrio y aquí comienza el inicio del final de la «vida» de una estrella de secuencia principal. Lo que ocurre a continuación depende de la masa de la estrella (lo explicaremos más adelante en este capítulo). El Sol está aproximadamente en la mitad de su vida como estrella de secuencia principal.

Estrellas binarias

Se cree que más o menos las mitad de las estrellas son en realidad dos (o más) estrellas que orbitan alrededor de un centro de masa común con un período constante. Las estrellas que forman un sistema de dos estrellas se conocen como **estrellas binarias** (véase la Figura 16.6). Las estrellas binarias que están más próximas a la Tierra se pueden distinguir con un telescopio como dos estrellas separadas, pero la mayoría están mucho más alejadas y solo se aprecian como puntos únicos de luz.

Los sistemas de estrellas binarias son importantes en astronomía porque el período de su movimiento orbital está directamente relacionado con su masa. De este modo, si podemos medir su período, podemos calcular su masa. Para los sistemas binarios no visuales el cálculo puede realizarse con dos observaciones:

- Si una estrella pasa habitualmente enfrente de otra cuando se observa desde la Tierra (un *eclipse*), el brillo cambia de forma periódica.
- Si una estrella se mueve momentáneamente hacia la Tierra, la otra se debe mover en sentido opuesto. La frecuencia de la luz que se recibe en la Tierra procedente de cada una de las estrellas experimenta un desplazamiento periódico debido al efecto Doppler (Capítulo 9).

Grupos de estrellas

Galaxias

Cuando observamos las estrellas en el cielo nocturno, parece que están distribuidas casi al azar, pero solo estamos observando una parte insignificante de todo el universo. La fuerza de la gravedad provoca que miles de millones de estrellas se agrupen y orbiten alrededor del centro de masa. A estas agrupaciones se les conoce como **galaxias**. Algunos de los puntos de luz que distinguimos en el cielo nocturno son galaxias distantes (y no estrellas individuales). Se han observado miles de millones de galaxias con los telescopios astronómicos. La Tierra, el Sol y el resto de estrellas que vemos a simple vista se encuentran en una galaxia conocida como **Vía Láctea**.



■ **Figura 16.7** Galaxia espiral M81



■ **Figura 16.8** Cúmulo de galaxias de Virgo

Las galaxias se clasifican normalmente según su forma en *espirales* (Figura 16.7), *elípticas* o *irregulares*.

Las galaxias se distribuyen en el espacio, aunque no de una forma totalmente aleatoria. Por ejemplo, la Vía Láctea forma parte de un grupo de unas 50 galaxias que se conoce como «Grupo local». Los grupos mayores de galaxias, denominados **cúmulos de galaxias**, se mantienen unidos por fuerzas gravitatorias. (Véase la Figura 16.8 como ejemplo). Los cúmulos pueden contener miles de galaxias y gran cantidad de gas intergaláctico, además de «materia oscura». (El término «cúmulo galáctico» se suele usar para hacer referencia a un grupo de *estrellas* de una galaxia).

Los cúmulos de galaxias no están distribuidos uniformemente en el espacio, sino que se agrupan en **supercúmulos**, que son con toda probabilidad las «estructuras» más grandes del universo.

Cúmulos estelares

Algunas estrellas que forman parte de una galaxia se encuentran tan cerca unas de otras que se atraen entre sí debido a su gravedad y, en lugar de moverse por separado, lo hacen como un grupo que se denomina **cúmulo estelar**. Todas las estrellas que pertenecen a un cúmulo en concreto se han formado de la misma nebulosa. Hay dos tipos principales de cúmulos estelares:

- Los **cúmulos globulares** son antiguos y contienen muchos miles de estrellas de forma más o menos esférica con un diámetro aproximado de 10^{14} km.
- Los **cúmulos abiertos** no son tan antiguos como los globulares. Tienen aproximadamente el mismo tamaño, pero contienen muchas menos estrellas (habitualmente varios centenares). Al contener menos estrellas, la forma de estos cúmulos está menos definida y las fuerzas gravitatorias son más débiles. Con el tiempo, un cúmulo de estrellas abierto se puede dispersar debido a los efectos de otras fuerzas gravitatorias. Las Pléyades (Figura 16.9) son un cúmulo abierto que se puede observar desde la Tierra sin la ayuda de un telescopio.



■ **Figura 16.9** Las Pléyades son un cúmulo de estrellas abierto

Es importante que no confundamos los cúmulos estelares, que son grupos de estrellas que se encuentran relativamente cerca unas de otras en el espacio, con las constelaciones.



Constelaciones

Las antiguas sociedades, como las civilizaciones china, india y griega, trataron de establecer cierto orden en la aparente dispersión aleatoria de las estrellas que podemos ver desde la Tierra. Identificaron diferentes partes del cielo nocturno distinguiendo los patrones de estrellas que representaban ciertos aspectos de su cultura, como es el caso del cazador griego Orión (véase la Figura 16.10).



■ **Figura 16.10** La constelación de Orión: (a) las estrellas que se observan en el cielo, (b) una representación mitológica

Estos patrones bidimensionales de estrellas visibles se denominan **constelaciones**. Es importante que entendamos que las estrellas que se encuentran en cualquier constelación no tienen por qué tener necesariamente algo en común. Es posible que no estén ni «próximas» entre sí a pesar de la impresión que nos dan cuando las observamos desde la Tierra. Aunque muchas de las constelaciones recibieron sus nombres hace miles de años, estos nombres se siguen usando actualmente para identificar las diferentes partes del cielo nocturno.

Los sistemas planetarios alrededor de las estrellas

Un **sistema planetario** es un conjunto de masas (no estelares) que orbitan alrededor de una estrella. Se cree que los sistemas planetarios se forman siguiendo los mismos procesos que las estrellas.

Los planetas son objetos de masa tan elevada que las fuerzas gravitatorias los han originado con forma esférica, pero no de masa lo bastante elevada como para que se origine la fusión nuclear. En otras palabras, no tienen la masa suficiente para ser estrellas. Para distinguir los planetas de otras masas más pequeñas que orbitan, los astrónomos han tenido que especificar que un planeta «ha despejado la vecindad» cercana a su órbita de masas más pequeñas.

La búsqueda de inteligencia extraterrestre (SETI, por sus siglas en inglés) se concentra en sistemas planetarios como nuestro sistema solar y en los sistemas planetarios nuevos que se descubren a menudo. A principios de 2014 se habían identificado ya más de mil sistemas planetarios y en abril del mismo año los astrónomos anunciaron que habían descubierto el «planeta más parecido a la Tierra», Kepler 186f, orbitando alrededor de una estrella pequeña a una distancia aproximada de 500 al (años luz) de nuestro planeta (véase la Figura 16.11).



■ Figura 16.11 Recreación artística de Kepler 186f

El sistema solar

El **sistema solar** está formado por el **Sol** y todos los objetos que orbitan a su alrededor. Nuestro Sol es una estrella muy similar a los miles de millones de estrellas que conforman el universo y los numerosos objetos que orbitan a su alrededor se mantienen en sus órbitas por efecto de la gravedad. El sistema solar es un ejemplo de sistema planetario. Alrededor de la mayoría de los planetas orbitan uno o varios objetos, que se denominan **satélites naturales**. El Sol es el único objeto a gran escala de nuestro sistema solar que emite luz visible; el resto de objetos solo se puede ver porque reflejan la radiación del Sol en dirección a la Tierra.

El Sol se formó hace unos 4 600 millones de años a partir de la explosión de una enorme nube de gas y polvo. Las pruebas obtenidas de los radioisótopos de la superficie terrestre sugieren que la formación de la Tierra data de hace 4 500 millones de años.

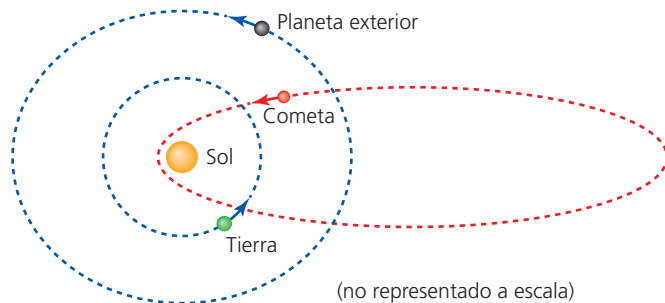
En la Tabla 16.1 se incluyen algunos datos sobre los planetas de nuestro sistema solar (que *no* es necesario memorizar). Las distancias que se muestran son solo valores medios porque los planetas no son esferas perfectas y porque sus órbitas son **elípticas** (ovaladas) en lugar de circulares. La órbita de la Tierra, sin embargo, es prácticamente circular, por lo que se encuentra casi siempre a la misma distancia del Sol. (La Tierra está más próxima al Sol en enero, pero apenas hay un 3% de diferencia entre las separaciones máxima y mínima). Una elipse tiene dos *focos* y el Sol está situado en uno de esos dos puntos. El **período** de la órbita terrestre es, obviamente, de un año, pero debemos tener en cuenta que cuanto más alejado del Sol se encuentra un planeta, mayor es su período. La relación entre el radio orbital y el período la estudiamos en los Capítulos 6 y 10.

■ **Tabla 16.1**
 Datos planetarios
 (todos los datos se han
 corregido a dos cifras
 significativas)

Planeta	Masa/ 10^{24} kg	Radio del planeta/ 10^6 m	Distancia media desde el Sol/ 10^{11} m	Período/a
Mercurio	0,33	2,4	0,58	0,24
Venus	4,9	6,1	1,1	0,62
Tierra	6,0	6,4	1,5	1,0
Marte	0,64	3,4	2,3	1,9
Júpiter	1900	69	7,8	12
Saturno	570	57	14	29
Urano	87	25	29	84
Neptuno	100	25	45	160

En comparación con los planetas, los **cometas** son masas relativamente pequeñas de roca y hielo que también orbitan alrededor del Sol, pero normalmente sus períodos son muy largos y sus trayectorias muy elípticas (véase la Figura 16.12). Como consecuencia, permanecen relativamente poco tiempo dentro de la parte más interna del sistema solar, próximos al Sol y a los planetas más internos como la Tierra. Cuando se aproximan al Sol, la radiación y el flujo de partículas (viento solar) provocan con frecuencia que un cometa genere una cola difusa de polvo y gas, que siempre apunta en sentido opuesto a este (Figura 16.13). Todo ello, unido a la rareza que supone verlos, ha convertido a los cometas en un suceso que ha levantado gran expectación en muchas civilizaciones. Probablemente el cometa más famoso debe su nombre al astrónomo y matemático británico Edmund Halley (1656-1742), quien predijo correctamente que se volvería a ver en 1758 (16 años después de su muerte). El cometa Halley tiene un período de 75 años, la última vez que se observó fue en 1986 y se volverá a ver en 2061.

En noviembre de 2014, después de una misión de 10 años, la sonda espacial *Rosetta* de la Agencia Espacial Europea consiguió el primer aterrizaje de un objeto sobre un cometa. El módulo de aterrizaje Philae pudo identificar moléculas orgánicas en el cometa 67P.



■ **Figura 16.12** La trayectoria excéntrica («aplanada») de un cometa



■ **Figura 16.13** Un cometa y su cola

- a** Calcula la densidad media de la Tierra y de Júpiter.

b ¿Por qué son tan diferentes?
- a** ¿Cuál es la velocidad orbital media de la Tierra?

b Compara la velocidad de la Tierra con la de Mercurio.
- a** Si hubiera un planeta situado a 35×10^{11} m del Sol, ¿cuánto tiempo tardaría en completar su órbita?

b ¿Se podría ver este planeta a simple vista? Razona tu respuesta.
- a** ¿Cuál es el planeta más pequeño y qué masa tiene?

b ¿Por qué no se considera que Plutón es un planeta?
- ¿Cuál es el planeta más grande y qué diámetro tiene?

Perspectivas adicionales

Asteroides que colisionan con la Tierra

Los *asteroides* son rocas grandes, normalmente de mayor tamaño que los cometas pero mucho más pequeñas que los planetas. No tienen «colas» y la mayoría orbitan alrededor del Sol en órbitas aproximadamente circulares entre Marte y Júpiter, en una zona denominada *cinturón de asteroides*. Como son relativamente pequeños, las *trayectorias* de los asteroides y los cometas se pueden ver alteradas de forma significativa si se «aproximan» a un planeta (especialmente Júpiter) cuando están sujetos a fuerzas gravitatorias intensas.

Los escritores y los directores de películas de ciencia ficción disfrutaban asustándonos con historias sobre asteroides o cometas que colisionan con la Tierra, pero ha sido en los últimos años

cuando los científicos se han dado cuenta de que estas grandes colisiones no son tan improbables como se había pensado. En 1994 un gran cometa (Shoemaker-Levy 9) colisionó con Júpiter. El efecto del impacto se pudo observar simplemente con un telescopio y las imágenes se retransmitieron por televisión en todo el mundo (Figura 16.14). Si un cometa de las mismas características chocara contra la Tierra, las consecuencias serían catastróficas, aunque nada comparables a la colisión del asteroide con la Tierra que tuvo lugar hace unos 65 millones de años, y que se cree que llevó a la extinción de muchas especies, incluidos los dinosaurios.

Solo tenemos que fijarnos en la superficie cubierta de cráteres de la Luna para que tomemos conciencia de los efectos que tienen las colisiones con los asteroides y los cometas, aunque



■ **Figura 16.14** Astrónomos observando el impacto del cometa Shoemaker-Levy 9 contra Júpiter

en la Tierra no es fácil encontrar una evidencia similar. Las rocas cuyo diámetro no supera los 10 m normalmente se desintegran en la atmósfera terrestre antes de que impacten, por lo que un asteroide debería tener un diámetro aproximado de 50 m como mínimo para que su impacto dejara un cráter apreciable y perdurable. Los efectos de la fricción con el aire también pueden provocar que un asteroide explote antes de que impacte en la superficie terrestre. Como obviamente la mayor parte de la Tierra está cubierta por agua, los cráteres no se forman cuando impactan en los océanos. Además, es posible que los cráteres antiguos se hayan erosionado, hayan desaparecido o quedado cubiertos por la vegetación con el paso del tiempo.

Los cálculos reales sobre el tamaño de los posibles asteroides que podrían colisionar con la Tierra y la probabilidad de que estos eventos ocurran se perfeccionan continuamente, pero, en términos generales, sabemos que la probabilidad de que un asteroide impacte contra la Tierra es inversamente proporcional a su tamaño.

Por ejemplo, un asteroide de 50 m de diámetro puede impactar contra la Tierra cada 1 000 años; un asteroide de 1 km, cada 500 000 años, y uno de 10 km cada 100 000 000 años. La probabilidad de este suceso catastrófico durante el período de vida de un ser humano es de 1 entre 10 000 aproximadamente.

Puede haber hasta un millón de asteroides en nuestro sistema solar capaces de destruir cualquier civilización si impactan contra nuestro planeta, pero no es fácil observarlos todos ni realizar el seguimiento de sus desplazamientos. La mayoría de los esfuerzos se concentran en los programas de Objetos Cercanos a la Tierra y en la investigación sobre las medidas que se podrían tomar si se esperara un impacto de este tipo.

- 1 Calcula la energía cinética de un asteroide que tiene un diámetro de 1 km y una densidad media de 400 kg m^{-3} si viaja a una velocidad de 20 km s^{-1} . Compara tu respuesta con las 25 megatoneladas de TNT (25 megatones), la energía que se liberaría en una bomba nuclear «de gran potencia» (1 tonelada de TNT equivale a $4,2 \times 10^9 \text{ J}$).
- 2 Busca información en Internet y averigua cuándo se espera que el próximo asteroide de gran tamaño pase cerca de la Tierra. ¿Cuál será su máximo acercamiento y qué peligro supondría si colisionara con nuestro planeta?

■ Distancias astronómicas

El universo es inmenso. En lugar de usar metros (o kilómetros) para medir distancias, los astrónomos normalmente prefieren utilizar cifras más pequeñas y han introducido unidades alternativas para referirse a ellas.

El **año luz, al**, se define como la *distancia* que recorre la luz en el vacío durante un año.

A la velocidad de la luz de $2,998 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$ y en 365,25 días, un año luz equivale a $9,46 \times 10^{15} \text{ m}$. Este valor figura en el *Apéndice de datos de Física*.

La **unidad astronómica, UA**, equivale a la distancia media entre la Tierra y el Sol, $1,50 \times 10^{11} \text{ m}$.

Este valor figura en el *Apéndice de datos de Física*. (Aunque la distancia real varía, el valor de 1 UA se *define* como $1,495978707 \times 10^{11} \text{ m}$).

Un **parsec, pc**, equivale a 3,26 al. Este valor figura en el *Apéndice de datos de Física*. El parsec es la unidad de medida que se prefiere en astronomía porque está estrechamente relacionada con los ángulos de paralaje: la forma en la que se miden las distancias a las estrellas «cercanas» (se explicará más adelante).

Un parsec se define como la distancia a una estrella que tiene un ángulo de paralaje de un segundo de arco.

Mientras que las distancias a las estrellas «cercanas» se miden habitualmente en parsecs, las estrellas más lejanas de la galaxia se miden en kpc y las distancias a las galaxias más alejadas se registran en Mpc y Gpc.

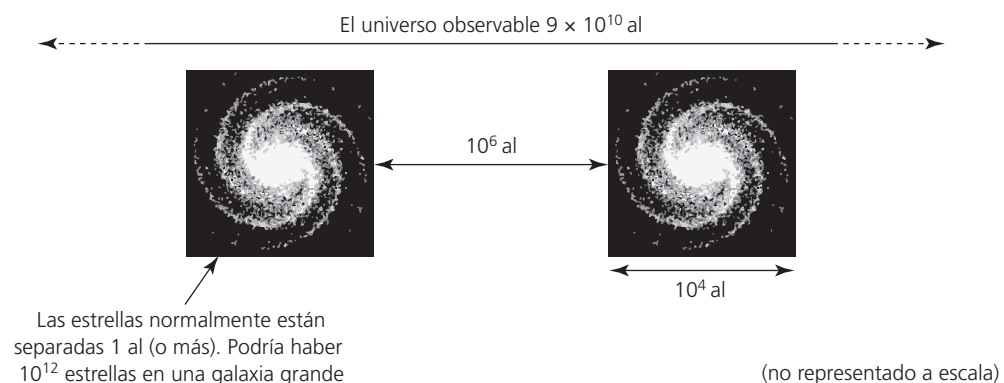
■ **Tabla 16.2**
Resumen de las unidades de distancia que se usan normalmente en astronomía

Unidad	Metros/m	Unidades astronómicas/UA	Años luz/al
1 AU =	$1,50 \times 10^{11}$	–	–
1 al =	$9,46 \times 10^{15}$	$6,30 \times 10^4$	–
1 pc =	$3,09 \times 10^{16}$	$2,06 \times 10^5$	3,26

La escala del universo

El diámetro del **universo observable** es de unos 9×10^{10} al. La velocidad de la luz limita la cantidad del universo que podemos, en principio, «observar». La distancia al extremo del universo observable es igual a la velocidad de la luz multiplicada por la edad del universo (pero debemos tener en cuenta la expansión del propio espacio y eso lo estudiaremos más adelante en este capítulo).

Las distancias entre las estrellas y entre las galaxias varían considerablemente. Como regla *muy aproximada* se puede afirmar que hay unas 10^{12} estrellas en una galaxia grande. La separación habitual de las estrellas en su interior sería aproximadamente de 1 al, con un diámetro total habitual de una galaxia de unos 10^4 al (Figura 16.15). Los miles de millones de galaxias están separadas unas de otras por enormes distancias, quizá 10^7 al o más.



■ **Figura 16.15** Dimensiones muy aproximadas de las galaxias

- 6 Consulta la Tabla 16.1 para calcular la distancia media (en UA) que separa el Sol de los planetas Mercurio y Urano.
- 7 ¿Cuál es el tamaño aproximado del universo observable en:
 - a km
 - b pc?
- 8 *Proxima Centauri* es la estrella más cercana a la Tierra, a una distancia de $4,0 \times 10^{16}$ m.
 - a ¿A cuántos años luz equivale esta distancia?
 - b Si el diámetro de la Tierra se redujera de $1,3 \times 10^7$ m al tamaño de una cabeza de alfiler (1 mm de diámetro), ¿a qué distancia estaría esta estrella en la misma escala?
- 9 Nuestro sistema solar tiene un tamaño aproximado de 10^{11} km como mínimo.
 - a ¿A cuántos años luz equivale esta distancia?
 - b Si hicieras una maqueta a escala de nuestro sistema solar usando una pelota de 10 cm de diámetro para representar el Sol, ¿a qué distancia estaría el «extremo» del sistema solar? (Diámetro del sol = $1,4 \times 10^6$ km).
 - c Averigua cómo se puede definir el extremo del sistema solar y qué objetos de este sistema están más alejados del Sol.
- 10 Calcula cuánto tiempo tarda la luz en llegar del Sol a la Tierra.
- 11 a Estima cuánto tiempo tardaría una nave espacial que despegue de la Tierra y viaje a una velocidad de 4 km s^{-1} en llegar a:
 - i Marte
 - ii *Proxima Centauri*.
 b Averigua la máxima velocidad que puede alcanzar una nave espacial.
- 12 Haz un cálculo aproximado del número de estrellas que hay en el universo observable a partir de los datos de la Figura 16.15.
- 13 Busca información sobre el diámetro de nuestra galaxia y el de la Vía Láctea, en parsecs.
- 14 Explica por qué sería inusual indicar la distancia entre las estrellas en UA.

Enlace con la teoría del conocimiento

La imaginación

Es difícil abarcar o imaginar las enormes distancias que separan las estrellas y las galaxias. ¿Hay otras formas más útiles que el uso de la imaginación para ampliar los conocimientos que tenemos sobre astronomía?

Imaginar las inmensas distancias que hay en el universo se puede considerar un ejercicio similar a imaginar el número de moléculas que hay en un grano de sal: hablamos de números tan elevados que apenas tienen significado para nosotros. No hay duda de que nos resulta útil hacer comparaciones del tipo «se tardaría más de mil millones de años en llegar caminando a la estrella más cercana», aunque luego nos demos cuenta de que se trata de una distancia increíblemente pequeña en el universo.

■ Determinación de las distancias a las estrellas y las galaxias distantes

La medida de las distancias astronómicas es un problema clave en el estudio de la astronomía. No obstante, realizar el cálculo exacto de la distancia que separa la Tierra de una estrella o galaxia no es fácil, y se han desarrollado una gran variedad de métodos.

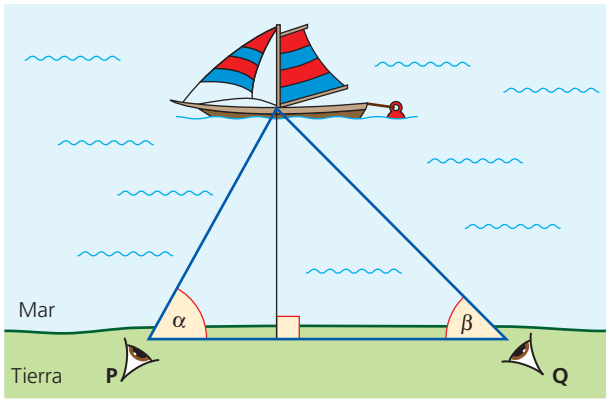
En este curso consideraremos tres métodos diferentes para determinar la distancia a una estrella o a una galaxia distante:

- el paralaje estelar
- el uso de estrellas variables Cefeidas
- el uso de supernovas.

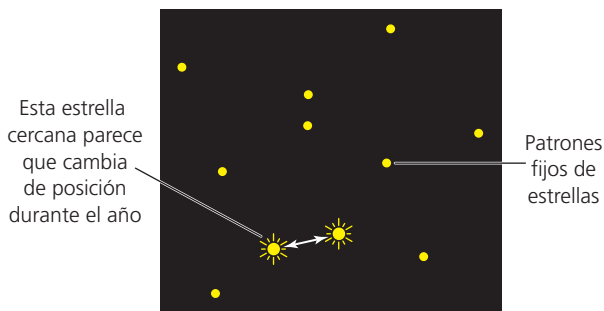
El uso del **paralaje estelar** para las estrellas «cercañas» es el método más directo y más fácilmente comprensible. Los otros dos métodos se usan para las galaxias distantes. Los estudiaremos más adelante en el capítulo.

El paralaje estelar y sus limitaciones

Este método se asemeja en principio al que podemos usar en la Tierra para calcular la distancia a un objeto inaccesible, como un barco o un avión. Si el objeto se puede observar desde dos lugares diferentes, entonces se puede calcular a qué distancia se encuentra usando la trigonometría. En la Figura 16.16 se muestra un ejemplo de este método de *triangulación*.



■ **Figura 16.16** Cálculo de la distancia a un barco situado en el mar usando el método de triangulación



■ **Figura 16.17** Movimiento aparente de una estrella cercana debido al paralaje

Un observador en tierra observa el barco desde la posición P y luego se desplaza a la posición Q. Si se miden los ángulos α y β , y se conoce la distancia PQ, entonces se pueden calcular las otras distancias. Cuando los astrónomos quieren localizar una estrella, pueden intentar observarla desde dos lugares diferentes, pero la distancia entre dos ubicaciones diferentes en la Tierra es demasiado pequeña en comparación con la distancia entre la Tierra y la estrella. Por lo tanto, lo que hacen es observar la estrella desde el mismo telescopio y la misma ubicación, pero en dos lugares diferentes de la órbita terrestre; en otras palabras, en distintas épocas del año. Para conseguir la máxima diferencia normalmente miden dos distancias con seis meses de diferencia.

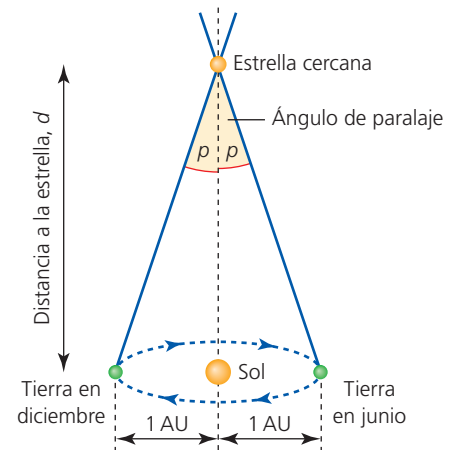
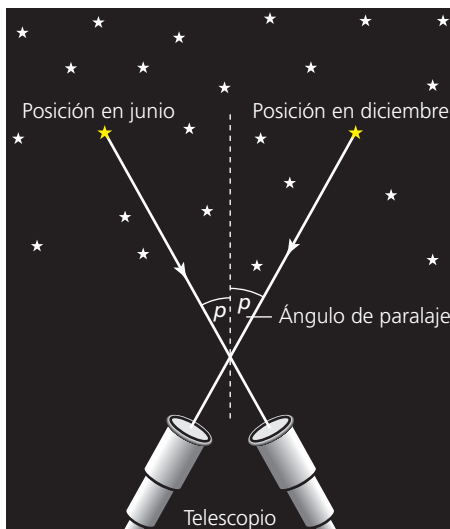
El método de triangulación que acabamos de describir para localizar un barco sería mucho más difícil si el observador estuviera en una embarcación en movimiento por el mar, y esta situación es similar a la situación con la que se enfrentan los astrónomos a la hora de ubicar la posición de las estrellas desde la Tierra. Para solucionar este problema se puede comparar la posición de una estrella con las de otras estrellas que se encuentran mucho más alejadas (en el «fondo de estrellas fijas»), que es lo que se conoce como método de **paralaje**.

El paralaje es el efecto visual por el que un objeto próximo parece que cambia su posición en comparación con objetos más distantes (situados detrás de él) cuando se observa desde distintas posiciones. Podemos simular una situación parecida si miramos un dedo que mantenemos delante de la cara y el fondo que hay detrás, primero con un ojo y luego con el otro. Del mismo modo, puede parecer que una estrella «cercana» cambia *ligeramente* su posición a lo largo del año en comparación con otras estrellas situadas a mucha más distancia (aunque, como hemos visto antes, las estrellas es posible que mantengan unos patrones fijos durante periodos muy largos).

El paralaje estelar (Figura 16.17) se confirmó por primera vez en 1838. Muchos astrónomos habían intentado detectarlo antes (sin éxito) porque la existencia del paralaje estelar ofrece la prueba experimental del movimiento de la Tierra alrededor del Sol.

Con la ayuda de los telescopios, los astrónomos miden el **ángulo de paralaje, p**, entre, por ejemplo, las observaciones de una estrella hechas en diciembre y en junio. En la Figura 16.18 se muestran las posiciones angulares de una estrella cercana en estos dos meses. (En las Figuras 16.18 y 16.19 se ha exagerado *mucho* el valor del ángulo de paralaje para una mayor claridad).

■ **Figura 16.18** Medida del ángulo de paralaje con seis meses de diferencia



■ **Figura 16.19** La geometría del ángulo de paralaje

Si las medidas se realizan con seis meses exactos de diferencia, la distancia entre las posiciones en las que se realizan esas dos medidas es la del diámetro de la órbita de la Tierra alrededor del Sol. Podemos asumir que la órbita es circular y, por lo tanto, el radio es constante.

El paralaje de las estrellas, incluso las más cercanas, es muy pequeño debido a las largas distancias a las que se encuentran y esto significa que los ángulos de paralaje son tan reducidos que se miden en **segundos de arco**. (En un grado hay 3600 segundos de arco).

Una vez se ha medido el ángulo de paralaje, se puede realizar un sencillo cálculo de geometría para determinar la distancia a la estrella (Figura 16.19):

$$\text{ángulo de paralaje, } p \text{ (rad)} = \frac{1,50 \times 10^{11}}{d} \text{ (m)}$$

Debemos tener en cuenta que la distancia de la Tierra a la estrella y del Sol a la estrella se puede considerar la misma para estos ángulos tan pequeños, por lo que $p \text{ (rad)} = \text{sen } p = \text{tg } p$.

Ejemplo resuelto

- 1 Calcula la distancia, d , a una estrella si su paralaje es 0,240 segundos de arco.

$$0,240 \text{ segundos de arco} = \left(\frac{0,240}{3600}\right) \times \left(\frac{2\pi}{360}\right) = 1,16 \times 10^{-6} \text{ rad}$$

$$p \text{ (rad)} = \frac{1,50 \times 10^{11}}{d \text{ (m)}}$$

$$1,16 \times 10^{-6} = \frac{1,50 \times 10^{11}}{d}$$

$$d = 1,29 \times 10^{17} \text{ m (= 13,7 al)}$$

Si se puede medir el ángulo de paralaje de una estrella cercana, estos cálculos se pueden emplear para determinar su distancia. Son los que se usan de forma habitual, ya que es más fácil utilizar el ángulo directamente como medida de una distancia que realizar los cálculos en unidades del SI.

Ya hemos visto que el parsec se define como la distancia a una estrella que tiene un ángulo de paralaje de un segundo de arco. Y de aquí podemos deducir una relación inversa: los ángulos de paralaje más grandes suponen distancias más pequeñas. Por lo tanto:

$$d \text{ (parsec)} = \frac{1}{p \text{ (segundo de arco)}}$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*. Por ejemplo, una estrella con un ángulo de paralaje, p , de 0,25 segundos de arco estará a una distancia de $\frac{1}{0,25} = 4 \text{ pc}$, etc. En la tabla 16.3 se muestra la relación entre los ángulos de paralaje y las distancias.

El método del paralaje estelar está limitado porque los telescopios terrestres no pueden observar desplazamientos muy reducidos en las posiciones aparentes de las estrellas, o medir con precisión ángulos muy pequeños inferiores a 0,01 segundos de arco. Esto supone que este método se suele limitar a las estrellas que están relativamente próximas a la Tierra, a unos 100 pc, y dentro de nuestra galaxia. El uso de telescopios en los satélites situados por encima de la turbulencia y las distorsiones de la atmósfera terrestre puede ampliar este margen de forma considerable, pero sigue sin ser apropiado para la mayoría de las estrellas, que se encuentran a mucha mayor distancia.

■ **Tabla 16.3** Ángulos de paralaje en segundos de arco y distancias en parsecs

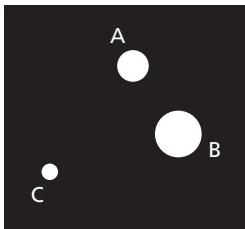
Ángulo de paralaje/segundos de arco	Distancia/pc
0,10	10,00
0,25	4,00
0,50	2,00
1,00	1,00

- 15 Convierte un ángulo de 1 segundo de arco en:
- grados
 - radianes.
- 16 El ángulo de paralaje de la estrella de Barnard es de 0,55 segundos de arco. ¿A qué distancia se encuentra de la Tierra:
- en pc
 - en m
 - en al?
- 17 ¿Cuáles son los ángulos de paralaje de tres estrellas cuyas distancias respectivas a la Tierra son las siguientes?
- $2,47 \times 10^{15}$ km
 - 7,9 al
 - 2,67 pc

■ Luminosidad y brillo aparente

Todas las estrellas (excepto el Sol) nos parecen puntos en el espacio. La única información *directa* que tenemos sobre cualquier estrella en concreto es su posición (tal como se representa en un mapa estelar *bidimensional*), la intensidad de la radiación que recibimos de ella y el espectro de su radiación. Estas son las únicas diferencias observables entre todas las estrellas que podemos detectar.

El **brillo aparente**, b , de una estrella (incluido el Sol) se define como la *intensidad* (potencia/área) recibida (perpendicular a la dirección de la propagación) en la Tierra. Se mide en W m^{-2} .

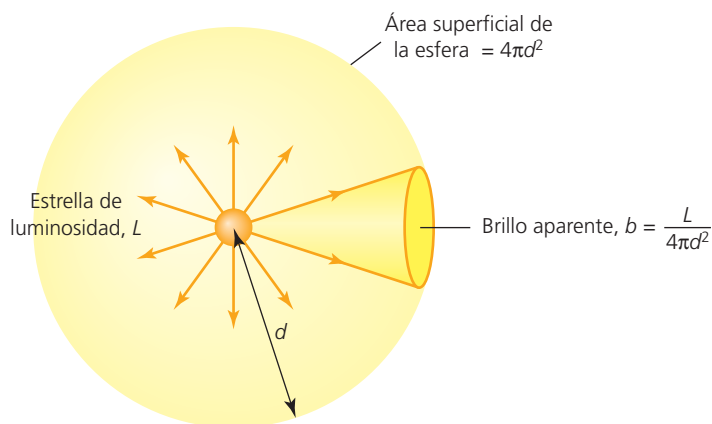


■ **Figura 16.20**
El brillo aparente de tres estrellas (indicado por los diámetros de los puntos)

El brillo aparente del Sol es aproximadamente 1360 W m^{-2} por encima de la atmósfera de la Tierra. También se denomina **constante solar** y la estudiamos en el Capítulo 8. Obviamente, el brillo aparente del resto de estrellas es muy inferior. Un valor convencional sería $10^{-12} \text{ W m}^{-2}$. Los astrónomos han desarrollado métodos muy precisos para medir el brillo aparente usando dispositivos de carga acoplada (CCD, por sus siglas en inglés), en los que la carga que se crea en un semiconductor es proporcional al número de fotones recibidos, y de aquí el brillo aparente.

En la figura 16.20, las estrellas A y B parecen estar próximas entre sí, pero en realidad, en el espacio tridimensional, la estrella A podría estar mucho más cerca de la estrella C que de la B. La situación puede ser todavía más confusa debido a las diferencias en el brillo de las tres estrellas. Por ejemplo, es viable que la estrella B sea la que está más alejada de las tres y que solo parezca más brillante porque emite mucha más luz que las otras dos.

La **luminosidad**, L , de una estrella se define como la potencia total que irradia (en forma de ondas electromagnéticas). Se mide en vatios, W.



■ **Figura 16.21** Relación entre el brillo aparente y la luminosidad

Por ejemplo, la luminosidad del Sol es de $3,8 \times 10^{26} \text{ W}$.

El brillo aparente de una estrella que se observa desde la Tierra depende de su luminosidad y su distancia a nuestro planeta.

Podríamos pensar de forma razonable que la energía de cualquier estrella se propaga por igual en todas las direcciones, de modo que la potencia que llega a un observador distante en la Tierra es considerablemente inferior a la potencia emitida. Si asumimos que la energía emitida no se absorbe ni se dispersa cuando viaja en el espacio, la potencia recibida por metro cuadrado en cualquier punto de una esfera de radio d es igual a la potencia emitida (luminosidad) dividida por el área «superficial» de la esfera, tal como se muestra en la Figura 16.21.

$$\text{el brillo aparente, } b = \frac{L}{4\pi d^2}$$

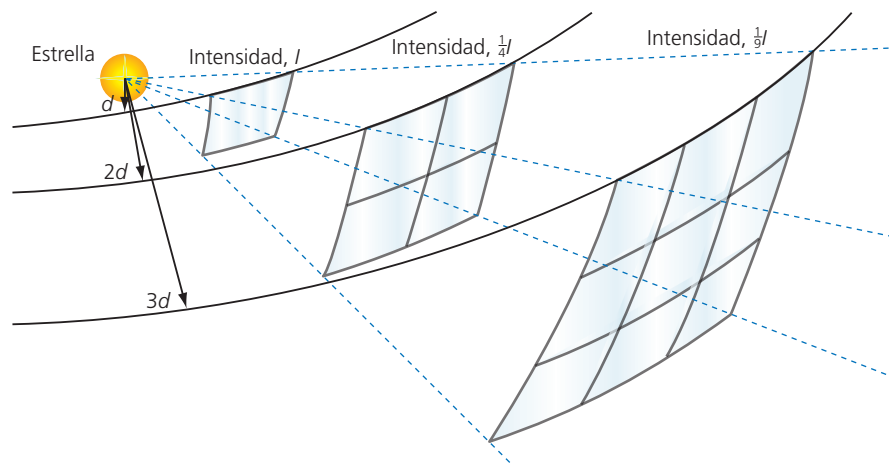
Esta importante ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

Naturaleza de la ciencia

La relación de la inversa del cuadrado

La importancia de esta ecuación del brillo aparente se explica por el hecho de que una vez que hemos medido el brillo aparente de una estrella y si conocemos su distancia a la Tierra, entonces solo es necesario calcular su luminosidad. De forma inversa, tal como veremos más adelante, si conocemos la luminosidad de una estrella, la medida de su brillo aparente puede permitirnos calcular su distancia a la Tierra. La información que ofrece esta sencilla ecuación es fundamental para comprender los conceptos básicos de la astronomía.

Este es un ejemplo de una **relación inversa del cuadrado**. Si se multiplica por 2 la distancia a una estrella, entonces el brillo aparente se debe dividir entre 2^2 ; si la distancia se multiplica, por ejemplo, por 37, entonces el brillo aparente se divide entre 37^2 (= 1369), etc. Este principio se ilustra en la Figura 16.22, en la que se muestra cómo al multiplicarse la distancia por tres, la potencia se ha dispersado entre nueve veces (3^2) el área.



■ **Figura 16.22** Cómo varía la intensidad con la ley de la inversa del cuadrado

No es de extrañar que la radiación apenas se absorba o disperse cuando viaja miles de millones de kilómetros en el espacio vacío, aunque los efectos de este desplazamiento sí se deben tener en cuenta cuando se estudian las galaxias más distantes. Sin embargo, los 100 km de la atmósfera terrestre tienen un efecto muy significativo, ya que se reducen el brillo y la resolución en muchas partes del espectro. Este es el motivo por el que los astrónomos prefieren normalmente usar telescopios situados en lo alto de las montañas o en satélites que sobrevuelan la atmósfera terrestre para recopilar datos.

Aplicaciones



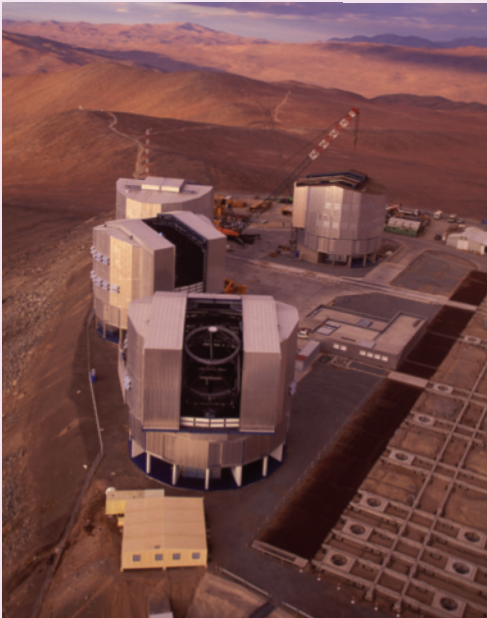
Telescopios en tierra y telescopios en órbita

Las ondas de todas las zonas del espectro electromagnético llegan a la Tierra procedentes del espacio exterior y es realmente sorprendente todo lo que los científicos han descubierto sobre el universo a partir de los estudios realizados de estas distintas radiaciones. En la mayoría de los casos, depende de cómo se interpreta esta información, pero apenas se dispone de datos sobre el modo en el que las distintas partes del espectro electromagnético ofrecen información diferente sobre sus fuentes. En la Figura 16.23 se muestra un telescopio diseñado para enfocar y detectar las ondas de radio del espacio exterior.

Cuando la radiación atraviesa la atmósfera terrestre, parte de esa radiación se puede absorber, refractar o dispersar, y estos efectos dependen en gran medida de las longitudes de onda.



■ **Figura 16.23** Un telescopio del Very Large Array, Nuevo México, EE. UU., recibiendo ondas de radio del espacio



■ **Figura 16.24** Los telescopios en el Observatorio de Paranal, construidos en la cima del Cerro Paranal, una montaña del desierto de Atacama en Chile



■ **Figura 16.25** El telescopio Hubble

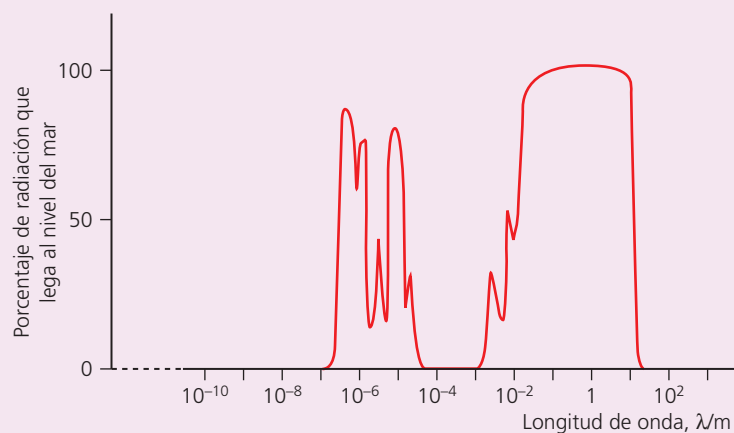
Por ejemplo, en la luz visible, el extremo azul del espectro se dispersa más que la luz roja y eso ayuda a explicar el tono azul del cielo y los atardeceres rojos. Solo tenemos que observar la bruma movедiza que desprenden las superficies calientes para apreciar el efecto que provocan las corrientes de convección que hay en el aire sobre lo que vemos.

Los astrónomos comprendieron hace mucho tiempo las ventajas de ubicar los telescopios ópticos en las cimas de las montañas para reducir los efectos adversos de la atmósfera en las imágenes obtenidas (Figura 16.24). Las montañas más elevadas están, obviamente, a mucha menor altitud que la atmósfera, que se supone que tiene 100 km de altura, aunque no se distingue su «límite».

El uso de telescopios que orbitan los satélites ha mejorado mucho la resolución de las imágenes del espacio. (La resolución de las imágenes se estudió en el Capítulo 9 y es solo para los estudiantes de Nivel superior). El telescopio Hubble (Figura 16.25) ha sido uno de los centros de atención y muchas de sus espectaculares imágenes son famosas en todo el mundo. El telescopio se lanzó en 1990 y debe su nombre al famoso astrónomo estadounidense Edwin Hubble. Tiene una masa aproximada de 11 toneladas, orbita a unos 560 km por encima de la superficie de la Tierra y tarda 96 minutos en completar una órbita. Uno de los mayores logros conseguidos por los astrónomos que han usado este telescopio ha sido el cálculo exacto de las distancias a las estrellas muy distantes, lo que ha permitido un cálculo mucho más preciso de la edad del universo.

La segunda gran ventaja de lanzar un satélite en órbita es que puede detectar las radiaciones que de otro modo se absorberían en la atmósfera antes de llegar a cualquier telescopio terrestre (los que hay en la superficie de nuestro planeta). En la Figura 16.26 se indica (aproximadamente) el efecto que tiene la atmósfera terrestre a la hora de impedir la llegada a la superficie de nuestro planeta de las radiaciones de distintas longitudes de onda.

- 1 Haz un esquema de la Figura 16.26 e indica y nombra las distintas secciones del espectro electromagnético.
- 2 Visita el sitio web del telescopio Hubble para observar las magníficas imágenes del espacio y haz una lista de las características más destacadas del telescopio.



■ **Figura 16.26** Cómo afecta la atmósfera de la Tierra a la radiación entrante

Ejemplo resuelto

- 2 Una estrella con una luminosidad de $6,3 \times 10^{27}$ W se encuentra a $7,9 \times 10^{13}$ km de la Tierra. ¿Cuál es su brillo aparente?

$$b = \frac{L}{4\pi d^2}$$

$$b = \frac{6,3 \times 10^{27}}{4\pi \times (7,9 \times 10^{16})^2}$$

$$b = 8,0 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2}$$

- 18 ¿A qué distancia de la Tierra se encuentra una estrella que tiene una luminosidad de $2,1 \times 10^{28}$ W y un brillo aparente de $1,4 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2}$?
- 19 Una estrella que está a 12,4 al de la Tierra tiene un brillo aparente de $2,2 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2}$. ¿Cuál es su luminosidad?
- 20 Calcula la distancia al Sol usando los valores de su luminosidad y brillo aparente.
- 21 La estrella A está a 14 al de la Tierra y la estrella B a 70 al. Calcula el radio de sus luminosidades si el brillo aparente de la estrella A es 3 200 veces superior al de la estrella B.
- 22 Si la radiación de la estrella de la pregunta 18 tiene una longitud de onda media visible de $5,5 \times 10^{-7}$ m, calcula cuántos fotones visibles llegan por segundo a un ojo humano cuya pupila tiene un diámetro de 0,50 cm.

Relación entre la luminosidad de una estrella y su temperatura superficial

En el Capítulo 8 explicamos que la potencia irradiada por una superficie en forma de ondas electromagnéticas se puede calcular a partir de la ecuación $P = e\sigma AT^4$ donde A es el área superficial, T es la temperatura (K) y σ es la constante de Stefan Boltzmann. Podemos asumir que las estrellas se comportan como *cuerpos negros perfectos*, por lo que la emisividad $e = 1$ y la potencia emitida por una estrella (su luminosidad, L) viene dada por:

$$L = \sigma AT^4$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

Recuerda que cuando una superficie se describe como «cuerpo negro perfecto» no significa que parezca negra, sino que emite la máxima radiación posible a cualquier temperatura. Esta ecuación nos demuestra que si conocemos la luminosidad de una estrella y su temperatura superficial, entonces podemos calcular el área y el radio de su superficie ($A = 4\pi r^2$). Así se demuestra en el ejemplo resuelto y los problemas siguientes. En la siguiente sección revisaremos cómo se puede aplicar la ley del desplazamiento de Wien (Capítulo 8) para determinar la temperatura superficial de una estrella a partir de su espectro.

Ejemplo resuelto

- 3 ¿Cuál es la luminosidad de una estrella que tiene un radio de $2,70 \times 10^6$ km y cuya temperatura superficial es 7 120 K?

$$L = \sigma AT^4$$

$$= (5,67 \times 10^{-8}) \times 4\pi \times (2,70 \times 10^6 \times 10^3)^2 \times (7 120)^4$$

$$= 1,33 \times 10^{28} \text{ W}$$

- 23 Una estrella tiene un área superficial de $1,8 \times 10^{19} \text{ m}^2$ y una temperatura superficial de 4200 K. ¿Cuál es su luminosidad?
- 24 Si una estrella tiene una luminosidad de $2,4 \times 10^{28}$ W y una temperatura superficial de 8500 K, ¿cuál es:
 a su área superficial
 b su radio?
- 25 ¿Cuál es la temperatura superficial de una estrella que tiene un área de $6,0 \times 10^{20} \text{ m}^2$ y una luminosidad de $3,6 \times 10^{30}$ W?
- 26 Si la estrella de la pregunta 23 se encuentra a 17,3 al, ¿cuál es su brillo aparente cuando se ve desde la Tierra?
- 27 Si la estrella de la pregunta 24 tiene un brillo aparente de $2,5 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2}$, ¿a cuántos kilómetros se encuentra de la Tierra?
- 28 Compara las luminosidades de estas dos estrellas: una estrella A cuya temperatura superficial es la mitad que la de la estrella B, pero cuyo radio es 40 veces mayor.
- 29 La luminosidad de una estrella es 80 veces superior a la del Sol y la temperatura superficial es el doble que la del Sol. ¿Cuál es la relación entre el tamaño de las dos estrellas?

16.2 (D2: Núcleo) Características estelares y evolución estelar

Un diagrama simple en el que se representa la luminosidad respecto a la temperatura superficial de las estrellas revela unos patrones inusualmente detallados que nos ayudan a comprender su funcionamiento interno. Las estrellas siguen patrones bien definidos desde el momento en que se crean hasta su muerte final

■ Espectros estelares

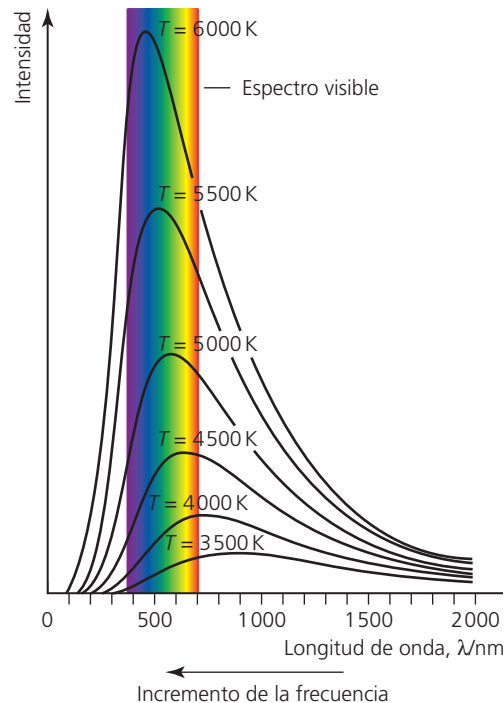
Naturaleza de la ciencia

Las pruebas que facilitan los espectros

Los astrónomos han obtenido mucha información del universo a partir de un número limitado de pruebas recibidas de fuentes que se encuentran a distancias increíbles de la Tierra. Además de la ubicación y la luminosidad de las estrellas, se pueden determinar una gran cantidad de datos si se examina minuciosamente el espectro que crea una estrella.

- Si podemos medir la longitud de onda a la que la radiación emitida tiene su máxima intensidad, podemos calcular la *temperatura superficial* de una estrella.
- Si podemos observar el espectro de absorción que crean las capas más externas de una estrella, podemos determinar su *composición química*.
- Si comparamos el espectro de absorción que recibimos de una estrella con el espectro del mismo elemento observado en la Tierra, podemos usar el desplazamiento Doppler para determinar la *velocidad* de la estrella (o galaxia); esto nos facilita pruebas experimentales de la expansión del universo. (Véase la sección 16.3).

■ **Figura 16.27**
Los espectros de cuerpos negros emitidos por estrellas con diferentes temperaturas superficiales



Temperatura superficial

En la Figura 16.27 podemos observar que los espectros de las estrellas con diferentes temperaturas superficiales difieren, no solo en su intensidad total, sino en la dispersión de las longitudes de onda emitidas. Esta gráfica es similar a una que ya vimos en el Capítulo 8.

La **ley de desplazamiento de Wien** también la estudiamos en el Capítulo 8. Es una ley empírica que representa cómo disminuye la longitud de onda a la que la intensidad de radiación es máxima cuando se calienta la superficie:

$$\lambda_{\text{máx}} T = 2,9 \times 10^{-3} \text{ m K}$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*. También se incluye en el Capítulo 8 de una forma ligeramente diferente.

Ejemplo resuelto

- 4 ¿Cuál es la temperatura superficial de una estrella que emite radiación con un pico de intensidad en una longitud de onda de $1,04 \times 10^{-7} \text{ m}$?

$$\lambda_{\text{máx}} T = 2,9 \times 10^{-3} \text{ m K}$$

$$(1,04 \times 10^{-7}) T = 2,90 \times 10^{-3}$$

$$T = \frac{2,90 \times 10^{-3}}{1,04 \times 10^{-7}} \\ = 27900 \text{ K}$$

- 30 Si la temperatura superficial del Sol es de 5700 K, ¿a qué longitud de onda es máxima la radiación emitida? ¿En qué parte del espectro visible se encuentra esta longitud de onda?
- 31 Una estrella emite radiación que tiene su máxima intensidad a una longitud de onda de $6,5 \times 10^{-7}$ m.
- ¿Cuál es su temperatura superficial?
 - Si tiene una luminosidad de $3,7 \times 10^{29}$ W, ¿cuál es el área superficial de la estrella?
 - ¿Cuál es su radio?
- 32 a ¿A qué longitud de onda emite radiación a la máxima intensidad una estrella con una temperatura superficial de 8200 K?
- Si esta estrella tiene un radio de $1,8 \times 10^6$ km, ¿cuál es su luminosidad?
 - Si se encuentra a 36 al de la Tierra, ¿cuál es su brillo aparente?
- 33 La estrella Canopus tiene una luminosidad de $5,8 \times 10^{30}$ W y un radio de $4,5 \times 10^{10}$ m. Usa estos datos para calcular la longitud de onda a la que emite la máxima radiación.
- 34 Haz un esquema para comparar los espectros de emisión de las estrellas Betelgeuse (3600 K) y Alkaid (20000 K).

Aplicaciones

La clasificación de las estrellas según los colores que emiten

Las temperaturas superficiales de distintas estrellas pueden ser de apenas unos cientos de grados kelvin o alcanzar más de 40000 K. Aunque en la Figura 16.27 solo se muestran las gráficas de las estrellas más frías, debemos tener claro que el rango de los colores visibles presentes en los espectros de las estrellas a diferentes temperaturas varía ligeramente. Por ejemplo, la luz que emite una temperatura superficial de 4500 K tiene su máxima intensidad en el extremo rojo del espectro, mientras que la luz generada a 6000 K la tiene en el extremo azul violeta del espectro. Las estrellas más calientes son de color azul o blanco, mientras que las estrellas más frías tienden al amarillo o al rojo.

Los observadores sobre la Tierra detectan ligeras diferencias en el color y este ha sido durante muchos años el método con el que los astrónomos agrupan y clasifican las distintas estrellas. En general, las estrellas más frías son ligeramente más rojas y las estrellas más calientes un poco más azules.

En la Tabla 16.4 se incluyen las ocho clases espectrales en las que se distribuyen todas las estrellas visibles.

■ **Tabla 16.4**
Clases espectrales,
temperaturas y
colores

Clase espectral	Temperatura superficial/K	Color
O	30 000–50 000	azul
B	10 000–30 000	azul-blanco
A	7 500–10 000	blanco
F	6 000–7 500	amarillo-blanco
G	5 000–6 000	amarillo
K	3 500–5 000	amarillo-rojo (naranja)
M	2 000–3 500	rojo

Este sistema aparentemente aleatorio de clasificar mediante letras las estrellas según su color es una adaptación de una clasificación alfabética anterior. Esta es una regla nemotécnica muy utilizada para recordar el orden (empezando por la más caliente): «*Only Bad Astronomers Forget Generally Known Mnemonics*» (que podría traducirse como «solo los malos astrónomos olvidan normalmente las reglas nemotécnicas»).

- ¿Cuál es la clase espectral del Sol?
 - Normalmente a la luz que procede del Sol le atribuimos el color «blanco». Argumenta si se trata de una descripción precisa.
- Hay dos tipos comunes de estrellas que se conocen como gigantes rojas y enanas blancas. ¿A qué clase espectral crees que pertenecen?
- ¿Cuál es la clase espectral y el color de la estrella Alkaid (mencionada en la pregunta 34)?

Composición química

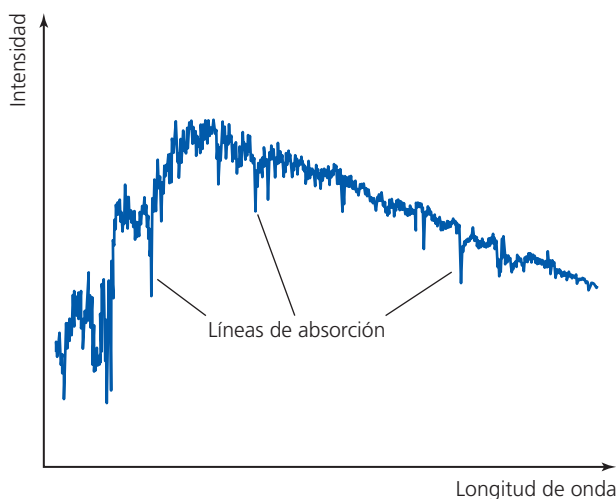
Cuando el espectro del cuerpo negro continuo que emite una estrella atraviesa sus capas más frías y externas, los átomos presentes absorben algunas longitudes de onda. Cuando la radiación se detecta en la Tierra, se observa un **espectro de absorción** (ya explicado en el Capítulo 7).

Como sabemos que todos los elementos químicos tienen su propio espectro único, esta información se puede usar para identificar los elementos existentes en las capas externas de una estrella. El helio es el segundo elemento más abundante en el universo (después del hidrógeno), pero no se detectó en la Tierra hasta 1882. Sin embargo, catorce años antes, se hubiera identificado como un elemento nuevo en el Sol a partir de su espectro (véase la Figura 16.28).



■ **Figura 16.28** El espectro de absorción del helio

En la gráfica de la Figura 16.29 se representa cómo se modifica un espectro de cuerpo negro emitido por el núcleo de una estrella con la absorción de la radiación en las capas más externas.



■ **Figura 16.29** Gráfica de la intensidad frente a la longitud de onda de un espectro de absorción estelar

Enlace con la teoría del conocimiento

El papel de la interpretación

Solo las mentes más entrenadas pueden interpretar la información que revelan los espectros. ¿Cuál es el papel que desempeña la interpretación a la hora de adquirir conocimientos en las ciencias naturales? ¿En qué se diferencia del papel que desempeña la interpretación en otras áreas de conocimiento?

Sin un conocimiento y una comprensión científicos detallados, la observación de los espectros no ofrecería indicios claros sobre la naturaleza de las estrellas. Sucede exactamente lo mismo con otros aspectos de la astronomía. Sin experiencia científica, la información no tiene ninguna utilidad y puede parecer irrelevante, de modo que cualquier persona no experta no tendría la capacidad de comentarla de forma eficaz. Estas mismas reflexiones se aplican a los estudios avanzados en otras disciplinas científicas.

■ El diagrama Hertzsprung-Russell (HR)

La luminosidad de una estrella depende de su temperatura superficial y de su área superficial ($L = \sigma AT^4$), por lo que una estrella puede ser particularmente luminosa porque está caliente, porque es grande o por ambos motivos.

A principios del siglo XX dos científicos, Hertzsprung y Russell, representaron por separado diagramas similares de luminosidad y temperatura para poder determinar si las estrellas seguían o no un patrón en su distribución.

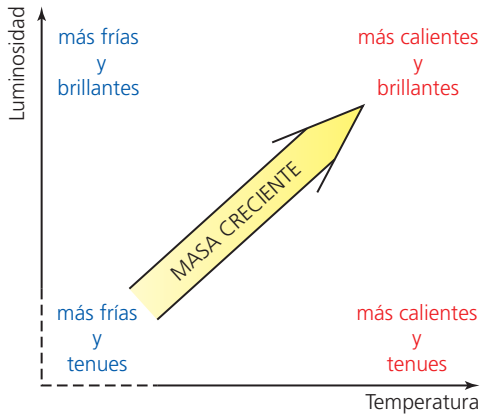
Si no hubiera similitudes en la composición de las distintas estrellas, podría haber muchas combinaciones diferentes de temperatura, tamaño y luminosidad. Esto permitiría su distribución aleatoria según un diagrama de luminosidad-temperatura. Sin embargo, más del 90% de todas las estrellas experimentan los mismos procesos, en los que el hidrógeno se fusiona en helio (tal como se ha explicado previamente), y se encuentran en un tipo de equilibrio parecido. A estas estrellas se las denomina **estrellas de secuencia principal** y lo único que las diferencia es su masa.

Relación masa-luminosidad en las estrellas de secuencia principal

Las estrellas formadas a partir de *masas más grandes* tienen fuerzas gravitatorias más intensas que las mantienen unidas. Esto provoca temperaturas más elevadas en sus núcleos y velocidades mayores de fusión nuclear. Las estrellas de secuencia principal con más masa tienen un tamaño mayor, una temperatura superficial más alta y *más luminosidad*.

La relación entre la luminosidad, L , y la masa, M , en las estrellas de secuencia principal viene dada por la ecuación siguiente, que figura en el *Apéndice de datos de Física*. Esta es una relación generalizada y aproximada, y es posible que no sea exacta para todas las estrellas.

$$L \propto M^{3.5}$$



■ **Figura 16.30** Relación entre masa, temperatura y luminosidad en las estrellas de secuencia principal

Por ejemplo, si la estrella A tiene el doble de masa que la estrella B, la estrella A tendrá una luminosidad aproximadamente $2^{3.5}$ veces superior a la estrella B ($\approx \times 11$). Esto supone que la velocidad de la fusión nuclear en la estrella con más masa será mucho mayor y tendrá una vida media muy inferior a la estrella de menor masa.

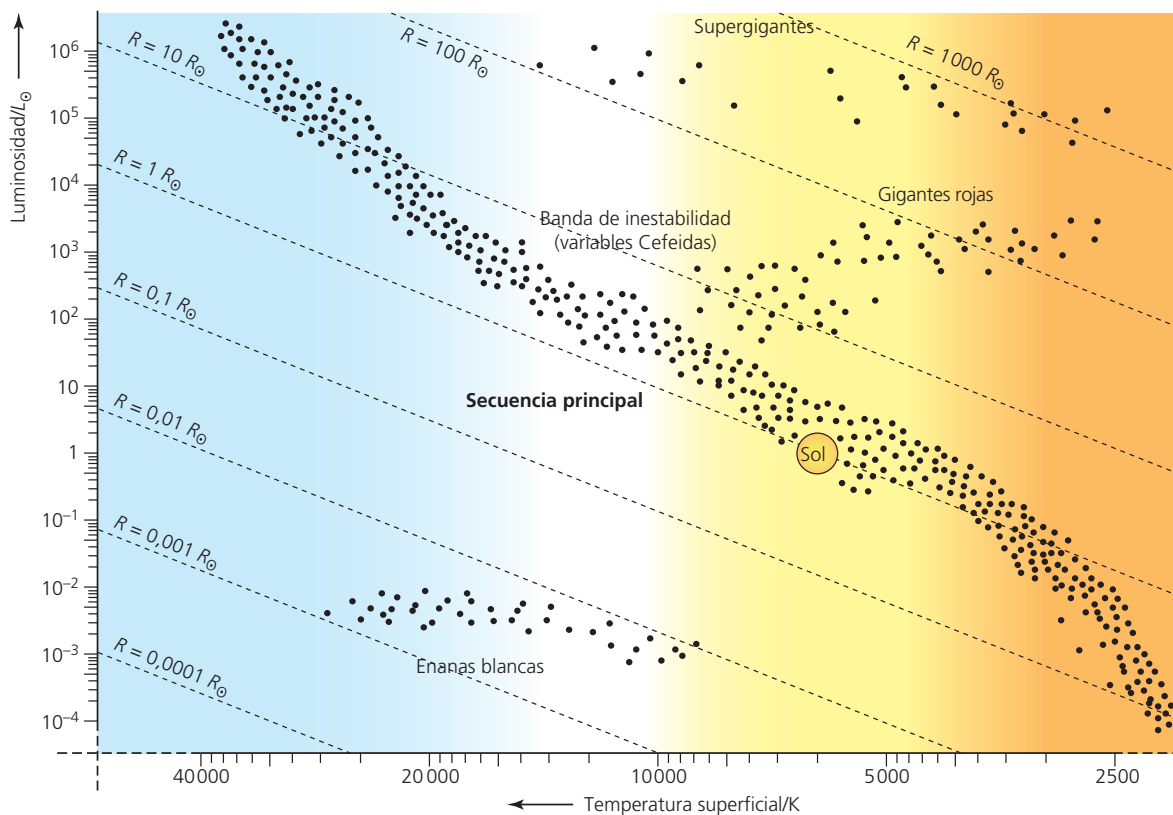
Si la relación entre la masa y la luminosidad de una estrella se representa mediante esta ecuación, podemos estar seguros de que se trata de una estrella de secuencia principal.

En la Figura 16.30 se sugiere el aspecto de un diagrama de luminosidad-temperatura para estrellas de secuencia principal de diferentes masas.

Hertzsprung y Russell representaron los datos de un número muy elevado de estrellas en diagramas de luminosidad-temperatura, pero el importante diagrama HR difiere en dos aspectos de la Figura 16.30:

- 1 Por razones históricas, la escala de temperaturas está invertida.
- 2 Debido a las enormes diferencias en la luminosidad de las estrellas, la escala es logarítmica en lugar de lineal. (La escala de temperaturas también suele ser logarítmica).

En la Figura 16.31 se muestra un número elevado de estrellas individuales representadas en un diagrama de Hertzsprung-Russell (HR), donde todas las luminosidades se han comparado con la luminosidad del sol (L_{\odot}). En esta figura también se intentan representar los colores de las estrellas.



■ **Figura 16.31** El diagrama de Hertzsprung-Russell (HR)

Debemos tener claro que las estrellas *no* están distribuidas al azar en el diagrama HR. Este diagrama se puede usar como base para clasificar las estrellas en distintos tipos.

Como ya se ha explicado, la mayoría de las estrellas (un 90%) se pueden localizar en una banda central, que discurre desde la parte superior izquierda hasta la parte inferior derecha de la Figura 16.31. Estas son las estrellas de secuencia principal. El 10% restante que *no* se encuentran en la secuencia principal son importantes y las estudiaremos en la siguiente sección. En general, podemos afirmar que cualquier estrella que se encuentre verticalmente *por encima* de la secuencia debe ser de mayor tamaño (que las estrellas de secuencia principal) para que pueda tener más luminosidad a la misma temperatura. Por motivos similares, cualquier estrella *por debajo* de la secuencia principal debe ser de menor tamaño que las estrellas de secuencia principal que tienen la misma temperatura.

Si tenemos en cuenta $L = \sigma AT^4$ y $A = 4\pi R^2$ (de las que deducimos que $L = \sigma 4\pi R^2 T^4$), podemos dibujar las líneas del radio constante del diagrama HR (tal como se muestra en la figura 16.31).

Ejemplo resuelto

- 5 Usa el diagrama HR de la Figura 16.31 para predecir la temperatura superficial de una estrella de secuencia principal cuyo radio es diez veces el radio del Sol.

La banda de estrellas de secuencia principal cruza la línea $R = 10R_{\odot}$ aproximadamente a 30 000 K.

- 35 El radio del Sol mide 7×10^8 m y su temperatura superficial es de 5 800 K. Calcula el radio de una estrella de secuencia principal cuya temperatura superficial es cinco veces la del Sol.
- 36 Las luminosidades de dos estrellas de secuencia principal tienen una relación 10:1. ¿Cuál es la relación entre sus masas?
- 37 a La masa de una estrella es cinco veces superior a la masa del Sol. Calcula su luminosidad.
 b ¿Qué has asumido para realizar el cálculo?
 c ¿Qué estrella tiene la vida más larga?
 d Usa el diagrama HR de la Figura 16.31 para determinar la temperatura superficial de la estrella.
 e ¿Cuántas veces aproximadamente es más grande esta estrella que el Sol?
- 38 Usa el diagrama HR para calcular la diferencia de diámetro de una estrella enana blanca y una estrella supergigante si ambas tienen la misma temperatura superficial.

Aplicaciones

Uso del diagrama HR para calcular la distancia a las estrellas

Si usamos la ley de Wien, podemos determinar la temperatura superficial de una estrella a partir de su espectro y, si asumimos que se trata una estrella de secuencia principal, es relativamente sencillo usar el diagrama HR para calcular su luminosidad, L , y por consiguiente su distancia, d , a la Tierra con la fórmula $b = L/4\pi d^2$ y el valor de su brillo aparente, b .

Según este método, asumimos que la radiación, que ha viajado distancias enormes desde estrellas muy distantes, no se ha visto alterada de ningún modo durante el viaje. Por ejemplo, si se absorbe o dispersa radiación durante el viaje, el valor del brillo aparente que se usa en los cálculos es inferior del que habría sin absorción o dispersión, lo que conduce a una sobreestimación de la distancia a la que se encuentra la estrella.

Como posiblemente no se conoce con precisión la posición exacta de la estrella en el diagrama HR, y debido a que se desconocen los valores de dispersión o absorción, existen ciertas dudas sobre este método para determinar las distancias estelares.

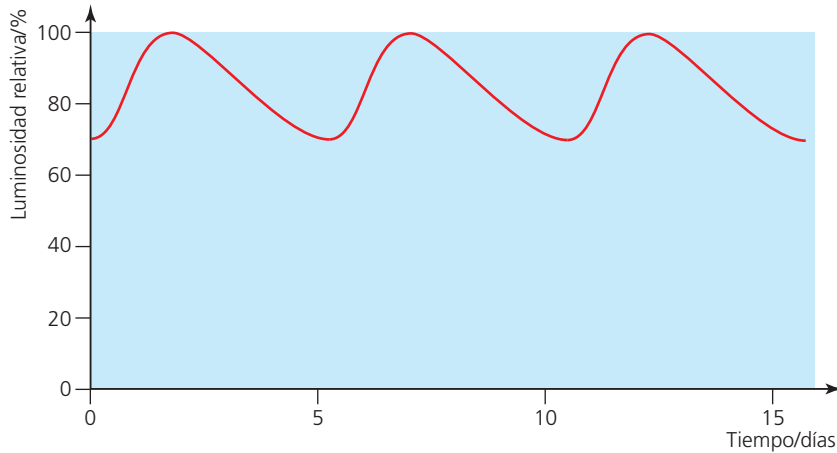
De hecho, el uso del método (erróneamente denominado *paralaje espectroscópico*) se reduce mayoritariamente a nuestra galaxia. La mayoría de las estrellas se encuentran obviamente en otras galaxias mucho más alejadas, por lo que para determinar las distancias a esas galaxias necesitamos otros métodos.

- 1 Calcula la distancia desde la Tierra (en pc) a una estrella de secuencia principal que tiene una temperatura superficial de 7 500 K y un brillo aparente de $4,6 \times 10^{-13} \text{ W m}^{-2}$.

■ Tipos de estrellas que *no* están en la secuencia principal

Variables Cefeidas

La **banda de inestabilidad** del diagrama HR contiene distintos tipos de estrellas pulsantes. Estas estrellas se han desplazado de la secuencia principal y oscilan según los efectos de la presión gravitatoria, la radiación y las presiones térmicas existentes. Las estrellas más importantes que hay en la banda de inestabilidad se conocen como **variables Cefeidas**.



■ **Figura 16.32** Variación de la luminosidad de una estrella variable Cefeida

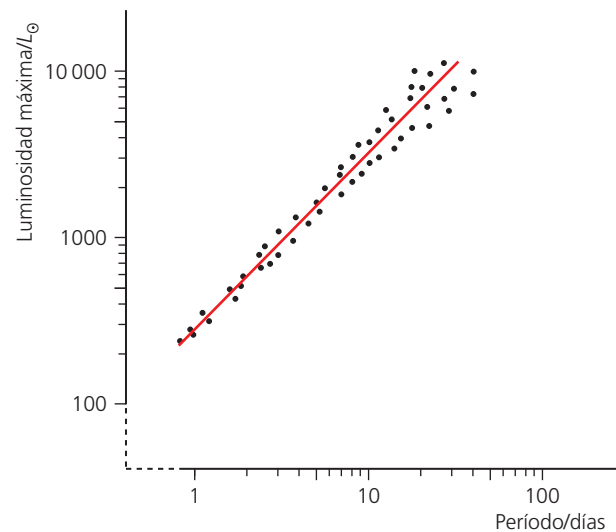
En una variable Cefeida las capas más externas se suelen expandir y contraer (por lo general un 30%) en períodos sorprendentemente cortos (en términos astronómicos), lo que provoca variaciones muy regulares y precisas en la luminosidad (véase la Figura 16.32): un período habitual consta de varias semanas. Si la temperatura superficial permanece aproximadamente constante, entonces la luminosidad creciente se explica por el aumento del área superficial cuando la estrella se expande.

Aunque las variables Cefeidas no son estrellas comunes, tienen gran relevancia y su comportamiento ha sido objeto de minuciosos estudios. A partir de las observaciones de esas variables Cefeidas que están próximas a

la Tierra, sabemos que hay una relación precisa entre el período de los pulsos de su luminosidad (y por lo tanto de su brillo aparente que recibimos en la Tierra) y el máximo valor de esa luminosidad. Fue Henrietta Leavitt (Figura 16.33) quien realizó este descubrimiento en 1908. A esta relación se le denomina **relación período-luminosidad** y se suele presentar de forma gráfica, tal como se muestra en la Figura 16.34; cuanto más largo es el período, mayor es la luminosidad de la variable Cefeida.



■ **Figura 16.33** Henrietta Leavitt descubrió la periodicidad de las variables Cefeidas en 1908



■ **Figura 16.34** Relación período-luminosidad de una variable Cefeida

Debemos tener en cuenta la naturaleza logarítmica de las dos escalas de la gráfica de la Figura 16.34, ya que es necesario para poder incluir el enorme intervalo de valores que se ven afectados.

Uso de las variables Cefeidas para determinar distancias astronómicas

Si se puede determinar la luminosidad de una variable Cefeida a partir de su período, entonces se puede calcular su distancia a la Tierra, d , una vez medido su brillo aparente, b . Para ello podemos utilizar de nuevo la ecuación:

$$b = \frac{L}{4\pi d^2}$$

La falta de precisión de los datos que se utilizan supone que estas estimaciones de las distancias, sobre todo a las galaxias más alejadas, sean inciertas. Esta incertidumbre es un problema fundamental a la hora de calcular la edad del universo.

Los astrónomos habitualmente describen las variables Cefeidas como «**velas estándar**» porque la posibilidad de determinar su distancia a la Tierra se puede considerar un buen indicador de la distancia de toda la galaxia a nuestro planeta (ya que ese valor es muy superior al existente entre las estrellas que forman la galaxia, véase la Figura 16.15).

Ejemplo resuelto

- 6 Se observa que el brillo aparente de una variable Cefeida de una galaxia distante varía con un período de 8,0 días. Si su brillo aparente máximo es de $1,92 \times 10^{-9} \text{ W m}^{-2}$, ¿a qué distancia está la galaxia?

Según una gráfica luminosidad-período (similar a la Figura 16.34), se puede determinar que la luminosidad máxima es 2 500 veces la luminosidad del Sol.

$$\text{luminosidad} = 2\,500 \times (3,8 \times 10^{26} \text{ W}) = 9,5 \times 10^{29} \text{ W}$$

$$b = \frac{L}{4\pi d^2}$$

$$1,92 \times 10^{-9} = \frac{9,5 \times 10^{29}}{4\pi d^2}$$

$$d = 6,3 \times 10^{18} \text{ m}$$

- 39 a Si una variable Cefeida tiene un período de 15 días, ¿cuál es su luminosidad máxima aproximada?
b Si la estrella se encuentra a 3,3 Mpc de la Tierra, ¿cuál es el brillo aparente máximo que se observa?
- 40 Una variable Cefeida está a 15 kpc de la Tierra y se observa que tiene un brillo aparente máximo de $8,7 \times 10^{-13} \text{ W m}^{-2}$.
a Calcula la luminosidad máxima de esta estrella.
b Usa la Figura 16.34 para calcular el período de la variación de la luminosidad de la estrella.
- 41 Para las distancias muy largas los astrónomos pueden usar las supernovas (en lugar de las Cefeidas) como «velas estándar». ¿Qué propiedad de las supernovas crees que puede ser necesaria para tal fin?

■ ¿Qué le sucede a una estrella cuando se reduce el suministro de hidrógeno?

Con el tiempo, la cantidad de hidrógeno que hay en el núcleo de una estrella se reduce de forma considerable, por lo que finalmente la presión que se ejerce hacia el exterior se reduce y llega a ser menor que la presión gravitatoria ejercida hacia el interior. Esto sucede cuando la masa del núcleo es aproximadamente un 12% de la masa total de la estrella y todavía queda mucho hidrógeno en sus capas externas. La estrella comienza a contraerse y la energía gravitatoria se vuelve a transferir en forma de energía cinética de las partículas (la temperatura del núcleo se eleva incluso más que antes, hasta los 10^{18} K o más). Esto implica que las capas más externas de la estrella se expanden y, en consecuencia, se enfrían.

Cuando en el núcleo se alcanzan las máximas temperaturas (en todas las estrellas excepto en las más pequeñas), el helio se puede fusionar para formar carbono y posiblemente núcleos más grandes, y se libera más energía, por lo que la estrella se hace más luminosa. De esta manera, la estrella tiene un núcleo más caliente pero ha aumentado de tamaño y su temperatura superficial se ha reducido. Su color se modifica y se denomina **gigante roja** (o, si es muy grande, **supergigante roja**). Es en ese momento cuando abandona la parte de la secuencia principal del diagrama HR. Todas las estrellas de secuencia principal siguen patrones predecibles, pero cuanto mayor es la masa de una estrella, mayor es la energía potencial gravitatoria y más elevada la temperatura a la que comienza a colapsar. Como resultado, se pueden crear tres tipos diferentes de estrellas, teniendo en cuenta únicamente la masa de la estrella original: enana blanca, estrella de neutrones o agujero negro.

Gigantes rojas, enanas blancas, estrellas de neutrones y agujeros negros

Gigantes rojas

Tal como hemos explicado antes, la mayoría de las estrellas se transforman en gigantes rojas (o supergigantes rojas) antes de abandonar la secuencia principal. Se las denomina estrellas *gigantes*

porque su tamaño ha aumentado considerablemente y, al hacerlo, sus superficies se han enfriado y, en consecuencia, su color se vuelve ligeramente rojo.

Enanas blancas

Cuando termina la fusión nuclear en el núcleo, si la masa de la estrella gigante roja no alcanza un determinado valor (unas ocho masas solares), la energía que se libera cuando el núcleo se contrae provoca la eyección de las capas más externas de la estrella, que es lo que se conoce como **nebulosa planetaria**. (Debemos tener cuidado con este término porque puede llevar a engaño, ya que no tiene nada que ver con los planetas). El núcleo de la estrella que queda ha reducido mucho su masa y se denomina *estrella enana*.

Un proceso conocido como **presión de degeneración electrónica** (electrones que actúan como un gas) evita que la estrella se siga colapsando, por lo que una estrella de este tipo puede permanecer estable durante mucho tiempo. A estas estrellas se les conoce como **enanas blancas** porque tienen luminosidades bajas (no se pueden ver sin un telescopio), pero sus temperaturas superficiales son relativamente elevadas ($L = \sigma AT^4$).

Si analizamos los patrones que observamos en otras estrellas podemos entender lo que le sucede al Sol y lo que le sucederá en el futuro. Se encuentra aproximadamente en la mitad de su vida como estrella de secuencia media, se convertirá en gigante roja dentro de unos siete mil millones de años y posteriormente en una enana blanca.

Estrellas de neutrones y agujeros negros

Las gigantes rojas con masas originales superiores a ocho masas solares se conocen como supergigantes rojas y *no* evolucionan a enanas blancas. La presión de degeneración electrónica no es suficiente para resistir las fuerzas gravitatorias y la energía potencial gravitatoria que se libera es tan elevada que los cambios drásticos que se producen en el núcleo provocan una enorme explosión que se conoce como **supernova**. En este caso, el resultado depende de nuevo de la masa que se ve afectada. Si la masa original de la estrella es entre 8 y 20 veces la masa solar, el núcleo que queda después de la supernova forma una **estrella de neutrones**. Si la masa es mayor, se forma un **agujero negro**.

Estrellas de neutrones

Después de la generación de una supernova a partir de una supergigante roja, si el núcleo restante tiene una masa entre 1,4 y 3 masas solares, se contrae y forma una estrella de neutrones. Las estrellas de neutrones son extremadamente densas ($\rho \approx 5 \times 10^{17} \text{ kg m}^{-3}$), pero resisten más la compresión debido al proceso denominado **presión de degeneración neutrónica**.

Agujeros negros

Si el remanente después de la generación de una supernova tiene una masa aproximadamente superior a tres masas solares, la presión de degeneración neutrónica no es suficiente para resistir más colapsos. El resultado es la formación de un agujero negro, que crea unas fuerzas gravitatorias tan intensas que ni las partículas más rápidas, los fotones (por ejemplo, la luz), pueden escapar.

Los agujeros negros no se pueden observar directamente, pero se pueden detectar debido a su interacción con el resto de la materia y la radiación. Por ejemplo, se generan rayos X cuando la materia supercaliente se precipita en espiral hacia un agujero negro. El Observatorio Chandra de la NASA se diseñó para buscar agujeros negros.

En 1971 se confirmó la existencia del primer agujero negro y los astrónomos creen que nuestra galaxia, la Vía Láctea, tiene un agujero negro supermasivo cerca de su centro.

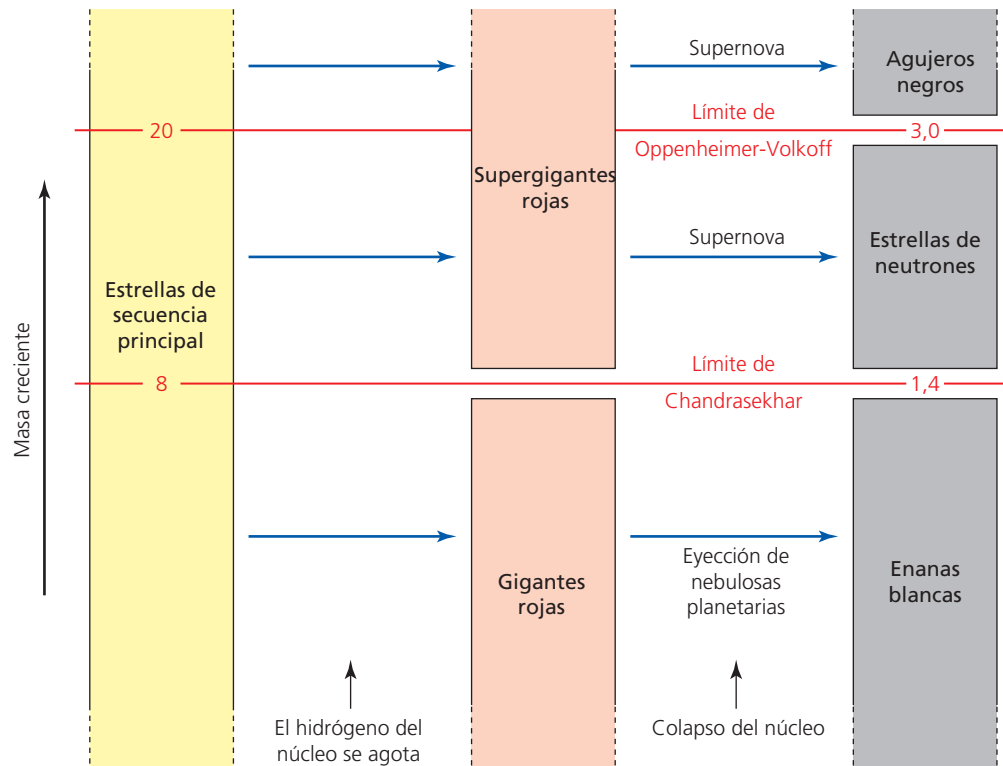
Los límites de Chandrasekhar y Oppenheimer-Volkoff

Los límites de masa que hemos mencionado antes se conocen por los nombres de destacados astrónomos:

- El límite de Chandrasekhar es la masa máxima de una estrella enana blanca ($= 1,4 \times$ masa solar).
- El límite de Oppenheimer-Volkoff es la masa máxima de una estrella de neutrones ($\approx 3 \times$ masa solar).

En la Figura 16.35 se representan estos límites en una gráfica simplificada de la evolución estelar.

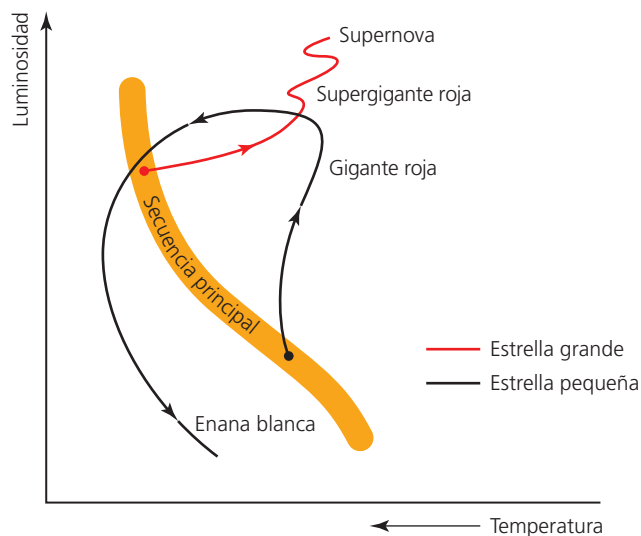
■ **Figura 16.35**
Evolución de las estrellas de diferentes masas (los números que se muestran representan los límites de masa aproximada de las estrellas como múltiplos de la masa actual del Sol)



■ Evolución estelar en los diagramas HR

Cuando una estrella de secuencia principal se expande en una gigante roja, o una supergigante roja, su luminosidad y temperatura superficial cambian. Estos cambios y los cambios posteriores que tienen lugar a lo largo del tiempo se pueden registrar en un diagrama HR, en lo que se conoce como **trayectoria evolutiva** de una estrella. En la Figura 16.36 se muestran las trayectorias evolutivas habituales de las estrellas con poca masa y con masa elevada.

■ **Figura 16.36**
Trayectorias evolutivas de las estrellas después de que abandonen la secuencia principal



- 42 Explica por qué las estrellas de neutrones y los agujeros negros no se pueden representar en un diagrama HR.
- 43 Busca en Internet más información sobre la degeneración de los electrones y neutrones.
- 44 ¿Por qué crees que los agujeros negros se pueden detectar aunque no se puedan ver?
- 45 Explica por qué el límite de Chandrasekhar es un número importante en astronomía.
- 46 Explica por qué algunas supernovas se convierten en estrellas de neutrones y otras en agujeros negros.

16.3 (D3: Núcleo) Cosmología

El modelo de la Gran Explosión o Big Bang es una teoría que describe el origen y la expansión del universo, y está avalado por un gran número de pruebas experimentales

La Cosmología es la ciencia que estudia el universo: cómo se inició, cómo se desarrolló y qué le sucederá en el futuro. Siempre ha formado parte de la naturaleza de muchos individuos, sociedades y civilizaciones cuestionarse qué hay más allá de la Tierra. El hecho de que parezca que el Sol y las estrellas se mueven alrededor de la Tierra llevó a las primeras civilizaciones a concluir, de forma comprensible pero errónea, que la Tierra no se movía y era el centro de todo. Esta creencia fue con frecuencia determinante en sus religiones. Incluso hoy en día hay gente que sigue creyendo, a tenor de sus observaciones diarias o sus creencias religiosas, que el Sol orbita alrededor de la Tierra y no al contrario.

Naturaleza de la ciencia

Los modelos del universo

En el **modelo newtoniano del universo**, la Tierra, el Sol y los planetas eran solo unas partículas insignificantes dentro de un universo inalterable (estático) e infinitamente grande, que siempre había sido de este modo y se mantendría invariable. Según este modelo, el universo, a gran escala, es más o menos igual en toda su extensión. En otras palabras, es uniforme y las estrellas que contiene se distribuyen de forma regular. Newton razonó que, a menos que todas estas suposiciones (denominadas en ocasiones postulados) fueran válidas, habría un desequilibrio en las fuerzas gravitatorias que provocaría el movimiento de las estrellas (que en aquella época se creía que eran fijas).

Pero este modelo newtoniano del universo tiene un gran problema que muchos astrónomos enseguida detectaron. Si el universo es infinito y contiene un número infinito de estrellas, no debería haber zonas oscuras en el cielo nocturno porque la luz de las estrellas debería llegar de todas las direcciones en todo momento. (Esta deducción se conoce como *paradoja de Olbers*, que debe su nombre a uno de los astrónomos más destacados del siglo XIX, Heinrich Wilhelm Olbers. Una paradoja es una afirmación aparentemente cierta que parece contradecirse. «Siempre miento» es una afirmación paradójica que se cita con mucha frecuencia.)

Resultaba evidente que, o bien el razonamiento que acabamos de mencionar o el modelo newtoniano del universo, se debían modificar o rechazar. Desde mediados hasta últimos de la década de 1960, el **modelo de la Gran Explosión o Big Bang** del universo ha tenido una amplia aceptación entre los astrónomos y ha resuelto la paradoja de Olbers.

Perspectivas adicionales



«A hombros de gigantes»

Muchos consideran que Nicolás Copérnico, astrónomo y clérigo polaco (Figura 16.37), fue el fundador de la astronomía moderna. En 1530 publicó una famosa obra en la que afirmaba que el Sol era el centro del universo y que la Tierra, las estrellas y los planetas orbitaban a su alrededor (*modelo heliocéntrico*). En aquella época, y durante muchos años después, estas opiniones retaron las creencias filosóficas, religiosas y «científicas», ya que se creía de forma generalizada que la Tierra era el centro de todo (*modelo geocéntrico*). Esta profunda y extendida convicción databa ya de la época de Ptolomeo, Aristóteles y otros científicos, casi 2000 años antes, aunque debemos tener en cuenta que normalmente se considera al griego Aristarco como la primera persona de cierto reconocimiento que propuso el modelo heliocéntrico.

Más de 100 años después del nacimiento de Copérnico y antes de la invención del telescopio, un excéntrico noble danés, Tycho Brahe, se hizo famoso por realizar un número elevado de observaciones muy precisas de los movimientos de los cinco planetas visibles. Trabajó sobre todo en un observatorio equipado en una isla de su país, pero se trasladó a Praga unos años antes de su muerte en 1601.

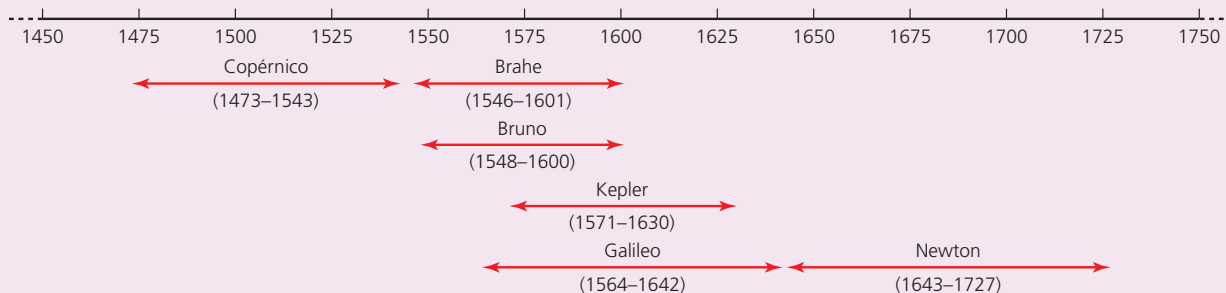
Johannes Kepler fue el ayudante de Brahe y, posteriormente, después de su muerte, trabajó en los cuantiosos pero inexplicables datos de su maestro, a partir de los cuales elaboró sus tres famosas leyes del movimiento planetario.

Aproximadamente en la misma época pero en Italia, el astrónomo Giordano Bruno había llevado más lejos el modelo heliocéntrico con



■ Copérnico

sugerencias revolucionarias como que el universo era infinito y que el Sol no se encontraba en su centro. El Sol era, según Bruno, similar en naturaleza al resto de las estrellas. Lo quemaron en la hoguera en 1600 por estas creencias (por lo que denominaban herejía). Unos 30 años después, uno de los pensadores y científicos más importantes de todos los tiempos, Galileo Galilei, fue juzgado por la Iglesia Católica Romana por acusaciones parecidas. Muchos años antes había usado el recién inventado telescopio para observar los satélites naturales de Júpiter y había deducido que la Tierra orbitaba alrededor del Sol de forma parecida, tal como había propuesto Copérnico. Bajo presión, renunció públicamente a estas creencias y se le permitió vivir el resto de su vida bajo arresto domiciliario. Todos estos sucesos han servido como material para muchos libros, obras y películas.



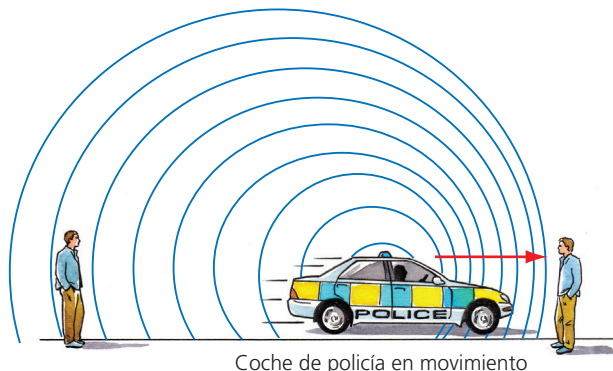
■ **Figura 16.38** Cronología de algunos de los primeros astrónomos famosos

Aunque Kepler había descubierto un método exacto que describía matemáticamente el movimiento de los planetas, no se obtuvo ninguna explicación hasta 80 años después (Figura 16.38) cuando Newton pudo usar el movimiento de los planetas y de la Luna como prueba para desarrollar su nueva teoría de la gravitación universal (Capítulo 6).

- Mucha gente incluiría a Newton y Galileo en una lista de los cinco científicos más relevantes pero, hasta cierto punto, es solo una cuestión de opinión.
 - ¿Por qué crees que Newton y Galileo tienen tan buena reputación?
 - ¿Qué criterios tendrías en cuenta a la hora de describir a un científico como «destacado»?
- Busca información sobre el origen del término «a hombros de gigantes», que hemos elegido como título de la sección Perspectivas adicionales.

■ El Big Bang

El *Big Bang* es la teoría actual sobre cómo se formó el universo en un momento preciso, hace 13 800 millones de años. Antes de que examinemos esta teoría con más detalle, vamos a considerar primero la prueba experimental del **universo en expansión**.



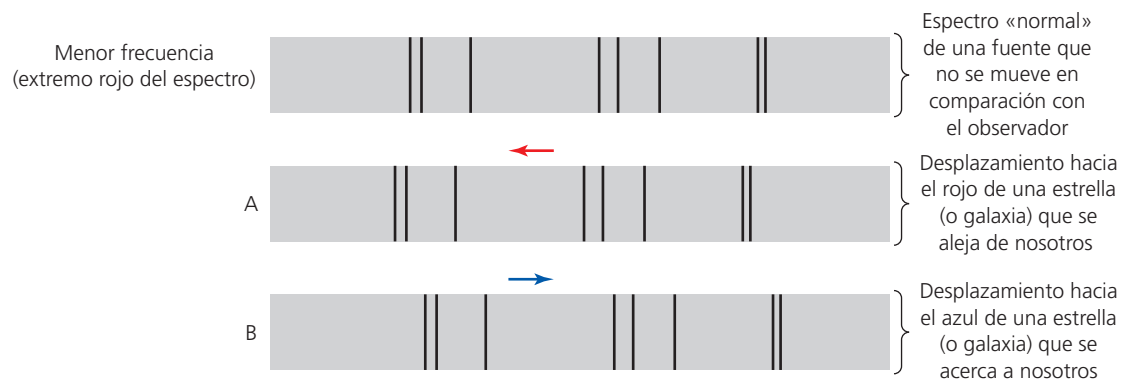
■ **Figura 16.39** El efecto Doppler para el sonido

Uso de los espectros para determinar la velocidad de las estrellas y las galaxias

Si una fuente de luz no permanece estacionaria (inmóvil), sino que se mueve hacia un observador o se aleja de él, se origina un *desplazamiento* (un ligero cambio) en todas las longitudes de onda y las frecuencias de la luz que se recibe. Este fenómeno es similar al efecto Doppler que se produce en el sonido que se recibe de los vehículos en movimiento: cuando se aproxima un coche de policía, oímos un sonido de tono más alto (de menor longitud de onda) que cuando se aleja de nosotros (Figura 16.39).

En el caso de las ondas de luz, el desplazamiento es muy pequeño y en general indetectable a menos que la fuente se mueva *muy* rápidamente, como puede ser una estrella o una galaxia. Para poder detectar un desplazamiento en las ondas de la luz necesitamos examinar el espectro de líneas de la fuente y compararlo con el espectro de líneas que genera el mismo elemento (o elementos) en la Tierra.

Descubrimos que el patrón de las líneas de absorción en un espectro es el mismo, pero todas las líneas muestran una ligera desviación respecto a las posiciones que ocuparían si la fuente no se moviera en relación al observador. Podemos observar detenidamente el espectro de líneas que recibimos de una estrella (Figura 16.40) y usarlo para calcular su velocidad. En el ejemplo A de la Figura 16.40 todas las líneas de absorción se han desplazado hacia frecuencias menores, fenómeno que se denomina **desplazamiento hacia el rojo**. Este desplazamiento ocurre en la radiación que recibimos de una estrella o una galaxia que se aleja (*retrocede*) de la Tierra. Si la estrella o galaxia se aproxima a la Tierra, entonces el desplazamiento tiene lugar hacia frecuencias más elevadas y se denomina **desplazamiento hacia el azul**, tal como se muestra en el ejemplo B. (Este es infrecuente en las galaxias)



■ **Figura 16.40** Desplazamientos hacia el rojo y hacia el azul

Para una longitud de onda dada, λ_0 , en un espectro de líneas, el desplazamiento (diferencia) en la longitud de onda, $\Delta\lambda$, que se recibe de una estrella o galaxia que se mueve rápidamente es proporcional a la velocidad con la que se acerca al observador o se aleja de él. El cociente $\Delta\lambda/\lambda_0$ es la representación numérica del desplazamiento hacia el rojo y se representa con el símbolo z . Para una velocidad, v , que es significativamente menor que la velocidad de la luz, c , el desplazamiento hacia el rojo, z , viene dado por la ecuación

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \approx \frac{v}{c}$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física* y es similar a la ecuación que se usó en el Capítulo 9. Como se trata de un cociente, el desplazamiento hacia el rojo no tiene unidades.

Si podemos medir el desplazamiento hacia el rojo de una longitud de onda conocida, podemos calcular la velocidad de recesión de la fuente (estrella o galaxia). En cálculos básicos como este se asume que la fuente de luz se aleja siguiendo una línea recta trazada directamente desde la Tierra. Según veremos, esta es una suposición razonable aunque no necesariamente cierta del todo.

Ejemplo resuelto

- 7 Una línea del espectro del hidrógeno tiene una longitud de onda de $4,34 \times 10^{-7}$ m. Cuando se detecta en la Tierra procedente de una galaxia distante, la misma línea tiene una longitud de onda de $4,76 \times 10^{-7}$ m. ¿Cuál es la velocidad de la galaxia?

$$\Delta\lambda = (4,76 \times 10^{-7}) - (4,34 \times 10^{-7}) = 4,2 \times 10^{-8} \text{ m}$$

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c}$$

$$\frac{4,2 \times 10^{-8}}{4,34 \times 10^{-7}} = \frac{v}{3,00 \times 10^8}$$

$$v = 2,90 \times 10^7 \text{ m s}^{-1}$$

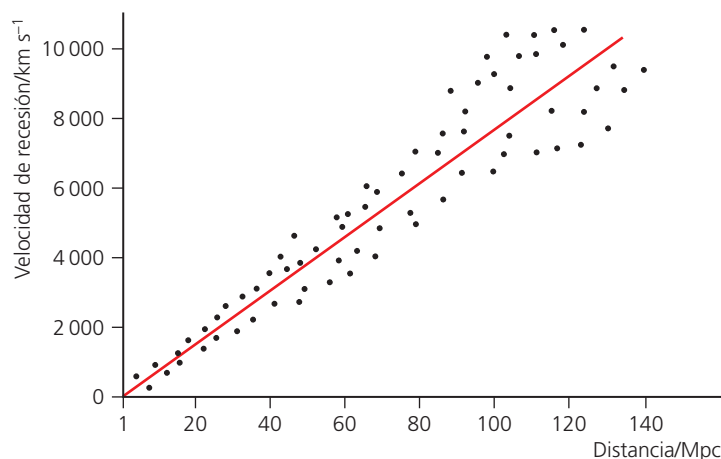
Dado que el desplazamiento se produce hacia una longitud de onda más larga (desplazamiento hacia el rojo), sabemos que la galaxia se *aleja* de nuestro planeta y en este caso decimos que *retrocede* respecto a la Tierra. Cuando estudiamos la luz de un gran número de galaxias, detectamos que *casi todas* las galaxias se alejan de la Tierra y entre sí. Esto solo puede significar que el universo se expande.

- 47 ¿Cuál es el desplazamiento hacia el rojo de una galaxia con una velocidad de recesión de:
- $2,2 \times 10^6 \text{ m s}^{-1}$
 - el 10% de la velocidad de la luz?
- 48 ¿Cuál es la velocidad de recesión de una galaxia (km h^{-1}) si la radiación de la longitud de onda inicial de $6,5 \times 10^{-7} \text{ m}$ experimenta un desplazamiento hacia el rojo de $3,7 \times 10^{-8} \text{ m}$?
- 49 Una estrella que se aleja a una velocidad de $9,2 \times 10^3 \text{ km s}^{-1}$ emite radiación con una longitud de onda de 410 nm. ¿Cuál es el alcance del desplazamiento hacia el rojo de esta radiación cuando se recibe en la Tierra y cuál es la longitud de onda que se recibe?
- 50 El hidrógeno emite radiación con una frecuencia de $6,17 \times 10^{16} \text{ Hz}$. ¿Qué frecuencia se detectará en la Tierra procedente de una galaxia que se aleja a $1,47 \times 10^7 \text{ m s}^{-1}$?
- 51 Solo un mínimo porcentaje de las galaxias se acerca a nosotros. Busca información sobre el desplazamiento hacia el azul de la galaxia Andrómeda, que forma parte del Grupo Local.

■ Ley de Hubble

En la década de los años veinte del siglo pasado, el astrónomo estadounidense Edwin Hubble comparó la información sobre las **velocidades de recesión** de las galaxias relativamente cercanas (obtenida a partir del desplazamiento hacia el rojo de la luz recibida) con las distancias de las galaxias a la Tierra que se calculaban usando las variables Cefeidas dentro de las galaxias. En 1929 Hubble había recopilado datos suficientes para publicar una famosa gráfica a partir de sus resultados sobre las Cefeidas que se encontraban a pocos Mpc de la Tierra. En la Figura 16.41 se incluyen más resultados y para distancias mayores.

■ **Figura 16.41**
Variación de las velocidades de recesión de las galaxias con respecto a sus distancias a la Tierra



Incluso hoy en día existe un grado significativo de incertidumbre en los datos que se representan en esta gráfica (aunque las barras de errores no se muestran en la Figura 16.41). Esta incertidumbre se debe principalmente a la dificultad de conseguir medidas precisas de las distancias a las galaxias, pero también al hecho de que las galaxias se mueven dentro de sus cúmulos. No obstante, la tendencia general es muy obvia y se expresó por primera vez en la **ley de Hubble**:

La velocidad actual de recesión, v , de una galaxia es proporcional a su distancia, d (a la Tierra).

La ley se puede escribir así:

$$v = H_0 d$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

H_0 es el gradiente de la gráfica y se conoce como **constante de Hubble**. Debido a la incertidumbre de los puntos de la gráfica, esta constante no se conoce con exactitud a pesar de las medidas repetidas. El valor que se acepta actualmente es de $70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ (esta unidad se usa con mayor frecuencia que la unidad del SI, s^{-1}). En cualquier caso, los distintos cálculos de la constante de Hubble han demostrado variaciones sorprendentes. Se cree que es constante para cualquier objeto del universo en estos momentos, pero su valor ha cambiado a lo largo de miles de millones de años.

Ejemplo resuelto

- 8 Estima el gradiente de la gráfica de la Figura 16.41 y compáralo con el valor que se asigna a la constante de Hubble que hemos mencionado en el párrafo anterior.

$$\begin{aligned} \text{gradiente, } H_0 &= \frac{v}{d} = \frac{9000}{120} \\ &= 75 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} \end{aligned}$$

Este valor varía un 7% respecto al que se ha mencionado antes, pero ninguna de las dos cifras incluye una valoración de incertidumbre, por lo que es posible que sean coherentes entre sí.

La ley de Hubble se puede aplicar a la radiación que recibimos de todas las galaxias que se mueven sin que las fuerzas gravitatorias «locales» significativas de otras galaxias actúen sobre ellas. Es decir, la ley se puede aplicar a las galaxias aisladas o cúmulos (considerados como un solo objeto), pero es menos exacta para las galaxias individuales que se mueven dentro de un cúmulo porque la velocidad resultante de una única galaxia es la combinación de su velocidad respecto al cúmulo y de la velocidad de recesión del cúmulo en su totalidad. Actualmente algunas galaxias tienen incluso una velocidad resultante *hacia* la Tierra y la radiación que se recibe de ellas experimenta un desplazamiento hacia el azul.

El uso de la constante de Hubble, junto con las velocidades de recesión de las galaxias distantes, ofrece a los astrónomos un método alternativo para calcular las distancias a las galaxias que se encuentran muy alejadas.

Más información sobre el *Big Bang*

La única conclusión a la que se llega a partir de las observaciones de Hubble es que el universo se expande porque (casi) todas las galaxias se alejan de la Tierra.

Es importante que señalemos que esto es cierto para las galaxias que se observan en *todas* las direcciones y que también *lo sería para cualquier observador que viera las galaxias desde cualquier otro lugar del universo*. Casi todas las galaxias se alejan del resto de galaxias. Nuestra posición en la Tierra no es única, ni especial, y no nos encontramos en el «centro» del universo (el universo no tiene centro).

Los cálculos confirman que cuanto más lejos se encuentra una galaxia, más rápido se aleja y esta sencilla conclusión tiene implicaciones relevantes: las galaxias más distantes están más alejadas *porque* viajan a mayor velocidad desde un origen común. Las observaciones sugieren que todo el material que ahora forma las estrellas y las galaxias se originó en el mismo lugar y en el mismo momento. Georges Lemaître había propuesto unos años antes el modelo en expansión del universo y este se desarrolló en la década de los cuarenta en lo que ahora se conoce como modelo del *Big Bang*.

Si se observa que la radiación de una estrella o una galaxia presentan un desplazamiento hacia el azul, se debe a que se acerca la Tierra. No se trata de ninguna prueba contra el modelo del *Big Bang* porque ese objeto se mueve dentro de un sistema unido gravitatoriamente (una galaxia, un cúmulo de galaxias o un sistema de estrellas binarias) y en el momento de la observación se movía hacia la Tierra a mayor velocidad de la que el sistema en su totalidad se estaba alejando. Por ejemplo, nuestra galaxia vecina, Andrómeda, muestra un pequeño desplazamiento hacia el azul (se mueve hacia nosotros como parte de su movimiento dentro de nuestro grupo local de galaxias, que es un sistema unido gravitatoriamente).

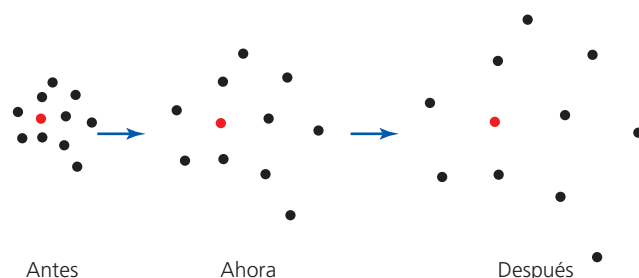
Según el modelo del *Big Bang*, el universo se creó en algún momento hace aproximadamente 13 800 millones ($1,38 \times 10^{10}$) de años. En ese momento era increíblemente denso y caliente, y desde entonces se sigue expandiendo y enfriando.

La expansión del universo es la expansión del propio espacio y no se debe imaginar como una explosión con fragmentos que vuelan hacia el espacio actual (vacío), como la explosión de una bomba.

Puede ser útil visualizar la expansión del espacio colocando marcas que representen las galaxias sobre una enorme sábana elástica. (Imagínate que la sábana es tan grande que no se pueden ver los bordes). Si estiráramos por igual de la sábana en todas las direcciones, todas las marcas se alejarían unas de otras. Aunque, obviamente, un modelo como este está limitado a dos dimensiones (Figura 16.42).

El desplazamiento hacia el rojo de la luz lo debemos entender como una consecuencia de la expansión del espacio y no como el resultado del movimiento de las galaxias a través de un espacio fijo.

■ **Figura 16.42**
Un universo en expansión



Resulta muy tentador preguntar: «¿qué sucedió antes del *Big Bang*?». En cierto sentido, es posible que esta pregunta no tenga respuesta porque el concepto humano de tiempo está totalmente relacionado con el cambio, y antes del *Big Bang* no había nada que cambiar.

El *Big Bang* se debe entender como la creación de *todo* lo que conforma nuestro universo: materia, espacio y tiempo.

Naturaleza de la ciencia

La simplicidad

Expresado en términos fundamentales, el modelo del *Big Bang* del universo es elegante por su simplicidad. A la hora de juzgar las teorías y los modelos científicos, además de otros esfuerzos humanos, la simplicidad es con frecuencia (aunque no siempre) un objetivo admirable. Esta apreciación se ha expresado en lo que se conoce como **navaja de Occam**: si tienes que elegir entre dos o más teorías posibles, elige la que contenga menos suposiciones. Hasta que sepas que es preferible una teoría más compleja, la simplicidad puede ser el mejor criterio a la hora de juzgar distintos modelos opuestos.

Las teorías más complejas son más difíciles de demostrar y, en caso de que se pongan en duda, normalmente es posible añadir más contenido a la teoría (no demostrada) para mantener parte de su credibilidad.

La edad del universo

Podemos realizar una estimación del tiempo transcurrido desde el *Big Bang* (la edad del universo) a partir de la constante de Hubble ($70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$).

Como el tiempo, $t = \text{distancia} / \text{velocidad}$, y $v = H_0 d$, podemos escribir:

$$T \approx \frac{1}{H_0}$$

donde T es la edad aproximada del universo y se suele denominar **tiempo de Hubble**. Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

Según esta ecuación, se puede considerar que el tiempo calculado, T , es un límite aproximado y superior de la edad del universo por los motivos siguientes.

- No es razonable asumir que la velocidad de recesión de las galaxias ha sido siempre la misma, sino que debemos suponer que su velocidad fue mayor en el pasado cuando estaban más próximas entre sí y que ahora se está reduciendo debido a la atracción gravitatoria. (Sabemos que esto no es cierto y lo estudiaremos detenidamente más adelante.)
- No sabemos si la expansión se inició en el mismo momento que el *Big Bang*.
- La incertidumbre de la constante de Hubble es significativa.

Como preferimos que las unidades del tiempo sean las del SI, y en el SI la constante de Hubble equivale a:

$$\frac{70 \times 10^3}{3,26 \times 10^6 \times 9,46 \times 10^{15}} = 2,27 \times 10^{-18} \text{ s}$$

entonces

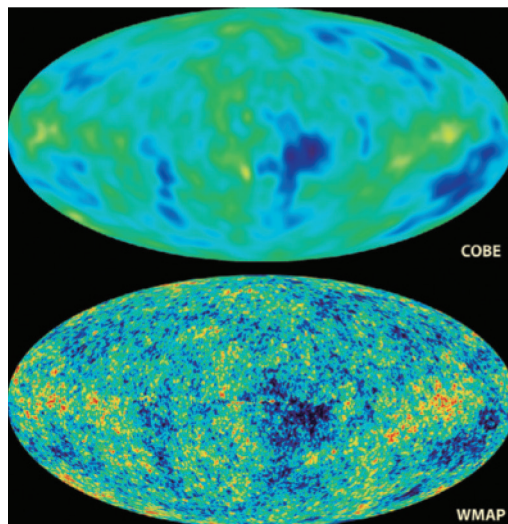
$$T = \frac{1}{H_0} = \frac{1}{2,27 \times 10^{-18}} = 4,4 \times 10^{17} \text{ s (o } 1,4 \times 10^{10} \text{ años).}$$

- 52 ¿Cuál es la velocidad de recesión (km s^{-1}) de una galaxia que se encuentra a 75 Mpc de la Tierra?
- 53 ¿A qué distancia se encuentra una galaxia que viaja al 1% de la velocidad de la luz?
- 54 La galaxia A se encuentra a una distancia de 76 Mpc de la Tierra y se aleja a una velocidad de $5\,500 \text{ km s}^{-1}$. Otra galaxia, B, se aleja a $7\,300 \text{ km s}^{-1}$. Sin usar un valor para H_0 , estima la distancia a la galaxia B.
- 55 Una línea del espectro de longitud de onda normal de $3,9 \times 10^{-7} \text{ m}$ se desplaza hasta $4,4 \times 10^{-7} \text{ m}$ cuando se recibe desde una determinada galaxia distante.
- a ¿A qué velocidad se aleja la galaxia?
- b ¿A qué distancia se encuentra?

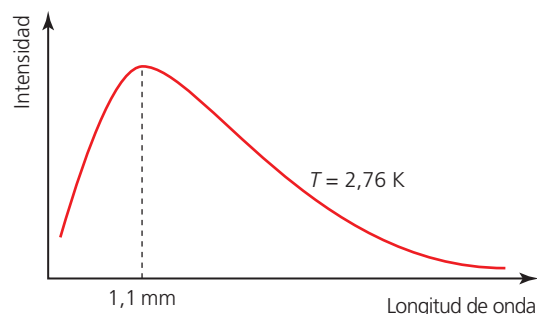
■ Radiación de fondo de microondas cósmico (CBM)

La primera vez que se propuso seriamente el modelo del *Big Bang* a finales de la década de los cuarenta del siglo pasado, muchos astrónomos no estaban convencidos (la mayoría se decantaban por lo que entonces se conocía como teoría del estado estacionario de un universo invariable). Sin embargo, el descubrimiento que realizaron Penzias y Wilson de la **radiación de fondo de microondas cósmico (CBM, por sus siglas en inglés)** proporcionó la prueba que confirmó el modelo del *Big Bang* para la mayoría de los astrónomos. Penzias y Wilson descubrieron que la radiación de microondas de bajo nivel se puede detectar cuando procede (casi) equitativamente de todas las direcciones (es **isotrópica**), en lugar de cuando procede de una fuente específica. (Posteriormente se descubrieron variaciones mínimas destacadas en la CBM, un descubrimiento que tiene implicaciones decisivas para la comprensión de la estructura no uniforme del universo y la formación de las galaxias (Figura 16.43).

■ **Figura 16.43**
«Rizos del espacio»; un mapa de todo el cielo en longitudes de onda de microondas que muestra variaciones muy pequeñas (1 parte por 100 000) en la radiación CMB (la primera del satélite COBE y la segunda con más detalle del satélite WMAP)



■ **Figura 16.44**
Distribución espectral para una temperatura de 2,76 K



La radiación de fondo cósmico ha sido un área importante de la investigación astronómica durante muchos años, y en este sentido debemos destacar el satélite Explorador del Fondo Cósmico (COBE, por sus siglas en inglés), con el que astrónomos de diferentes países han recogido y analizado una cantidad muy elevada de datos.

Ya hemos visto que todos los objetos emiten radiación electromagnética y que el intervalo de longitudes de onda que emiten depende de la temperatura. El modelo del *Big Bang* predice que en un principio el universo alcanzó unas temperaturas extremadamente altas y que desde entonces se ha ido enfriando mientras se expande, por lo que actualmente su temperatura media aproximada debe ser de unos 2,76 K.

En la Figura 16.44 se muestra el espectro de radiación del cuerpo negro que emite la materia a 2,76 K. Cuando Penzias y Wilson descubrieron esta radiación isotrópica que procedía (casi) equitativamente de todas las direcciones, se confirmó el modelo del *Big Bang*.

Se puede usar la ley de Wien (para los cuerpos negros) con el objetivo de confirmar la longitud de onda máxima asociada a esta temperatura:

$$\lambda_{\text{m\acute{a}x}} T = 2,9 \times 10^{-3} \text{ m K}$$

$$\lambda_{\text{m\acute{a}x}} = \frac{2,9 \times 10^{-3}}{2,76} = 1,1 \times 10^{-3} \text{ m}$$

Una interpretación alternativa (y equivalente) de la radiación CMB es que las longitudes de onda más cortas emitidas cuando el universo estaba a mayor temperatura se han alargado debido a la expansión del espacio.

El universo observable

Después del desarrollo del modelo del *Big Bang* parecía que el universo podía ser finito y contener un número limitado de estrellas, todas ellas con una vida finita, limitando entonces la cantidad de radiación que podía llegar a la Tierra. Y lo que es más importante, aunque el universo fuera infinito, se sabía que tenía una edad determinada, lo que implica que lo que podemos observar de él está limitado por la distancia que puede recorrer la luz en el tiempo transcurrido desde el *Big Bang*.

El universo que podemos observar (en teoría) desde la Tierra es una esfera de $4,6 \times 10^{10}$ al de radio que nos rodea y se conoce como **universo observable** o universo visible. (Esta distancia es superior a $1,4 \times 10^{10}$ al porque el espacio se ha expandido desde el *Big Bang*). Si existe algo más a mayor distancia, no lo podemos detectar porque la radiación no ha tenido tiempo suficiente de llegar hasta nosotros.

- 56 Resume los dos descubrimientos principales que confirman el modelo del *Big Bang* del universo.
- 57 Los astrónomos buscan «desplazamientos» del espectro como prueba de la expansión del universo. ¿Cuál es el elemento cuyo espectro se utiliza con mayor frecuencia y por qué?
- 58 Dibuja un diagrama que te ayude a explicar por qué la luz de algunas galaxias puede experimentar un desplazamiento hacia el azul.
- 59 ¿Cómo cambiará en el futuro la temperatura media del universo si:
- a el universo continúa expandiéndose
 - b el universo comienza a contraerse?

■ El universo acelerado y el desplazamiento hacia el rojo (z)

Lo que le ocurra al universo en el futuro depende naturalmente de la velocidad a la que se expanda y de si esta expansión se mantiene de forma indefinida. Antes se creía que las galaxias que se alejaban simplemente perdían energía cinética y ganaban energía potencial gravitatoria, como los objetos que se lanzan desde la Tierra, y que el futuro del universo dependía de sus velocidades iniciales y de la masa de este. Pero en los últimos años se ha descubierto que la velocidad de expansión del universo *no* disminuye, sino que *aumenta*. Lo estudiaremos con más detalles en la Sección 16.5 (Material adicional para Nivel superior).

La prueba de la expansión acelerada del universo se ha obtenido a partir de la observación de las supernovas. Cuando se produce un determinado tipo de supernova (Tipo Ia), la energía que se libera es siempre aproximadamente la misma y los astrónomos conocen perfectamente su valor. Esta información se puede utilizar para calcular la distancia a eventos de este tipo a partir de la ecuación $b = L/4\pi d^2$, lo que significa que dichas supernovas se pueden usar como «velas estándar» para determinar las distancias a las galaxias lejanas. El trabajo de investigación que llevaron a cabo de forma conjunta



■ **Figura 16.45** Adam Riess, Saul Perlmutter y Brian Schmidt

sobre este tema los físicos Perlmutter, Riess y Schmidt (Figura 16.45) fue reconocido con el Premio Nobel de Física en 2011.

Se ha descubierto que los desplazamientos hacia el rojo de las supernovas de Tipo Ia son *superiores* a lo que previamente se esperaba para las estrellas a esa distancia, lo que sugiere rotundamente un «universo en aceleración». Este descubrimiento requiere una nueva explicación y los astrónomos han propuesto la existencia de **energía oscura**, una forma de energía de baja densidad, pero presente en todo el universo. Volveremos de nuevo a explicarlo con más detalle en la Sección 16.5.

■ El factor de escala cósmico, R

Los astrónomos usan el **factor de escala cósmico** para representar el tamaño del universo comparando la distancia existente entre dos lugares concretos (dos galaxias, por ejemplo) en momentos diferentes. Estas distancias, y el factor de escala cósmico, aumentan con el tiempo debido a la expansión del universo.

$$\text{factor de escala cósmico (en un instante } t), R = \frac{\text{separación de dos galaxias en el instante } t}{\text{separación de esas mismas galaxias en el instante actual}}$$

Como se trata de un cociente, el factor de escala cósmico no tiene unidades. Varía con el tiempo.

Según esta definición, es evidente que en el instante actual $R = 1$, en el pasado $R < 1$ y (en un universo en expansión) en el futuro $R > 1$. Si en algún momento del futuro el tamaño del universo se duplica, el valor de R será 2.

En términos generales, podemos definir el factor de escala cósmico de la manera siguiente:

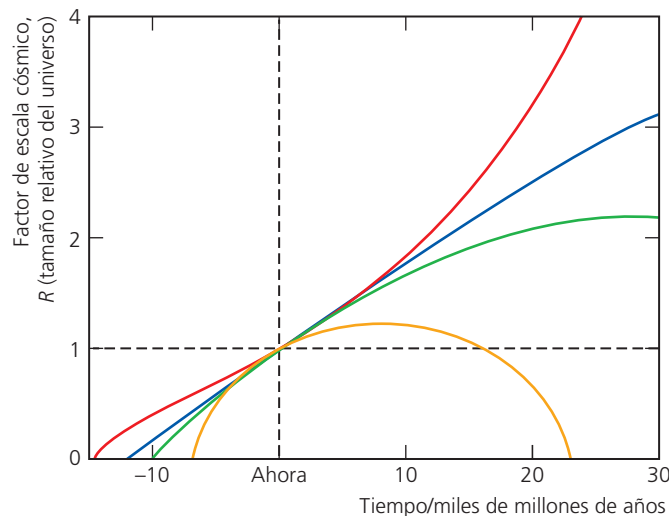
$$\text{factor de escala cósmico (en un instante } t), R = \frac{\text{separación de dos galaxias en el instante } t}{\text{separación, } d_0, \text{ de esas mismas galaxias en un instante concreto, } t_0}$$

$$R(t) = \frac{d(t)}{d_0}$$

En la Figura 16.46 se muestran algunas predicciones del posible tamaño del universo en el futuro (y cómo puede haber sido en el pasado).

- La línea roja representa un universo en aceleración. Se estudiará con más detalle en la Sección 16.5.
- La línea azul representa un universo que se expande indefinidamente (pero a una velocidad decreciente).
- La línea verde representa un universo que se expande indefinidamente pero a una velocidad que se reduce a cero transcurrido un tiempo infinito.
- La línea naranja representa un universo que alcanza su tamaño máximo y luego se contrae.

■ **Figura 16.46**
Posibles futuros del universo



Relación entre el desplazamiento hacia el rojo y el factor de escala cósmico

Sabemos que:

$$\text{desplazamiento hacia el rojo, } z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0}$$

donde λ es la longitud de onda que se recibe de una galaxia lejana debido a la expansión del espacio y λ_0 la longitud de onda que se ha emitido.

Como la expansión de la longitud de onda se puede representar como un incremento del factor de escala cósmico entre el momento en que se ha emitido la luz, R_0 , y el momento en que se ha recibido, R , podemos deducir que:

$$z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{R - R_0}{R_0}$$

o:

$$z = \frac{R}{R_0} - 1$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

Ejemplo resuelto

- 9 Se ha detectado que el desplazamiento hacia el rojo de la luz de una galaxia distante es 0,16.
- ¿Cuál es la velocidad de recesión de la galaxia?
 - Determina el factor de escala cósmico cuando se emitía la luz.
 - Calcula el tamaño del universo observable en ese momento (tamaño actual = $4,6 \times 10^{10}$ al).

$$\begin{aligned} \text{a } z &\approx \frac{v}{c} \\ 0,16 &= \frac{v}{3,0 \times 10^8} \\ v &= 4,8 \times 10^7 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b } z &= \left(\frac{R}{R_0}\right) - 1 \\ 0,16 &= \left(\frac{1}{R_0}\right) - 1 \\ R_0 &= 0,86 \end{aligned}$$

$$\text{c } 0,86 \times 4,6 \times 10^{10} = 4 \times 10^{10} \text{ al}$$

- 60 a Explica qué significa el término «vela estándar».
- b ¿Por qué se considera que las observaciones de las supernovas son el mejor método para determinar las distancias a las galaxias remotas?
- 61 ¿Qué futuro del universo representa la línea naranja de la Figura 16.46?
- 62 Las medidas de la luz procedente de una galaxia lejana muestran que una línea de su espectro es $4,8 \times 10^{-8}$ m más larga que cuando se mide desde la Tierra. Si la luz se emitía con una longitud de onda de $6,6 \times 10^{-7}$ m,
- ¿cuál es el valor del desplazamiento hacia el rojo?
 - calcula el factor de escala cósmico en el momento en que se emitía la luz.

Enlace con la teoría del conocimiento

La historia de la astronomía tiene muchos cambios de paradigma

Un **paradigma** es una serie de creencias, o un patrón de ideas, con el que los individuos o las sociedades organizan sus opiniones sobre un problema concreto, ya sea de mayor o menor importancia. Actúa como un marco de todos nuestros pensamientos y acciones cuando, por ejemplo, intentamos comprender cómo circula la electricidad por un cable o decidimos qué alimentos son más saludables. En términos científicos, se puede afirmar que un paradigma es un patrón de creencias y prácticas que definen de forma eficaz una rama específica de la ciencia en cualquier período. Un buen ejemplo que se puede extraer de este capítulo es el conjunto de ideas asociadas a la creencia, actualmente desacreditada, de que la Tierra se encuentra en el centro del universo y las diversas consecuencias de esa idea fundamental.

El término **cambio de paradigma** se ha venido usando cada vez más desde la década de los años cincuenta del siglo pasado, cuando Thomas Kuhn lo popularizó y otros siguieron haciéndolo durante los primeros años de la década de 1960. Se usa sobre todo en relación con los desarrollos que tienen lugar en la ciencia. Existen una gran cantidad de ejemplos que sugieren que, mientras la comprensión, el conocimiento y las prácticas científicas obviamente evolucionan y, con suerte, mejoran con el tiempo, muchos de los logros científicos y tecnológicos han tenido lugar después de un descubrimiento o invención relativamente repentinos (y quizá de forma inesperada e incluso aparentemente insignificante), o como consecuencia de la genialidad de un individuo que tuvo la perspicacia de observar algo de una forma completamente novedosa. La frase «pensar más allá de los parámetros habituales» (traducida del inglés «to think outside the box») se ha hecho muy popular en los últimos años y resume perfectamente el estímulo necesario para hacer frente a un problema de forma diferente a lo que piensan los demás sobre él (en este caso los «parámetros habituales» serían el paradigma).

Un cambio de paradigma tiene lugar cuando las perspectivas, la tecnología y los descubrimientos nuevos tienen un efecto tan fundamental que las ideas o creencias actuales se deben rechazar. La mayoría de individuos, organizaciones y sociedades creen que esto es muy difícil de llevar a cabo, incluso hasta el punto de que rechazan totalmente la prueba contundente de que sus creencias o acciones actuales ya no son razonables. La respuesta de la Iglesia Católica

Romana a la prueba científica de que la Tierra giraba en torno al Sol fue sencillamente ignorarla y perseguir a aquellos que la defendían.

El modelo del *Big Bang* es otro ejemplo de un cambio de paradigma en el pensamiento astronómico y, si en algún momento se descubriera vida extraterrestre, todos nos miraríamos de un modo completamente diferente: supondría un tremendo cambio de paradigma. A un nivel científico más básico, la tecnología de Internet y la incorporación de las redes sociales están teniendo un efecto drástico en la manera en que interactúa la gente, de modo que se puede afirmar que se está produciendo un cambio de paradigma en las comunicaciones. Como es normal, hay mucha gente que se niega a aceptar estos cambios en sus vidas y que creen que son innecesarios e incluso perjudiciales.

16.4 (D4: Material adicional para Nivel superior) Procesos estelares

Las leyes de la física nuclear aplicadas a los procesos de fusión nuclear en el interior de las estrellas determinan la producción de todos los elementos hasta el hierro

Comenzaremos analizando con más detalle los procesos que conllevan la formación de las estrellas a partir del **medio interestelar** (ISM, por sus siglas en inglés), que está compuesto aproximadamente de un 99% de gas (la mayoría hidrógeno y helio) y un 1% de polvo. Este medio tiene una temperatura y una densidad muy bajas. No llega a ser nunca totalmente uniforme (homogéneo) y es posible que las estrellas vecinas e incluso las ondas de choque de una supernova puedan alterarlo.

Las fuerzas gravitatorias pueden ser muy pequeñas, pero transcurrido el tiempo suficiente, el gas y el polvo se pueden unir más cuando la densidad es ligeramente superior. El principal motivo que impide el colapso final de una nebulosa (o parte de una nebulosa) sobre la que actúan las fuerzas gravitatorias es la presión en sentido contrario que ejerce el movimiento de las moléculas de gas.

■ El criterio de Jeans

El astrónomo británico Sir James Jeans llevó a cabo los primeros trabajos sobre las condiciones necesarias para la formación de las estrellas. En términos sencillos, si la energía potencial gravitatoria de una masa de gas es superior a la energía cinética de sus moléculas, tiende al colapso. Una estrella no se puede formar a menos que la masa del gas supere cierto valor crítico, denominado **masa de Jeans**, M_J . El valor de esta masa depende de la temperatura, de forma que si el medio interestelar está a mayor temperatura, la masa necesaria para la formación de una estrella será superior.

El colapso de una nube interestelar para formar una estrella solo puede comenzar si su masa $M > M_J$.

En este curso *no* efectuaremos cálculos que incluyan el criterio de Jeans, pero consideramos instructivo mencionar un ejemplo. Para el gas hidrógeno, que tiene una densidad reducida de 10^9 átomos m^{-3} a una temperatura de 100 K, la masa de Jeans, M_J , es aproximadamente 10^{33} kg. Esta masa es más o menos equivalente a $1000 \times$ la masa del Sol. Estas cifras demuestran que es necesaria una masa muy grande antes de que el medio interestelar comience a colapsar, aunque, cuando esto sucede, la masa afectada es lo suficientemente grande para que se forme más de una estrella.

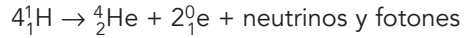
■ Fusión nuclear

La fusión nuclear que tiene lugar en el núcleo de las estrellas es la transferencia de energía dominante que origina la potencia de la radiación que emiten. La fusión puede tener lugar debido a las elevadas temperaturas que se originan cuando la energía potencial gravitatoria se transfiere en forma de energía cinética de las partículas en el momento en que la masa interestelar se une por la acción de las fuerzas gravitatorias.

Las estrellas pueden tardar mucho tiempo en fusionar la mayor parte de su hidrógeno en helio y durante este tiempo se las denomina estrellas de secuencia principal. Cuando el suministro de hidrógeno en una estrella se reduce («se agota»), pueden suceder diferentes procesos de fusión (a mayores temperaturas) mientras la estrella entra en las últimas fases de su vida y abandona la secuencia principal en el diagrama HR. Examinamos a continuación con más detalle estos procesos de fusión.

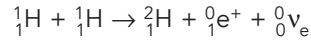
La fusión nuclear en la secuencia principal

En la primera parte de este capítulo hemos resumido la fusión del hidrógeno en helio:

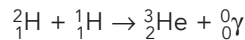


Pero el proceso es un poco más complejo. Se conoce como **ciclo protón-protón** y en él podemos distinguir tres fases:

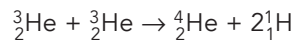
- Se fusionan dos protones para crear un núcleo de ^2_1H (deuterio). En este proceso se emiten un positrón y un neutrino (electrónico).



- El núcleo de deuterio se fusiona con otro protón para crear He-3. En este proceso se emite un fotón de rayos gamma.

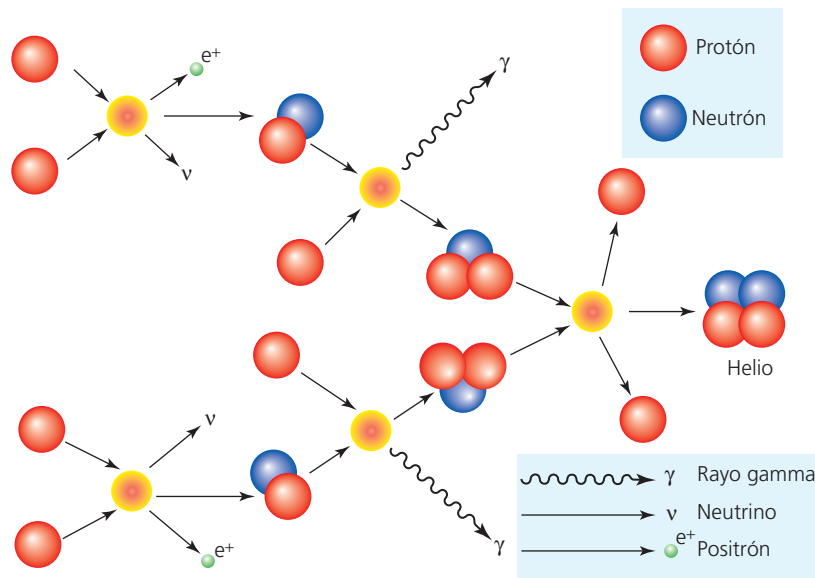


- Se combinan dos núcleos de He-3 para crear He-4. En esta reacción se liberan dos protones.

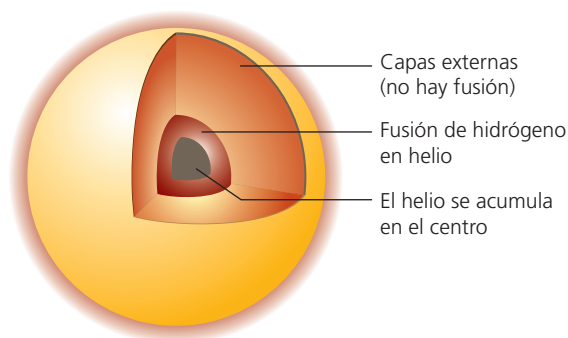


En la Figura 16.47 se ilustran estas tres fases.

■ **Figura 16.47**
El ciclo protón-protón



■ **Figura 16.48**
Estructura interna de una estrella de secuencia principal



La energía potencial nuclear que se libera en cada ciclo es de 26,7 MeV y se transfiere en forma de energía cinética y energía electromagnética de los productos. La energía se transfiere continuamente a la superficie de la estrella, desde donde se irradia a la misma velocidad que se va generando por la fusión nuclear, de modo que la estrella se mantiene en equilibrio. Como los átomos de helio tienen más masa que los de hidrógeno, se quedan cerca del núcleo de la estrella donde se han formado (véase la Figura 16.48).

Las estrellas de secuencia principal se mantienen estables durante mucho tiempo porque la presión térmica del gas y la presión de la radiación ejercidas hacia el exterior contrarrestan la presión gravitatoria que se ejerce hacia el interior.

Tiempo que permanecen las estrellas en la secuencia principal

Cuando el suministro de hidrógeno se reduce lo suficiente (una vez que se ha fusionado aproximadamente el 12% de la masa total del hidrógeno) la estrella deja de estar en equilibrio. El núcleo de helio inerte comienza a colapsarse hacia el interior debido al efecto de las fuerzas gravitatorias y esto marca el inicio de su final como estrella de secuencia principal. La «vida» de una estrella en la secuencia principal depende de la masa inicial de hidrógeno y de la velocidad de fusión nuclear. Sin embargo, las estrellas más masivas tienen núcleos más concentrados a temperaturas superiores y esto implica que agoten el hidrógeno que contienen *mucho* antes.

Las estrellas con más masa tienen vidas más cortas en la secuencia principal.

Al comienzo de este capítulo hemos introducido la siguiente ecuación que relaciona la luminosidad, L , de una estrella de la secuencia principal con su masa original, M :

$$L \propto M^{3,5}$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

Podemos asumir que la luminosidad de una estrella de secuencia principal estable es constante, por lo que:

$$L = \frac{\text{energía total liberada por la fusión nuclear}}{\text{tiempo que permanece como estrella de secuencia principal, } T}$$

Es razonable asumir que la energía liberada es aproximadamente proporcional a la masa de la estrella, por lo que:

$$L \propto \frac{M}{T}$$

Si combinamos estas dos últimas ecuaciones, obtenemos:

$$M^{3,5} \propto \frac{M}{T}$$

o:

$$T \propto \frac{1}{M^{2,5}}$$

Esta ecuación *no* figura en el *Apéndice de datos de Física*.

La vida del Sol

Conocemos los siguientes datos del Sol:

- masa, $M_{\odot} = 1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$
- luminosidad = $3,85 \times 10^{26} \text{ W}$
- En cada ciclo protón-protón se liberan 26,7 MeV (= $4,27 \times 10^{-12} \text{ J}$) de energía.
- Cuando se forman, las estrellas de la secuencia principal contienen aproximadamente un 75% de hidrógeno.
- Su vida como estrella de la secuencia principal finalizará cuando aproximadamente el 12% de su hidrógeno se fusione en helio.

Podemos calcular un valor para la duración de su vida como estrella de la secuencia principal del siguiente modo:

cantidad de hidrógeno que se fusionará («quemará») durante la vida en la secuencia principal = 12% del 75% de $1,99 \times 10^{30} \text{ kg} = 1,79 \times 10^{29} \text{ kg}$

masa que se ve afectada en cada ciclo protón-protón = $4 \times 1,67 \times 10^{-27} = 6,68 \times 10^{-27} \text{ kg}$

número de ciclos protón-protón durante la vida en la secuencia principal

$$= \frac{1,79 \times 10^{29}}{6,68 \times 10^{-27}} = 2,68 \times 10^{55}$$

velocidad actual de los ciclos protón-protón = $\frac{3,85 \times 10^{26}}{4,27 \times 10^{-12}} = 9,02 \times 10^{37} \text{ s}^{-1}$ (lo asumimos constante para la vida en la secuencia principal)

duración de la vida en la secuencia principal del Sol = $\frac{2,68 \times 10^{55}}{9,02 \times 10^{37}} = 2,97 \times 10^{17} \text{ s}$ (o unos $9,4 \times 10^9$ años)

Se espera que el Sol (masa M_{\odot}) permanezca en la secuencia principal un total aproximado de 10^{10} años.

También podemos estimar la reducción en la masa del Sol debida a las reacciones de fusión nuclear a partir de $\Delta E = \Delta mc^2$ (Capítulo 7):

energía transferida durante la vida en la secuencia principal, $\Delta E = \text{potencia} \times \text{tiempo}$

$$= 3,85 \times 10^{26} \times 2,97 \times 10^{17} = 1,14 \times 10^{44} \text{ J}$$

$$\Delta E = \Delta mc^2$$

$$1,14 \times 10^{44} = \Delta m \times (3,0 \times 10^8)^2$$

$$\Delta m = 1,3 \times 10^{27} \text{ kg}$$

¡Esto equivale a $4,3 \times 10^9 \text{ kg s}^{-1}$!

Ejemplo resuelto

10 Estima la vida en la secuencia principal de una estrella cuya masa es el doble de la del Sol.

$$\frac{T_{\text{estrella}}}{T_{\text{Sol}}} = \left(\frac{M_{\odot}}{M_{\text{estrella}}} \right)^{2,5}$$

$$= \left(\frac{1}{2} \right)^{2,5}$$

$$\log \frac{T_{\text{estrella}}}{T_{\text{Sol}}} = 2,5 \log 0,5 = -0,753$$

$$\frac{T_{\text{estrella}}}{T_{\text{Sol}}} = 0,17$$

$$T_{\text{estrella}} = 0,17 \times T_{\text{Sol}}(10^{10}) = 1,7 \times 10^9 \text{ años}$$

La estrella tiene el doble de masa pero la duración de su vida es inferior a $\frac{1}{5}$ de la del Sol.

63 Se puede calcular el valor aproximado de la masa de Jeans a partir de la siguiente ecuación (que no necesitas memorizar):

$$M_J^2 = \left(\frac{5kT}{Gm} \right)^3 \times \frac{3}{4\pi\rho}$$

donde M es la masa de las partículas atómicas individuales y ρ es la densidad media del medio.

- a Calcula el valor de M_J para el hidrógeno a una temperatura de 40 K y una densidad de 200 moléculas por cm^3 .
- b i Explica por qué sería necesaria una masa de Jeans superior para el mismo gas con la misma densidad pero a una temperatura superior.
- ii Si la temperatura fuera de 50 K en lugar de 40 K (a la misma densidad), ¿cuánto aumentaría la masa de Jeans?

64 a Estima la luminosidad de una estrella (en términos de L_{\odot}) que tiene una masa 10 veces superior a la masa del Sol.

b ¿Cuál es la masa aproximada de una estrella (en términos de M_{\odot}) la mitad de luminosa que el Sol?

65 a ¿Cuál es la masa de una estrella (en términos de M_{\odot}) que tendrá una vida en la secuencia principal doble de la del Sol?

b Estima la vida de una estrella que tiene una masa 20 veces mayor que la del Sol.

66 a Una estrella de secuencia principal tiene una luminosidad de $4,9 \times 10^{28} \text{ W}$. ¿Cuál es la reducción anual de su masa debida a la fusión nuclear?

b ¿Cuál es el cambio en la masa expresado como porcentaje de la masa inicial de la estrella?

■ Nucleosíntesis fuera de la secuencia principal

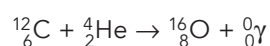
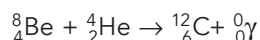
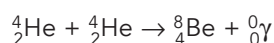
Cuando el hidrógeno se agota, el núcleo de la estrella comienza a contraerse porque, una vez que la velocidad de fusión se reduce, las fuerzas gravitatorias son de mayor intensidad que las fuerzas ejercidas hacia el exterior. La energía potencial gravitatoria se transfiere entonces en forma de energía cinética de los núcleos que hay en el núcleo de la estrella y en un aumento de la presión del gas térmico, lo que provoca una expansión significativa de las capas externas de la estrella. Como resultado, la parte exterior se enfría y se crea una gigante roja o una supergigante roja (tal como se ha descrito antes en este capítulo). Estos cambios provocan que la estrella abandone la secuencia principal.

Las temperaturas de los núcleos de las gigantes rojas son suficientes para provocar la fusión de los núcleos de helio (o de elementos más pesados). La creación de núcleos de elementos más pesados mediante fusión se denomina **nucleosíntesis**.

En general, la contracción de los núcleos de estrellas de la secuencia principal con mayor masa provoca un aumento de las temperaturas, lo que significa que los núcleos alcanzan energías cinéticas más elevadas. De este modo pueden contrarrestar las fuerzas repulsivas eléctricas más intensas que intervienen en la fusión de los elementos más pesados.

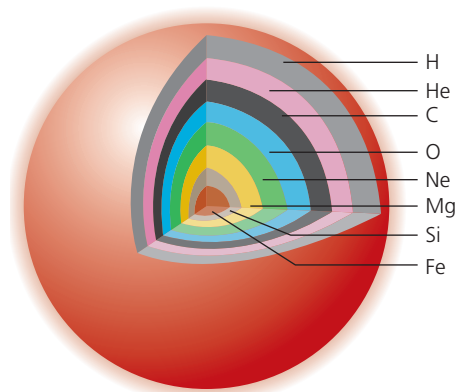
Esta es una descripción resumida de los procesos que tienen lugar:

- Para masas estelares inferiores a $4M_{\odot}$ (gigantes rojas), la temperatura del núcleo puede alcanzar 10^8 K, una temperatura suficiente para que tenga lugar la nucleosíntesis del carbono y del oxígeno. (El helio se produce en una capa más externa). Por ejemplo:



- Para masas estelares entre $4M_{\odot}$ y $8M_{\odot}$ (gigantes rojas de mayor tamaño), la temperatura del núcleo supera los 10^9 K y es suficiente para que tenga lugar la nucleosíntesis del neón y del magnesio. (El helio, el carbono y el oxígeno se producen en las capas más externas).
- Para masas superiores a $8M_{\odot}$ (supergigantes rojas), la temperatura del núcleo es suficientemente elevada para que tenga lugar la nucleosíntesis de elementos tan pesados como el silicio y el hierro. (Los elementos más ligeros se siguen produciendo en las capas más externas). En el Capítulo 7 explicamos que el núcleo de hierro es uno de los más estables (tiene una de las energías medias de enlace por nucleón más elevadas, lo que supone que debe haber una entrada de energía para que se creen núcleos más pesados. (Lo estudiaremos más adelante en este capítulo).

La estructura de las estrellas que se encuentran fuera de la secuencia principal es laminada («semejante a las capas de una cebolla») y los elementos más pesados se encuentran más cerca del centro. La supergigante roja es la que más capas tiene (véase la Figura 16.49).

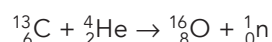


■ **Figura 16.49** Las capas de una supergigante roja

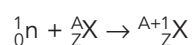
- 67** Escribe la posible ecuación de una reacción nuclear que genere silicio-14.
- 68** ¿Qué elementos habrá en el Sol cuando finalice su vida en la secuencia principal?
- 69** Explica por qué la fusión nuclear dentro de las estrellas de la secuencia principal no puede generar núclidos con números de nucleones superiores a 62.

Formación de elementos más pesados que el hierro mediante captura de neutrones

Los neutrones se generan en algunas reacciones de fusión nuclear dentro de una estrella.



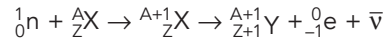
Como los neutrones no tienen carga, no experimentan repulsión electrostática y se pueden acercar lo suficiente a los núcleos como para entrar en el intervalo de fuerzas nucleares fuertes de atracción y ser «capturados».



Cuando esto ocurre, se incrementa el número másico del núcleo, cuya estabilidad se ve afectada. El núcleo se puede desintegrar por la emisión de una partícula beta negativa, lo que provoca la formación de un elemento nuevo con un número superior de protones (Capítulo 7). Pero también puede haber otros resultados, según ciertos factores como la densidad de neutrones, la temperatura y la semivida de la desintegración beta. Podemos identificar dos procesos principales: el proceso s y el proceso r.

El proceso s: captura de neutrones térmicos

El **proceso s** tiene lugar en determinados tipos de gigantes rojas durante un período muy largo con una densidad de neutrones relativamente baja y temperaturas estelares intermedias. En estas condiciones la captura de neutrones es mucho menos probable que la desintegración beta, lo que significa que después de la captura de neutrones la desintegración beta casi siempre tendrá lugar antes de que se capture otro neutrón. En general:



De este modo, a partir de los núclidos más pesados que se encuentran en una estrella gigante roja, se pueden crear elementos más y más pesados durante un período muy largo, pero nunca más pesados que el bismuto-209.

El proceso r: captura de neutrones rápidos

En este proceso se pueden formar núclidos de una gran variedad de elementos, incluidos los que tienen más masa. El **proceso r** sucede muy rápidamente en las supernovas, que tienen densidades de neutrones y temperaturas muy elevadas. En estas condiciones, la captura de neutrones es mucho más probable que la desintegración beta, lo que supone que las capturas de neutrones repetidas pueden originar rápidamente núclidos con números másicos elevados. La desintegración beta provoca transmutación en diferentes elementos y a este proceso contribuye la presencia de un gran número de neutrinos en la supernova.

■ Supernovas

Las supernovas son explosiones estelares muy luminosas, impredecibles y repentinas. (El nombre «supernova» expresa estas dos cualidades: superbrillante y nueva). Durante unas cuantas semanas sus luminosidades pueden ser superiores a las de toda una galaxia. Estos eventos inusuales tienen unas escalas de tiempo muy diferentes a las del resto de eventos del universo, razón por la que, para los astrónomos, resultan fascinantes y útiles por igual.

Se ha estimado que una supernova ocurre una vez cada 50 años en una galaxia convencional. La última supernova detectada en nuestra galaxia se observó sin ayuda de un telescopio y tuvo lugar en 1604 (Figura 16.50). Los astrónomos de aquella época utilizaron su apariencia como prueba de que el universo *no* era fijo ni inalterable. Ocurrió a unos 20 000 al de la Tierra y pudo verse durante el día y a lo largo de varias semanas. Su remanente todavía se puede ver con un telescopio. Hasta hace poco la observación de las supernovas era relativamente aleatoria y eran los astrónomos

■ **Figura 16.50**
Dibujo original de Johannes Kepler que representa la supernova de 1604 en la constelación de Ofiuco (el «portador de la serpiente»). Se representa con la letra N, que se encuentra en el noveno cuadro contando por arriba y el octavo contando por la izquierda.



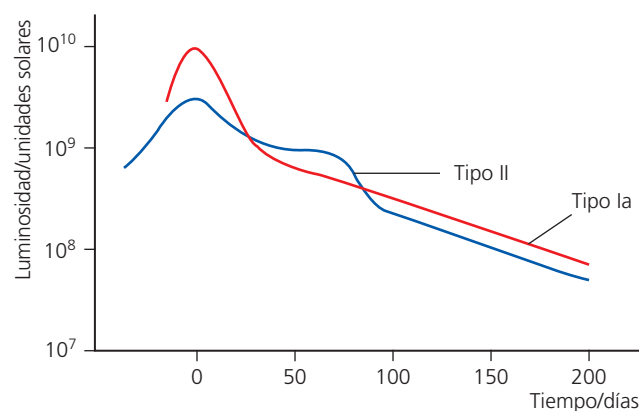
mos aficionados los que solían detectarlas, pero actualmente la búsqueda se ha automatizado mucho más y se controla por ordenador.

Las supernovas son determinantes en la creación de elementos pesados y también es posible que sean responsables de provocar alteraciones en el medio interestelar que pueden instigar el nacimiento de estrellas.

Supernovas de Tipo Ia y Tipo II

Las supernovas se clasifican en un principio tomando como referencia las líneas de hidrógeno de sus espectros aunque también teniendo en cuenta sus «curvas de luz» (véase la Figura 16.51).

■ **Figura 16.51**
Curvas de luz de dos tipos de supernovas



Supernovas de tipo Ia

Si una de las estrellas de un sistema binario se ha convertido en una enana blanca (con un núcleo de carbono-oxígeno), su campo gravitatorio puede tener la intensidad suficiente para atraer materia de su estrella vecina. Este incremento en la masa conlleva que la presión de degeneración electrónica ya no es lo suficientemente elevada como para resistir el colapso de la estrella. (La masa de la enana blanca se ha incrementado hasta el límite de Chandrasekhar para la masa máxima de una enana blanca [= $1,4M_{\odot}$].) El rápido aumento de la temperatura que resulta de la transferencia de la energía potencial gravitatoria en energía cinética de las partículas provoca una extensa y rápida fusión del carbono. Como resultado, se crea una supernova que, en sus primeras fases, puede ser 10^{10} veces más luminosa que el Sol (véase la Figura 16.52).



■ **Figura 16.52** Recreación artística de una supernova Tipo Ia

Como estas reacciones solo suceden cuando la estrella ha adquirido una masa determinada (y bien conocida), las luminosidades, L , de las supernovas de Tipo Ia tienen siempre aproximadamente el mismo valor. De este modo, podemos determinar la distancia, d , entre una supernova de Tipo Ia y la Tierra si usamos $b = L/4\pi d^2$, una vez que hemos medido el brillo aparente, b . Tal como hemos mencionado antes en este capítulo, todo esto contribuye a que este tipo de supernovas sean muy útiles a la hora de determinar la distancia a las galaxias en las que ocurren y es el motivo de que se las conozca como «velas estándar» de las galaxias que se encuentran a más de 1 000 Mpc de la Tierra.

Como estas reacciones solo suceden cuando la estrella ha adquirido una masa determinada (y bien conocida), las luminosidades, L , de las supernovas de Tipo Ia tienen siempre aproximadamente el mismo valor. De este modo, podemos determinar la distancia, d , entre una supernova de Tipo Ia y la Tierra si usamos $b = L/4\pi d^2$, una vez que hemos medido el brillo aparente, b . Tal como hemos mencionado antes en este capítulo, todo esto contribuye a que este tipo de supernovas sean muy útiles a la hora de determinar la distancia a las galaxias en las que ocurren y es el motivo de que se las conozca como «velas estándar» de las galaxias que se encuentran a más de 1 000 Mpc de la Tierra.

Supernovas de Tipo II

Cuando las reacciones nucleares que tienen lugar en una supergigante roja finalizan, la estrella se colapsa pero la masa y la energía que intervienen son tan elevadas que los núcleos que hay en su zona más interna vuelven a descomponerse en protones, neutrones, electrones, fotones y un gran número de neutrinos. El proceso de interacción de estas partículas es complicado, pero como consecuencia se genera una enorme onda de choque que se desplaza hacia fuera, destruye las capas externas de la estrella y se propaga a enormes distancias en el espacio circundante. Se produce la captura de neutrones rápidos y seguidamente la creación de los elementos más pesados. El núcleo restante se convierte en una estrella de neutrones o un agujero negro (tal como hemos explicado antes en el capítulo).

Perspectivas adicionales

¿De dónde proceden los átomos de nuestro cuerpo?

Esta pregunta puede tener diferentes respuestas según la escala de tiempo que consideremos. Los procesos químicos y biológicos son responsables de la redistribución de los átomos y no nos cuesta creer que un átomo de carbono en el cuerpo de una persona formó parte de una planta que crecía en otra parte de la Tierra o un pez que nadaba en el río hace seis meses. Con una perspectiva a más largo plazo, el mismo átomo pudo formar parte de un dinosaurio hace millones de años.

Es improbable que cualquiera de los átomos presentes en tu cuerpo cuando naciste permanezca ahora en él. Durante un período de tiempo muy largo puede ser razonable asumir que los átomos se redistribuyen al azar, y a los estudiantes se les formula una pregunta relacionada con la teoría cinética en la que se pide estimar, por ejemplo, cuántos átomos de carbono que en su día formaron parte del cuerpo de Isaac Newton forman ahora parte de su cuerpo.

A escala cosmológica, que abarca miles de millones de años, todos los átomos de nuestro cuerpo estaban originalmente en el espacio interestelar, las nebulosas, las estrellas y las supernovas, y sus orígenes se remontan mucho más hasta las primeras fases del universo y el *Big Bang*. Realmente estamos hechos de «polvo estelar» y si miramos hacia el futuro, dentro de miles de millones de años, ese es el estado al que volverán nuestros átomos.

1 Busca información sobre el tiempo que permanece un átomo convencional en el cuerpo humano.

Enlace con la teoría del conocimiento

Una pregunta filosófica

Si nuestros cuerpos y mentes no están hechos de los mismos átomos que los constituían antes, ¿hasta qué punto somos la misma persona?

70 Escribe otra posible ecuación de una reacción de nucleosíntesis que genera la emisión de un neutrón.

71 Escribe las ecuaciones que representan el siguiente proceso: el hierro-56 captura tres neutrones, emite una partícula beta negativa y se transmuta en cobalto.

72 Se han encontrado trazas de uranio en muchos lugares de la Tierra. Explica de dónde proceden.

73 Resume las diferencias entre las supernovas de Tipo Ia y las de Tipo II.

16.5 (D5: Material adicional para nivel superior) Otros conceptos de cosmología

En el moderno campo de la cosmología se usan avanzadas técnicas experimentales y observacionales para recoger datos que cuentan con un grado de precisión sin precedentes, y como resultado se han extraído conclusiones realmente sorprendentes y detalladas sobre la estructura del universo

La investigación astronómica y cosmológica es un área científica que ha experimentado un sustancial crecimiento en los últimos años. Los avances en la ingeniería de satélites, las técnicas de generación de imágenes y la recogida y análisis de datos con la ayuda de ordenadores en muchos países han contribuido a ampliar rápidamente nuestro conocimiento del universo que, a su vez, ha mejorado la importancia relativa de la astronomía en el espectro de materias científicas y ha contribuido a mejorar la conciencia e interés del público general.



La base de conocimientos de un astrónomo debe abarcar todas las dimensiones, desde la más grande (obviamente) a la más pequeña, porque las propiedades de las partículas subatómicas y la radiación son fundamentales para comprender el comportamiento de las estrellas y el origen del universo.

En esta sección estudiaremos los principales problemas a los que se enfrenta la investigación cosmológica de vanguardia: la materia oscura, la energía oscura y el posible futuro del universo. Pero comenzaremos explicando el *principio cosmológico* y esclareciendo nuestra comprensión de los desplazamientos hacia el rojo.

■ El principio cosmológico

Se trata de un punto de partida en el desarrollo y la comprensión del universo. Se ha sugerido a lo largo de este capítulo, pero lo debemos enunciar formalmente. Los astrónomos creen que la estructura a *gran escala* del universo es la misma en cualquier parte y que cuando miramos en distintas direcciones vemos esencialmente lo mismo.

Puede parecer que en este capítulo hemos analizado las diferencias astronómicas, por ejemplo, entre los distintos tipos de estrellas. Además, cuando observamos el cielo nocturno, las vistas en las diferentes direcciones pueden ser similares, pero es obvio que no son exactamente las mismas. El universo es inimaginablemente enorme y a esa escala estas diferencias suelen ser insignificantes.

El **principio cosmológico** se puede resumir así:

El universo es homogéneo e isotrópico.

- El universo es **homogéneo**: cualquier sección de gran tamaño del universo es similar a otra.
- El universo es **isotrópico**: lo que podemos observar mirando en cualquier dirección desde cualquier lugar del universo es similar a lo que podemos observar en cualquier otra dirección desde el mismo lugar, o en cualquier dirección desde otro lugar.

Aparentemente, si se acepta el primer punto, el segundo debe ser cierto, pero si el universo tuviera un «borde», para algunos observadores la vista sería diferente en las distintas direcciones, aunque el universo fuera homogéneo.

La *isotropía* implica que el universo no tiene ni bordes ni centro.

■ El origen cosmológico del desplazamiento hacia el rojo

Cuando la radiación electromagnética que se recibe tiene una longitud de onda más larga que cuando se emitió, se dice que presenta un desplazamiento hacia el rojo. Hay más de un motivo posible por el que la radiación puede desplazarse hacia el rojo.

- 1 La fuente de radiación y el observador se podrían estar alejando uno de otro en un espacio inalterable, que es lo que se conoce como **efecto Doppler**. La radiación se desplazará hacia longitudes de onda más cortas si la separación se reduce (desplazamiento hacia el azul). El cambio en la longitud de onda se puede determinar a partir de la ecuación $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \approx v/c$ pero solo si $v \ll c$ (quizá para $v = 0,25c$ e inferiores).
- 2 El espacio entre la fuente y el observador se ha expandido entre el momento en el que se ha emitido la radiación y el momento en el que se ha recibido. Las longitudes de onda se incrementan en el mismo factor que el espacio, y a este fenómeno se le denomina **desplazamiento cosmológico hacia el rojo**. Los desplazamientos cosmológicos hacia el azul no son posibles.

El desplazamiento cosmológico hacia el rojo de la radiación procedente de galaxias distantes es una prueba experimental del modelo del *Big Bang*.

La ecuación $\Delta\lambda/\lambda_0 \approx \frac{v}{c}$ (si $v \ll c$) también se puede aplicar a los desplazamientos cosmológicos hacia el rojo (aunque esta ecuación simplificada no se puede usar para las galaxias más distantes).

- 3 (Los **desplazamientos gravitatorios hacia el rojo** (estudiados en el Capítulo 13) tienen lugar como resultado de la radiación que abandona los campos gravitatorios.)

Es posible que la radiación de una estrella o galaxia experimente tanto un desplazamiento cosmológico hacia el rojo como un desplazamiento Doppler. Por ejemplo, algunos sistemas de estrellas binarias que se alejan de la Tierra tendrán un desplazamiento cosmológico hacia el rojo, mientras que las dos estrellas tienen desplazamientos Doppler (uno hacia el azul y otro hacia el rojo). Todas las galaxias tenderán a alejarse, pero una galaxia «cercana» de un cúmulo experimentará una velocidad de recesión relativamente lenta y, por lo tanto, es posible que se acerque a la Tierra siguiendo su órbita dentro del cúmulo, mientras que el desplazamiento Doppler hacia el azul supera el desplazamiento cosmológico hacia el rojo.

Cuando se realiza un cálculo detallado de cualquier desplazamiento astronómico hacia el rojo se deben tener en cuenta todos estos factores. En cualquier caso, *no* se exige en este curso.

■ La masa del universo

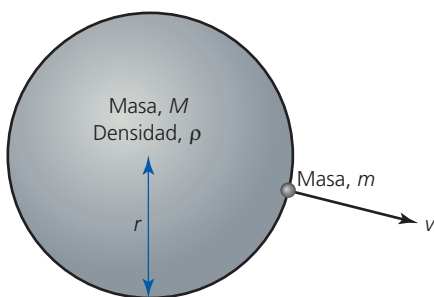
Podemos considerar que las galaxias incrementan su energía potencial gravitatoria y pierden energía cinética cuando el espacio se expande y aumentan sus separaciones. Si las galaxias tienen energía suficiente, esta expansión puede continuar de forma indefinida; si no tienen energía suficiente, se alejarán conjuntamente debido a las fuerzas gravitatorias y el espacio se contraerá. Sa-

bemos calcular las velocidades de recesión de las galaxias, por lo que en principio solo habría que hacer un cálculo directo usando la teoría gravitatoria clásica para determinar lo que ocurrirá en el futuro *si* conocemos los datos exactos de la masa del universo.

Los astrónomos se suelen referir a la *densidad media* (masa total/volumen total) del universo.

Densidad crítica

La **densidad crítica**, ρ_c , del universo es la densidad teórica que detendría la expansión del universo transcurrido un tiempo infinito.



■ **Figura 16.53** Estimación de la densidad crítica

A continuación explicamos cómo se puede obtener un valor teórico de la densidad crítica usando la gravitación newtoniana clásica.

Considera una nube esférica homogénea de materia interestelar de masa M , radio r y densidad ρ (véase la Figura 16.53). Una masa m a una distancia r del centro se aleja con una velocidad $v = Hr$, donde H es el valor de la «constante» de Hubble en ese instante concreto.

La energía total, E_T , de la masa m es igual a la suma de su energía cinética y su energía potencial gravitatoria:

$$E_T = \frac{1}{2}mv^2 + (-GMm/r)$$

recuerda que la energía potencial gravitatoria es negativa.

Pero $M = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$ y $v = Hr$, por lo que:

$$E_T = \frac{1}{2}m(Hr)^2 - G\frac{4}{3}\pi r^3 \rho m/r$$

Si la masa m se mueve hacia el exterior hasta llegar al infinito cuando ha transcurrido un tiempo infinito, su energía total será cero. (Es similar al cálculo de la velocidad de escape de un planeta que se explicó en el Capítulo 10). Si $E_T = 0$ y $\rho = \rho_c$:

$$\frac{1}{2}m(Hr)^2 - G\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_c m/r = 0$$

Simplificando, obtenemos:

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}$$

Esta ecuación figura en el *Apéndice de datos de Física*.

Ejemplo resuelto

11 Calcula el valor de la densidad crítica actual del universo a partir de $H = H_0 = 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$.

En unidades del SI:

$$H_0 = \frac{70 \times 10^3}{3,26 \times 10^6 \times 9,46 \times 10^{15}} = 2,27 \times 10^{-18} \text{ s}^{-1}$$

$$\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G} = \frac{3 \times (2,27 \times 10^{-18})^2}{8\pi \times 6,67 \times 10^{-11}} = 9,2 \times 10^{-27} \text{ kg m}^{-3}$$

El valor de la densidad crítica depende del tiempo, se reduce cuando el universo se expande (y H cambia). Se cree que el valor *teórico* actual es equivalente a (únicamente) unos seis átomos de hidrógeno por metro cúbico.

74 a Explica por qué al observar el cielo nocturno en una noche clara puedes ver muchas más estrellas en algunas direcciones que en otras.

b Explica por qué este hecho no contradice el principio cosmológico.

75 Explica por qué nunca se detectan los desplazamientos cosmológicos hacia el azul.

76 Sugiere por qué los experimentos de física de alta energía del CERN pueden ayudar a los astrónomos a entender el universo primigenio.

- 77 Explica por qué la ecuación $\Delta\lambda/\lambda_0 \approx v/c$ no se puede usar para calcular con exactitud la velocidad de recesión de una galaxia muy distante.
- 78 Sugiere por qué los astrónomos suelen referirse a la densidad del universo y no a su masa.
- 79 a Demuestra que una densidad de $9,2 \times 10^{-27} \text{ kg m}^{-3}$ es equivalente a seis átomos de hidrógeno por metro cúbico.
b Compara la densidad crítica del universo con la densidad habitual del aire que respiras.

Estimación de la densidad media real del universo

Lo que le ocurra al universo en el futuro depende de cómo se compare la densidad media *real* con la densidad crítica. Puesto que conocemos cómo se comportan las masas de las estrellas, galaxias y nebulosas de forma individual, así como sus separaciones y su distribución, los cálculos directos deben conducir a una estimación de la masa total de un gran volumen habitual, a partir del cual se puede calcular la densidad media. Esto es realmente factible, pero los resultados de dichos cálculos aplicados a las galaxias son inexactos y no son en ningún caso los valores de masa más fiables que se pueden determinar aplicando las leyes de la física a la rotación de las galaxias.

Las curvas de rotación y la masa de las galaxias

Las velocidades teóricas de las estrellas que rotan con una galaxia alrededor de su centro de masa se pueden calcular a partir de las leyes de la física clásica. Es conveniente considerar las estrellas situadas cerca del centro de forma distinta a las estrellas más distantes del modo siguiente.

- 1 *Cerca del centro de una galaxia* la velocidad orbital circular de una estrella se incrementa aproximadamente de forma proporcional a su distancia al centro. Esto lo podemos explicar mediante la gravitación newtoniana: asumimos que una galaxia es homogénea y esférica, con radio r y densidad ρ . Actuaría como si toda su masa, M , se concentrara en su centro. Una masa m en la circunferencia experimentaría una fuerza GMm/r^2 . Si igualamos esta ecuación con la expresión de la fuerza centrípeta obtenemos:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{GMm}{r^2}$$

de modo que:

$$v^2 = \frac{GM}{r}$$

$$\text{Como } M = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho:$$

$$v^2 = \frac{4}{3}\pi Gr^2 \rho$$

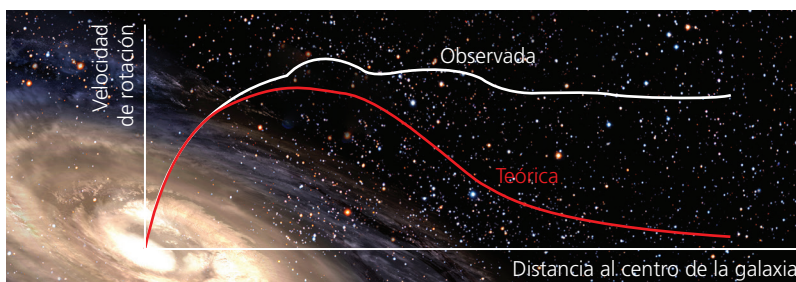
o:

$$v = \sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}} r$$

Esta ecuación, que demuestra que la velocidad de rotación de la galaxia es proporcional a la distancia al centro, figura en el *Apéndice de datos de Física*. Debido a las suposiciones simplificadas, tan solo supone un valor aproximado de las velocidades en las proximidades del centro de la galaxia.

- 2 *A mayores distancias*, la situación es parecida, por ejemplo, a los planetas que orbitan libremente alrededor de una estrella central con mucha masa, de modo que la velocidad de rotación se reduce con la distancia.

$$(v \propto \sqrt{\frac{1}{r}} \text{ – véase el Capítulo 6})$$



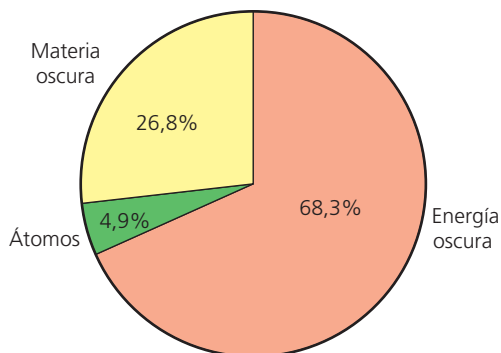
■ **Figura 16.54** Comparación de las curvas de rotación teóricas y observadas

Un análisis detallado generará una **curva de rotación** teórica combinada (gráfica v - r) como la de la Figura 16.54. No obstante, las medidas reales obtenidas a partir de las observaciones del desplazamiento hacia el rojo muestran un patrón significativamente distinto (representado en color blanco en la Figura 16.54). (Debemos distinguir entre los desplazamientos hacia el rojo debidos a la recesión de la galaxia en su totalidad y los movimientos orbitales de las estrellas). Las velocidades orbitales calculadas para las estrellas más externas de la galaxia son aproximadamente constantes.

La diferencia entre la teoría y las observaciones requiere una explicación. Es posible que haya algún error en los principios físicos básicos que se usan en la teoría, pero la explicación preferida es que debe haber mucha más masa en las galaxias de la que podemos observar directamente, y que esta masa se concentra en las zonas más externas de la galaxia en un **halo de materia oscura**.

■ La materia oscura

La **materia oscura** es el nombre que se asigna a la materia que se cree que está presente en el universo, pero que nunca se ha detectado directamente porque ni emite ni absorbe radiación.



■ **Figura 16.55** Elementos constituyentes del universo

Se cree que la **materia oscura** es unas cinco veces más abundante en el universo que la materia observable (los átomos), pero la **energía oscura** (consulta la información al respecto más adelante en esta sección) sería la forma dominante de masa-energía en el universo (véase la Figura 16.55).

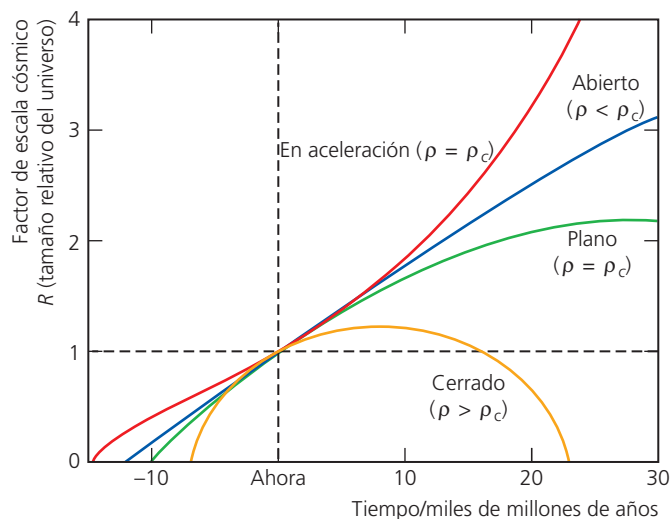
Se han propuesto muchas teorías sobre la naturaleza de la materia oscura, entre las que se incluyen:

- **Objetos astrofísicos masivos de halo compacto (MACHO**, por sus siglas en inglés). Podrían ser estrellas antiguas o pequeñas estrellas «defectuosas», planetas muy grandes o incluso agujeros negros, algunos de los cuales o todos ellos sencillamente no emiten radiación suficiente para que los detectemos. Se considera improbable que pueda haber un número suficiente de estos objetos que expliquen por completo la materia oscura.
- **Partículas masivas que interactúan débilmente (WIMP**, por sus siglas en inglés). (Ten en cuenta que aquí «masivas» significa sencillamente «con masa», no implica grandes masas individuales). Podría haber números muy elevados de partículas de las que todavía no tenemos conocimiento porque son muy difíciles de detectar. Entre ellas se incluyen...
- **Los neutrinos**: se supone que las masas de los neutrinos son muy pequeñas, pero no se conocen con total certeza. El número de neutrinos presente en el universo es realmente elevado, por lo que su masa podría considerarse significativa.

■ Posibles futuros del universo

En la Figura 16.56 se representan los posibles futuros del universo en expansión. Este diagrama es muy parecido al de la Figura 16.46 pero lo volvemos a incluir aquí por su relevancia. Debemos tener en cuenta que la densidad no solo afecta al futuro, sino a nuestra estimación de la edad del universo.

■ **Figura 16.56**
Cómo afecta la densidad media del universo a su futuro



- **Un universo plano** ($\rho = \rho_c$) – la velocidad de expansión se reducirá a cero cuando haya transcurrido un tiempo infinito.
- **Un universo cerrado** ($\rho > \rho_c$) – si la densidad del universo es superior a la densidad crítica, en algún momento del futuro el universo dejará de expandirse, comenzará a contraerse y terminará finalmente como una «Gran contracción (*Big Crunch*)».
- **Un universo abierto** ($\rho < \rho_c$) – si la densidad del universo es menor que la densidad crítica, el universo seguirá expandiéndose indefinidamente.

Un universo acelerado

Los últimos cálculos (referentes a la materia oscura) sugieren que el valor de la densidad real del universo (¿sorprendentemente?) se aproxima a la densidad crítica, lo que puede sugerir que cualquiera de las tres posibilidades que se acaban de mencionar son factibles. No obstante, tal como se ha mencionado al principio de este capítulo, las medidas recientes de los desplazamientos hacia el rojo de las galaxias que contienen supernovas del tipo Ia indican que la expansión del universo ha estado *acelerándose* (durante la mitad de su vida aproximadamente), tal como muestra la línea roja de la Figura 16.56. Y esto exige una explicación diferente: la **energía oscura**.

Naturaleza de la ciencia

Sesgo cognitivo

En la ciencia, como en el resto de áreas de la experiencia humana, solemos creer lo que queremos creer. En otras palabras, nos inclinamos a aceptar información que avale nuestras experiencias o creencias actuales, del mismo modo que rechazamos la información que provocaría que cambiáramos nuestro parecer. Obviamente los científicos se esfuerzan en ser objetivos y evaluar los datos y teorías nuevos sin sesgos, pero el **sesgo de confirmación** está presente, normalmente sin que la gente sea consciente de ello, y es el motivo por el que rechazan lo inesperado y aceptan lo esperado.

La idea de que la expansión del universo disminuía debido a la atracción gravitatoria entre las galaxias se aceptó mayoritariamente y de acuerdo con las pruebas disponibles. El reciente cambio de paradigma a un universo acelerado (especialmente sin ninguna explicación que lo corrobore de forma rotunda) solo se ha aceptado debido a las pruebas determinantes.

Enlace con la teoría del conocimiento

Los límites de la comprensión

Los hechos experimentales demuestran que la expansión del universo se acelera aunque todavía nadie entiende por qué. ¿Es este un ejemplo de algo que nunca llegaremos a saber?

Tal como mencionó el astrónomo británico Martin Rees, que posee el título de *Astronomer Royal*:

«Un chimpancé no entiende la mecánica cuántica, y no es que se esfuerce en comprenderla. Ni siquiera es consciente de ello. No hay ningún motivo para creer que nuestros cerebros estén preparados para comprender todos los niveles de la realidad».

Al igual que es razonable no preocuparse de aquello que no sabemos, y de lo que somos totalmente inconscientes, es improbable que la mayoría de los científicos acepten de buen grado en algún momento que algo tan importante como el futuro del universo no se pueda conocer nunca, sobre todo cuando se trata de uno de los temas fundamentales de la investigación astronómica moderna. Esta misma reflexión se puede aplicar al origen del universo: es posible que nunca lleguemos a saber cómo ocurrió, pero los astrónomos siguen buscando respuestas.

■ Energía oscura

La **energía oscura** es un concepto que se ha propuesto en los últimos 20 años para dar explicación a la expansión acelerada del universo.

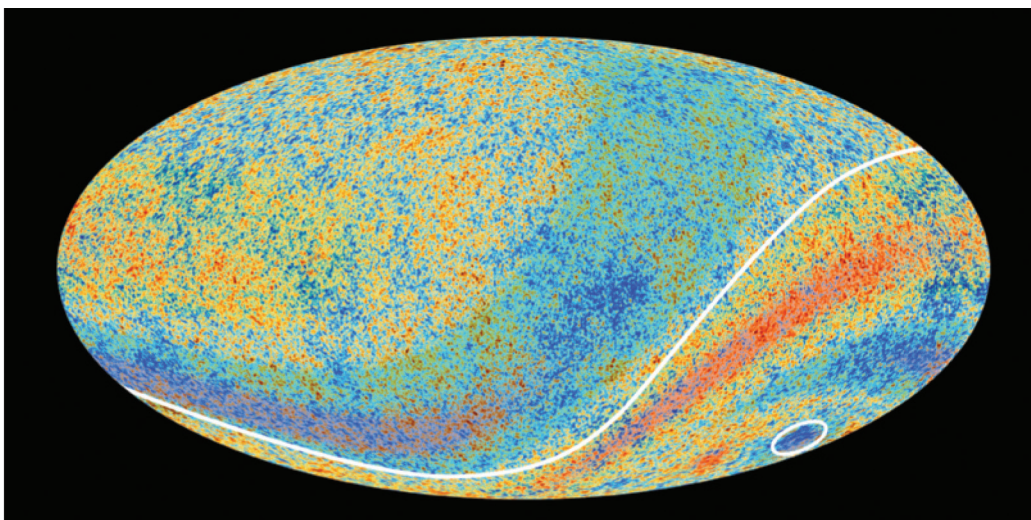
La energía oscura ejerce una «presión negativa» sobre el universo; una presión en sentido opuesto a cualquier contracción posible. No se ha detectado directamente y es todavía hipotética, aunque se cree que puede ser homogénea (en todo el espacio a una densidad *muy* baja). Incluso a esta densidad tan reducida, al estar presente en cualquier sitio, puede aportar aproximadamente el 68% del contenido de masa-energía del universo (véase la Figura 16.55). Muchos astrónomos consideran que es una propiedad intrínseca del espacio y que cuando el espacio se expande, también lo hace la cantidad de energía oscura.

- 80 Usa los datos facilitados en este capítulo (o en cualquier otra fuente) para realizar una estimación aproximada del orden de magnitud de la masa total de todas las estrellas del universo observable.
- 81 Busca en Internet más información sobre WIMP y MACHO.
- 82 El diámetro del universo observable es 28×10^9 pc. Estima su masa total.
- 83 Si al volver a calcular la constante de Hubble se descubriera que su valor es un 10% superior, ¿en qué factor se modificaría el valor de la densidad crítica del universo?
- 84 Usa la teoría gravitatoria clásica (tal como se utilizó en el Capítulo 10 para calcular las órbitas de los satélites) para demostrar que las velocidades orbitales de las estrellas muy alejadas del centro galáctico pueden ser inversamente proporcionales a la raíz cuadrada de su distancia al centro.
- 85 Al medir el desplazamiento Doppler, z , máximo que experimenta una estrella que orbita dentro de su galaxia a una distancia de $9,5 \times 10^{15}$ km del centro el resultado que se obtiene es $2,7 \times 10^{-3}$.
- Estima la velocidad máxima de la estrella.
 - ¿Qué suposiciones has hecho para responder la pregunta (a)?
 - Determina el valor de la densidad media de la galaxia.

■ Fluctuaciones de la CMB

Tal como hemos visto, el descubrimiento en la década de 1960 de la radiación de microondas isotrópica (correspondiente a una longitud de onda de 2,76 K) que llega a la Tierra procedente de todas las direcciones fue una prueba convincente del modelo del *Big Bang* del universo. A esta radiación se le denomina radiación de fondo de microondas cósmico (CMB). En los últimos 25 años se ha llevado a cabo un gran número de investigaciones para detectar variaciones *insignificantes* (fluctuaciones) de la CMB. En la Figura 16.57 se muestra una imagen de las fluctuaciones de la CMB creada a partir de los datos de la misión Planck. Las diferentes temperaturas se representan con distintos colores, pero la máxima variación solo es de 0,0002 K. Se ha marcado con un círculo un «punto frío» destacado.

■ **Figura 16.57**
Fluctuaciones de la CMB
tal como las publicó la
misión Planck en 2013



De estas imágenes concluimos que la CMB no es *perfectamente* isotrópica. Por ejemplo, hay una gran diferencia entre las dos zonas que separa la línea blanca (que divide los hemisferios opuestos del cielo). Estas variaciones de la CMB se conocen como **anisotropías** y ofrecen a los astrónomos información sobre el universo primigenio, en el momento en que se emitió la radiación. El universo primigenio fue opaco a la radiación electromagnética hasta que alcanzó los 380 000 años, que aunque puede parecer un período muy largo solo se trata de los inicios de la historia del universo y todo lo que se sabe de la CMB data de aquella época. Por ejemplo, las fluctuaciones asociadas a la densidad pueden haber sido el origen de la posterior formación de las galaxias y los cúmulos de galaxias.

Relación entre la temperatura media del universo y el factor de escala cosmológico

Mientras el universo se expande, la longitud de onda a la que se detecta la máxima intensidad de radiación, $\lambda_{\text{máx}}$, también se reduce y este fenómeno se representa mediante el factor de escala cósmico, R . Es decir:

$$\lambda_{\text{máx}} \propto R$$

pero la ley de Wien afirma que $\lambda_{\text{máx}} T = \text{constante}$ ($2,9 \times 10^{-3} \text{ m K}$), por lo que:

$$T \propto \frac{1}{R}$$

Esta ecuación *no* figura en el *Apéndice de datos de Física*.

Ejemplo resuelto

12 La temperatura media del universo ahora (siendo $R=1$) es de 2,76 K.

a ¿Cuál era el factor de escala cósmico cuando la temperatura media era de 50 K?

b La distancia entre la Tierra y una galaxia determinada es en estos momentos de $4,0 \times 10^8$ al. ¿Cuál era la distancia cuando la temperatura media del universo era de 50 K?

a $T \propto \frac{1}{R}$ o $TR = \text{constante}$

$$(TR)_{\text{ahora}} = (TR)_{\text{antes}}$$

$$2,76 \times 1 = 50R_{\text{antes}}$$

$$R_{\text{antes}} = 0,056$$

b $\frac{R_{\text{ahora}}}{R_{\text{antes}}} = \frac{d_{\text{ahora}}}{d_{\text{antes}}}$

$$\frac{1}{0,056} = \frac{4,0 \times 10^8}{d_{\text{antes}}}$$

$$d_{\text{antes}} = 2,2 \times 10^7 \text{ al}$$

Misiones CMB



La importancia de la CMB queda demostrada por el hecho de que los principales programas de satélites la han considerado:

- **COBE:** Explorador del fondo cósmico, lanzado en 1989
- **WMAP:** Sonda de anisotropía de microondas Wilkinson, lanzada en 2001
- **Misión Planck:** lanzada en 2009
- **Telescopio James Webb:** su lanzamiento está programado para 2018.

La mejora de la tecnología en las sucesivas misiones ha dado como resultado un rápido aumento de la precisión y del volumen de datos. Al comparar la Figura 16.43 (COBE y WMAP) con la Figura 16.57 (misión Planck) puedes observar la mejora en la resolución.

La misión Planck ya ha finalizado, aunque se siguen examinando los datos obtenidos. En marzo de 2013 la Agencia Espacial Europea publicó la imagen de la Figura 16.57 y sus últimas estimaciones de datos astronómicos de cierta relevancia:

- La edad del universo es de $13,798 \pm 0,037$ miles de millones de años.
- El universo contiene un 4,9% de materia ordinaria, un 26,8% de materia oscura y un 68,3% de energía oscura.
- El valor medido de la constante de Hubble es $67,80 \pm 0,77 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. (Esta cifra difiere significativamente de otros valores recogidos recientemente, por ejemplo los de WMAP).

86 Explica por qué la temperatura media del universo es inversamente proporcional al factor de escala cósmico.

87 En un futuro lejano la temperatura media del universo se podría enfriar a 1 K. ¿Cuál será el factor de escala cósmico en ese momento?

88 a Busca en Internet cuál es el último valor que se acepta para la constante de Hubble.

b ¿Por qué se denomina en ocasiones *parámetro* de Hubble?

89 Busca más información sobre el telescopio James Webb.

Resumen de conocimientos

■ 16.1 Cantidades estelares

- Las nebulosas son «nubes» difusas enormes de materia interestelar, principalmente gases (en su mayoría hidrógeno y helio) y polvo. Las nebulosas grandes son el principal lugar de formación de las estrellas.
- Cuando actúa durante un período muy prolongado, la gravedad provoca que los átomos se aproximen unos a otros y puedan adquirir energías cinéticas muy elevadas (es decir, la temperatura es extremadamente alta, de millones de kelvin) si la masa total es muy grande. Los núcleos de hidrógeno (protones) pueden entonces almacenar suficiente energía cinética para contrarrestar las fuerzas de repulsión tan elevadas que actúan entre ellos y fusionarse para formar núcleos de helio. Cuando esto sucede a gran escala, se produce el nacimiento de una estrella (de la secuencia principal).
- Una estrella de la secuencia principal puede permanecer en equilibrio durante un largo período porque la presión gravitatoria que se ejerce hacia el interior se contrarresta con la presión del gas térmico y con la presión de radiación que se ejercen hacia el exterior.
- Muchos puntos de luz que parecen estrellas son en realidad estrellas binarias que contienen dos estrellas que orbitan alrededor de su centro de masa común.
- Las fuerzas gravitatorias provocan que miles de millones de estrellas se agrupen (galaxias) y orbiten alrededor de un centro de masa común. Las galaxias también se agrupan para formar cúmulos de galaxias. Estos cúmulos no están distribuidos de forma aleatoria en el espacio y se agrupan a su vez en supercúmulos (las estructuras más grandes del universo).
- Las estrellas que se forman a partir de la misma nebulosa dentro de una galaxia también se pueden agrupar en cúmulos estelares, que se unen por el efecto de la gravedad y se mueven juntos. Los cúmulos globulares contienen un número elevado de estrellas, de modo que la gravedad provoca que tengan formas relativamente esféricas. Los cúmulos abiertos son más nuevos y tienen menos estrellas con formas menos definidas.
- No debemos confundir los cúmulos estelares con las constelaciones, que son únicamente patrones de estrellas que se observan desde la Tierra. Es posible que las estrellas de una constelación no tengan ningún tipo de conexión entre sí y que no estén ni relativamente próximas, a pesar de las apariencias.
- Los sistemas planetarios, como nuestro sistema solar, se forman alrededor de algunas estrellas según el mismo proceso con el que se creó la estrella. Los planetas se mueven describiendo trayectorias elípticas cuyos períodos dependen de la distancia que los separa de la estrella. Los cometas son mucho más pequeños que los planetas, sus períodos suelen ser mucho más largos y las trayectorias que describen son más elípticas. Cuando están próximos al Sol (y la Tierra) es posible que los veamos y pueden tener una «cola» de partículas creada por el viento solar.
- Los astrónomos usan distintos tipos de unidades para medir la distancia. El año luz, al, se define como la distancia que recorre la luz en el vacío en un año. La unidad astronómica (UA) equivale a la distancia media entre la Tierra y el Sol. El parsec (pc) = 3,26 al.
- El orden de magnitud del diámetro del universo observable es 10^{11} al. Una galaxia convencional tiene un diámetro de unos 10^4 al y la distancia entre las galaxias suele ser de 10^7 al.
- La medida de las distancias astronómicas es un problema fundamental en el estudio de la astronomía. La distancia a las estrellas cercanas se puede calcular a partir de la medida del ángulo de paralaje entre sus posiciones aparentes (a diferencia de las estrellas fijas más distantes) realizada dos veces con seis meses de diferencia.
- Un parsec se define como la distancia a una estrella que tiene un ángulo de paralaje de un segundo de arco.
- d (parsec) = $1/p$ (segundos de arco)
- El método del paralaje estelar no se puede aplicar a las estrellas situadas a una distancia superior a varios cientos de parsecs porque el ángulo de paralaje es demasiado pequeño para realizar medidas precisas.
- El brillo aparente, b , de una estrella (incluido el Sol) se define como la intensidad (potencia/área de recepción perpendicular) sobre la Tierra. Se mide en $W m^{-2}$.
- La luminosidad, L , de una estrella se define como la potencia total que irradia (en forma de ondas electromagnéticas). Se mide en vatios, W.

- En el estudio de la astronomía es importante comprender la relación entre la luminosidad y el brillo aparente (brillo aparente, $b = L/4\pi d^2$), donde d es la distancia entre la estrella y la Tierra. Aquí asumimos que la radiación se propaga de forma equitativa en todas las direcciones sin que haya absorción en el espacio en el que se interviene. Para las estrellas muy distantes esta suposición puede conllevar inexactitudes.
- La luminosidad (potencia) de una estrella se puede determinar a partir de la ley Stefan-Boltzmann (Capítulo 8): $P = e\sigma AT^4$, que se reduce a $L = \sigma AT^4$ si asumimos que las estrellas se comportan como cuerpos negros perfectos y, por lo tanto, su emisividad es 1.

■ 16.2 Características estelares y evolución estelar

- Las gráficas intensidad-longitud de onda son muy útiles para representar y comparar la radiación de cuerpos negros que emiten las estrellas con diferentes temperaturas superficiales. Estas gráficas se pueden utilizar para explicar por qué las estrellas emiten colores ligeramente diferentes.
- La ley del desplazamiento de Wien (Capítulo 8) se puede usar para calcular la temperatura superficial de una estrella si se puede medir la longitud de onda a la que se recibe la máxima intensidad: $\lambda_{\text{máx}} T = 2,9 \times 10^{-3} \text{ m K}$.
- Los elementos presentes en las capas más externas de una estrella se pueden identificar a partir del espectro de absorción de la luz que se recibe de la estrella.
- Las estrellas que se forman a partir de masas más grandes tienen fuerzas gravitatorias más intensas que las mantienen unidas. Esto conlleva temperaturas más altas en su núcleo y velocidades de fusión nuclear más elevadas. Las estrellas de la secuencia principal con más masa tienen un tamaño superior, temperaturas superficiales más elevadas, luminosidades más brillantes y vidas más cortas.
- Para las estrellas de la secuencia principal la relación aproximada entre la masa y la luminosidad se representa mediante la ecuación $L \propto M^{3,5}$.
- El diagrama Hertzsprung-Russell (HR) se usa con frecuencia para representar diferentes estrellas en la misma gráfica. Los ejes (logarítmicos) del diagrama son la luminosidad y la temperatura (invertida). Si en el diagrama se incluyen las líneas del radio constante, se pueden comparar los tamaños de las distintas estrellas.
- La mayoría de las estrellas se encuentran en algún lugar a lo largo de una línea diagonal que discurre desde la parte superior izquierda a la parte inferior derecha del diagrama HR y que se denomina secuencia principal. La única diferencia fundamental entre estas estrellas es su masa (que tiene como resultado luminosidades y temperaturas diferentes debido a las distintas velocidades de fusión).
- Otros tipos de estrellas, como las gigantes rojas, las enanas blancas, las supergigantes y las variables Cefeidas (en la banda de inestabilidad) se pueden localizar en otras partes del diagrama HR.
- Las capas más externas de las estrellas variables Cefeidas se expanden y contraen regularmente debido a las influencias tanto de la gravedad como de la presión del gas térmico. El período de los cambios resultantes en el brillo aparente que se observa está relacionado con la luminosidad de la estrella y se representa mediante una relación conocida, de modo que la luminosidad de las Cefeidas se puede determinar a partir de su período. $b = L/4\pi d^2$ se puede usar en este caso para determinar la distancia, d , a la estrella y por lo tanto a la galaxia en la que se encuentra.
- Las inexactitudes en los datos con los que se trabaja comportan que estas estimaciones de la distancia, sobre todo en las galaxias más lejanas, son inciertas. Esta incertidumbre ha sido un problema considerable a la hora de estimar la edad del universo.
- Cuando el suministro de hidrógeno en una estrella de la secuencia principal comienza a disminuir por debajo de un nivel determinado, deja de estar en equilibrio y el núcleo empieza a colapsarse hacia el interior. La energía gravitatoria se transfiere de nuevo en forma de energía cinética de las partículas y la temperatura del núcleo se eleva incluso más que antes. Esto provoca que las capas más externas de la estrella se expandan considerablemente y, por lo tanto, se enfríen. En ese momento es posible que el helio del núcleo se fusione para formar carbono y tal vez núcleos más grandes, por lo que se libera más energía y la estrella se vuelve más luminosa. Consecuentemente la estrella tiene un núcleo con una temperatura más elevada pero su superficie aumenta de tamaño y se enfría, de modo que se modifica su color y se transforma en una gigante roja (o supergigante roja).

- Cuando termina la fusión nuclear en el núcleo, si la masa de la estrella gigante roja no alcanza un determinado valor (unas ocho masas solares), la energía que se libera cuando el núcleo se contrae provoca la eyección de las capas más externas de la estrella, que es lo que se conoce como nebulosa planetaria. El núcleo de la estrella que queda tiene una masa mucho más reducida y se denomina estrella enana. Una enana blanca puede permanecer estable durante mucho tiempo debido al proceso que se conoce como presión de degeneración electrónica. El límite de Chandrasekhar es la masa máxima de una estrella enana blanca ($= 1,4 \times$ masa solar)
- Las gigantes rojas con masas iniciales superiores a ocho masas solares se conocen como supergigantes rojas, pero la presión de degeneración electrónica no es lo suficientemente elevada como para que pueda evitar que se siga colapsando y los cambios nucleares resultantes en el núcleo provocan una enorme explosión que se conoce como supernova.
- Si el núcleo, después de una supernova, tiene una masa inferior aproximada a tres masas solares (denominado límite de Oppenheimer-Volkoff), se contrae hasta formar una estrella de neutrones muy densa. Puede permanecer estable durante un largo período debido a un proceso conocido como presión de degeneración neutrónica. Si la masa es superior al límite de Oppenheimer-Volkoff, el núcleo se sigue colapsando hasta formar un agujero negro.
- Los cambios que se producen en las estrellas cuando abandonan la secuencia principal se pueden registrar en un diagrama HR.

■ 16.3 Cosmología

- Cuando se comparan los espectros de líneas que emiten las galaxias con los espectros de líneas de los mismos elementos que se emiten en la Tierra, las longitudes de onda (y las frecuencias) registradas son ligeramente diferentes. En la mayoría de casos, hay un incremento muy pequeño (desplazamiento) en las longitudes de onda, $\Delta\lambda$. Como el rojo se encuentra en el extremo de la mayor longitud de onda del espectro visible, a este cambio se le conoce normalmente como «desplazamiento hacia el rojo». Exactamente, el desplazamiento hacia el rojo se define como $z = \Delta\lambda/\lambda_0$, donde λ_0 es la longitud de onda medida en el origen.
- El desplazamiento hacia el rojo se produce cuando aumenta la distancia entre la galaxia y la Tierra. Este fenómeno es similar al efecto Doppler en el que también aumenta la longitud de onda de la fuente de sonido que se aleja de nosotros.
- Si el desplazamiento es hacia una longitud de onda mayor (un desplazamiento hacia el rojo), sabemos que la estrella o la galaxia se está alejando de la Tierra. Decimos que la estrella se retira de la Tierra.
- Cuando se estudia la luz procedente de un número elevado de galaxias, observamos que casi todas las galaxias se alejan de la Tierra y entre sí, lo cual solo puede significar que el universo se expande.
- La magnitud del desplazamiento hacia el rojo, $z (= \Delta\lambda/\lambda_0)$ es aproximadamente igual que el cociente entre la velocidad de recesión y la velocidad de la luz $\approx v/c$. Esta ecuación se puede usar para determinar la velocidad de recesión de las galaxias, pero no en el caso de las galaxias que se mueven a velocidades próximas a la de la luz.
- La luz de un pequeño número de estrellas y galaxias experimenta un desplazamiento hacia el azul porque sus velocidades de rotación dentro de la galaxia o cúmulo de galaxias son superiores a la velocidad de recesión de todo el sistema.
- Una gráfica en la que se representa la velocidad de recesión, v , frente a la distancia de la Tierra, d , muestra que la velocidad de recesión de una galaxia es proporcional a la distancia a la que se encuentra. Esta prueba es importante para confirmar el modelo del *Big Bang*: el origen del universo se remota a un momento concreto (hace 13 800 millones de años) y ha estado expandiéndose desde entonces. En este momento se creó todo, incluidos el espacio y el tiempo.
- Según la ley de Hubble, $v = H_0 d$, donde H_0 es la constante de Hubble (el gradiente de la gráfica). El valor actual de la constante de Hubble no se conoce con precisión debido a las incertidumbres en las medidas de v y d . Esta ecuación se puede usar para calcular la edad del universo ($T = 1/H_0$), aunque asume erróneamente que siempre se ha expandido a la misma velocidad.
- Es importante que entendamos que el propio espacio se expande, y no que las galaxias se expanden en un espacio vacío preexistente. El universo no tiene centro ni bordes visibles.
- El descubrimiento de la radiación del fondo de microondas cósmico (CMB) que procede (casi) equitativamente de todas las direcciones (isotrópica) confirmó el modelo del *Big Bang* del

universo. Esta radiación se caracteriza por tener una temperatura de 2,76 K, que es la temperatura prevista a la que el universo se habría enfriado desde su creación. De forma alternativa, la longitud de onda actual de la CMB se puede considerar una consecuencia de la expansión del espacio (la longitud de onda emitida hace miles de millones de años era mucho menor).

- Los astrónomos usan el factor de escala cósmico, R , para representar el tamaño del universo: R (en un instante t) = la separación entre dos galaxias en el instante t dividida entre la separación de las mismas dos galaxias en cualquier otro instante seleccionado (normalmente el instante actual, por lo que el valor actual de R es 1).
- El desplazamiento hacia el rojo se relaciona con el factor de escala cósmico mediante la ecuación $z = (R/R_0) - 1$, donde R_0 corresponde al valor de R en el momento en el que se emitió la radiación.
- Los posibles futuros del universo dependen de si la expansión continúa y de cómo lo hará. Las gráficas simplificadas del tamaño del universo (o el factor de escala cósmico) en función del tiempo se pueden usar para mostrar las principales posibilidades. También presentan diferentes posibilidades según las velocidades de expansión previas.
- Se sabe que las luminosidades de las supernovas de Tipo Ia son (casi) todas iguales, de modo que se pueden calcular sus distancias a la Tierra. Sin embargo, las medidas recientes de sus desplazamientos hacia el rojo asociados sugieren que estas estrellas muy distantes están mucho más alejadas de lo que prevé la ley de Hubble. En otras palabras, el universo se expande más rápidamente de lo que se creía en un principio (el universo está «acelerado»). Se ha asumido que las fuerzas de la gravedad reducen la velocidad de expansión del universo.
- El concepto de «energía oscura» que existe en una concentración muy baja en todo el espacio, se ha propuesto como posible explicación del aumento de velocidad de la expansión del universo.

■ 16.4 Procesos estelares

- El colapso hacia el interior de las nubes de materia interestelar debido a las fuerzas gravitatorias se contrarresta con los movimientos aleatorios de las partículas, que crean una presión hacia el exterior. Para que comience la formación de las estrellas, la masa total de la nube tiene que ser lo suficientemente elevada como para crear las fuerzas gravitatorias necesarias hacia el interior. A una temperatura dada, la masa mínima necesaria se denomina masa de Jeans, M_J . La masa de Jeans es suficientemente elevada para que se formen muchas estrellas a partir de la misma nube.
- En base al criterio de Jeans, el colapso de una nube interestelar que forma una estrella solo puede comenzar si la masa, M , es superior a M_J .
- La fusión del hidrógeno en helio en las estrellas de la secuencia principal es un proceso de tres fases conocido como ciclo protón-protón, que implica la liberación de una gran cantidad de energía en forma de energía cinética de los núcleos, los rayos gamma y los neutrinos.
- Como el helio es más denso que el hidrógeno, permanece en el centro de la estrella donde se forma.
- $L \propto M^{3.5}$ demuestra que las estrellas con más masa son mucho más luminosas. Si asumimos que la luminosidad de una estrella es proporcional a la masa/vida, T , entonces la vida de una estrella de la secuencia principal se representa de forma aproximada mediante $T \propto 1/M^{2.5}$. Con esta ecuación, si conocemos la masa de una estrella, podemos comparar su vida con la del Sol (cuya masa y vida conocemos).
- Una estrella característica de la secuencia principal comienza su vida con aproximadamente un 75% de hidrógeno y su vida en la secuencia principal finaliza cuando más o menos el 12% de su hidrógeno total se ha fusionado en helio. Entonces forma una gigante o supergigante roja, tal como se ha descrito en este capítulo.
- Las temperaturas de los núcleos de las gigantes y las supergigantes rojas son suficientes para provocar la fusión de los núcleos de helio (o elementos más pesados). La creación de los núcleos de elementos más pesados mediante fusión se denomina nucleosíntesis.
- Para masas estelares inferiores a $4 M_\odot$ (gigantes rojas) la temperatura del núcleo puede alcanzar 10^8 K, que es lo suficientemente elevada para que se produzca la nucleosíntesis del carbono y el oxígeno.
- Para masas estelares entre $4 M_\odot$ y $8 M_\odot$ (gigantes rojas grandes) la temperatura del núcleo puede superar 10^9 K, que es lo suficientemente elevada para que se produzca la nucleosíntesis del neón y el magnesio.

- Para masas estelares superiores a $8M_{\odot}$ (supergigantes rojas) la temperatura del núcleo es suficientemente elevada para que se produzca la nucleosíntesis de elementos más pesados como el silicio y el hierro. Como el hierro y el níquel son los núcleos más estables, la nucleosíntesis de los elementos más pesados mediante fusión no es posible.
- La estructura de las estrellas fuera de la secuencia principal es laminada («como las capas de una cebolla»), ya que los elementos más pesados se forman más cerca del centro. Una supergigante roja es la que tiene más capas.
- La formación de los elementos más pesados que el hierro conlleva los procesos de captura repetida de neutrones. Durante los procesos de fusión que tienen lugar en las estrellas se liberan muchos neutrones. Como no tienen carga, no los repelen otros núcleos, por lo que pueden entrar en los núcleos y ser «capturados» por fuerzas nucleares fuertes.
- La captura de neutrones térmicos (proceso s) puede tener lugar en gigantes rojas durante períodos muy largos a temperaturas y densidades de neutrones intermedias. El núcleo que se forma experimenta una desintegración beta y se convierte en un elemento con un mayor número de protones.
- La captura de neutrones rápidos (proceso r) puede tener lugar muy rápidamente en las supernovas a temperaturas y densidades de neutrones extremas. Muchos neutrones son capturados por el mismo núcleo antes de que tenga lugar la desintegración beta. Los elementos más pesados se generan de esta forma.
- Las supernovas son explosiones estelares muy luminosas, impredecibles y repentinas.
- Las supernovas de Tipo Ia se forman cuando una estrella enana blanca atrae suficiente materia de otra estrella situada en las proximidades (en un sistema binario) para incrementar su masa lo bastante como para que la presión de degeneración electrónica ya no sea lo suficientemente elevada para resistir su colapso repentino y su incremento de temperatura. La fusión repentina y generalizada provoca la explosión. Tal como se ha explicado antes, este proceso ocurre con una masa precisa y la luminosidad resultante es siempre la misma, de modo que se usan como «velas estándar» para calcular la distancia de las galaxias remotas.
- Las supernovas de Tipo II son el resultado del colapso hacia el interior de las supergigantes rojas cuando se detiene el proceso de fusión.

■ 16.5 Otros conceptos de cosmología

- El principio cosmológico afirma que (a gran escala) el universo es homogéneo e isotrópico.
- Hay dos motivos principales por los que la radiación de una estrella o galaxia puede experimentar un desplazamiento hacia el rojo:
 - La expansión del universo. El espacio entre la fuente y el observador se ha expandido entre el momento en que se ha emitido la radiación y el momento en que se ha recibido. Este fenómeno se conoce como desplazamiento cosmológico hacia el rojo.
 - La fuente de la radiación y el observador pueden estar moviéndose uno respecto al otro en un espacio inalterable. Se conoce como efecto Doppler y puede producir un desplazamiento hacia el azul si la fuente y el observador se mueven de forma conjunta y próxima.
- Es posible que el desplazamiento cosmológico hacia el rojo y el efecto Doppler se produzcan a la vez, por ejemplo si una estrella se mueve en su galaxia hacia la Tierra, mientras toda la galaxia se aleja debido a la expansión del espacio.
- Para comprender los orígenes y el futuro del universo necesitamos saber cuánta masa contiene, pero los astrónomos hacen referencia a la densidad media del universo porque se asume que es homogénea y no podemos observarla en su totalidad.
- La densidad crítica, ρ_c , del universo es la densidad teórica que detendría la expansión del universo transcurrido un tiempo infinito.
- La densidad crítica se puede relacionar con la constante de Hubble usando la física clásica: $\rho_c = 3H^2/8\pi G$.
- La densidad media real del universo se puede calcular a partir de las masas de las galaxias y su distribución. Sin embargo, aunque se sumen las masas de todas las estrellas observadas en una galaxia no se puede obtener una cifra exacta de su masa total.

- La teoría de la física clásica se puede usar para dibujar una gráfica de la velocidad orbital de las estrellas de una galaxia frente a la distancia, r , que las separa del centro (una «curva de rotación»).
- Para las estrellas próximas al centro, la ecuación teórica:

$$v = \sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}} r$$

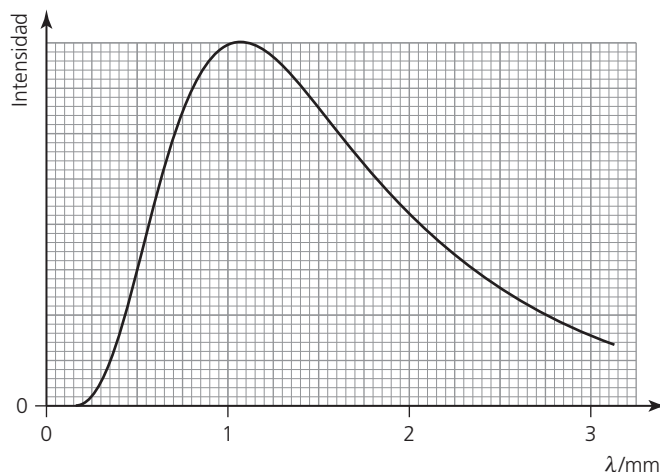
predice las velocidades reales de forma razonablemente precisa, pero para las estrellas más distantes la predicción de las velocidades de rotación no coincide con las observaciones reales (usando las medidas del desplazamiento hacia el rojo). Las estrellas más distantes rotan a velocidades mucho más elevadas de lo esperado y los astrónomos lo explican proponiendo que la galaxia contiene un número elevado de materia que no se puede detectar, denominada «materia oscura» (sobre todo en el halo externo).

- La materia oscura es el nombre que se asigna a la materia que se cree que está presente en el universo, pero que nunca se ha detectado porque ni emite ni absorbe radiación.
- La materia oscura sigue siendo objeto de investigación, ya que se busca la explicación de esta masa «que falta». MACHO y WIMP (incluidos los neutrinos) son dos categorías posibles de las partículas que pueden explicar la materia oscura.
- Si la densidad media real del universo es igual a la densidad crítica, el universo se expandirá a una velocidad decreciente, que terminará siendo cero transcurrido un tiempo infinito. Se denomina universo plano.
- Si la densidad media real del universo es superior a la densidad crítica, el universo se expandirá hasta alcanzar un tamaño máximo y luego se contraerá en un punto. Se denomina universo cerrado.
- Si la densidad media real del universo es inferior a la densidad crítica, el universo seguirá expandiéndose siempre. Se denomina universo abierto.
- Los últimos cálculos (incluido el de la materia oscura) sugieren que el valor de la densidad media real del universo se aproxima al de la densidad crítica.
- Sin embargo, las últimas medidas de los desplazamientos hacia el rojo de las supernovas distantes ofrecen pruebas convincentes de que el universo se ha estado expandiendo a una velocidad creciente durante al menos la mitad de su vida. Tal como hemos mencionado antes, esto ha llevado a la propuesta de la energía oscura que se extiende por todo el espacio.
- Todos estos posibles futuros del universo se pueden representar en gráficas que representan el factor de escala cósmico en función del tiempo.
- Según la ley de Wien sabemos que $\lambda_{\text{máx}} \propto 1/T$ y como la edad del universo se incrementa, el espacio se expande, $\lambda_{\text{máx}}$ aumenta y el factor de escala cósmico R aumenta en proporción, de modo que $T \propto 1/R$. La temperatura media del universo multiplicada por el factor de escala cósmico es una constante.
- Las fluctuaciones en la CMB (anisotropías) han sido objeto reciente de importantes estudios. Aunque estas variaciones son insignificantes, constituyen una prueba importante de las primeras fases del universo y el origen de las galaxias.
- Las misiones COBE, WMAP y Planck han facilitado un banco de datos en continua mejora que está permitiendo a los astrónomos aumentar de forma impactante su conocimiento del universo. Aparte de la información sobre las anisotropías, se incluyen las últimas pruebas sobre la densidad crítica y la edad del universo, además de los cálculos de las proporciones de la masa observable, la materia oscura y la energía oscura del universo.

■ Selección de preguntas de examen

Hoja 3 Preguntas del IB y preguntas tipo IB

- 1 a i ¿Cuál es la principal fuente de energía de una estrella? (1)
- ii Explica cómo es posible que una estrella de la secuencia principal permanezca estable durante miles de millones de años. (2)
- b i Define qué es la luminosidad de una estrella. (1)
- ii Explica por qué las estrellas de la secuencia principal pueden tener diferentes luminosidades. (2)
- c i Define qué es el brillo aparente de una estrella. (2)
- ii Cita dos motivos por los que las estrellas pueden tener brillos aparentes distintos. (2)
- d Antares es una supergigante roja que se encuentra a 170 pc de la Tierra. Su luminosidad es de $2,5 \times 10^{31}$ W y su temperatura superficial de 3400 K.
- i Calcula el brillo aparente de Antares cuando se observa desde la Tierra. (2)
- ii Explica qué significa el término *supergigante roja*. (2)
- iii ¿En qué longitud de onda tiene su máxima intensidad el espectro que procede de Antares? (2)
- 2 Esta pregunta está relacionada con la radiación de fondo de microondas cósmico. La gráfica muestra el espectro de la radiación de fondo de microondas cósmico.



La forma de la gráfica sugiere un espectro de radiación del cuerpo negro, es decir, un espectro en el que se cumple la ley del desplazamiento de Wien.

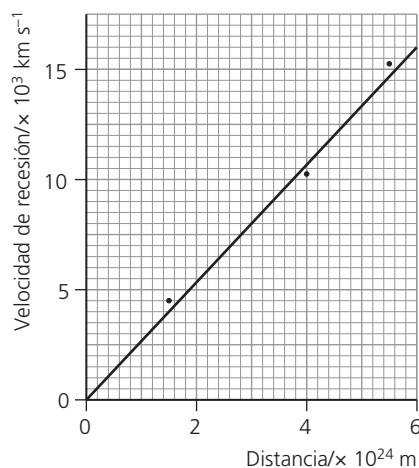
- a Usa la gráfica para estimar la temperatura del cuerpo negro. (2)
- b Explica cómo tu respuesta para **a** constituye una prueba que corrobora el modelo del *Big Bang*. (2)
- c Enuncia y explica otra prueba experimental que corrobore el modelo del *Big Bang*. (2)

© IB Organization

- 3 Esta pregunta hace referencia a la relación masa-luminosidad y también a la evolución de las estrellas. Se asume que la relación masa-luminosidad para las estrellas de la secuencia principal es $L \propto M^{3,5}$, donde L es la luminosidad y M la masa. La estrella X es 8×10^4 veces más luminosa y 25 veces más masiva que el Sol.
- a Deduce que la estrella X es una estrella de la secuencia principal. (2)
- b Resume, con referencia al límite Oppenheimer-Volkoff, las fases evolutivas y el futuro de la estrella X después de abandonar la secuencia principal. (3)

© IB Organization

- 4 Esta pregunta está relacionada con la ley de Hubble y la expansión del universo.
- a El espectro del cúmulo de galaxias Pegaso I muestra un desplazamiento de 5,04 nm en la longitud de onda de la línea K. La longitud de onda de esta línea cuando se mide desde la fuente de un laboratorio es de 396,8 nm. Calcula la velocidad de recesión del cúmulo. (2)
- b La gráfica muestra las velocidades de recesión de diversos cúmulos de galaxias como una función de sus distancias aproximadas.

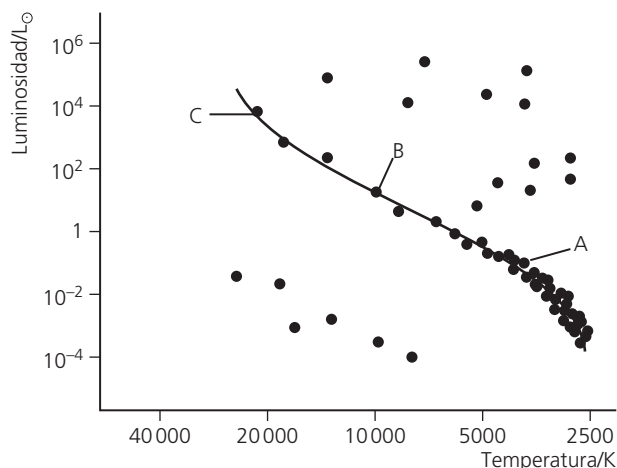


- i Enuncia *un* método con el que se podrían haber determinado las distancias que se muestran en la gráfica. (1)
- ii Usa la gráfica para mostrar que la edad del universo es de unos 10^{17} s. (2)

© IB Organization

5 Esta pregunta está relacionada con la evolución estelar.

Este es un diagrama de Hertzsprung-Russell (HR). Las tres estrellas identificadas (A, B y C) están todas en la secuencia principal.



- a Explica cuál de estas estrellas tiene más probabilidad de evolucionar a una estrella enana blanca.
- b Dibuja y etiqueta la trayectoria evolutiva de la estrella cuando evoluciona a una estrella enana blanca.

© IB Organization

- 6 a Explica cómo usan los astrónomos el factor de escala cósmico para representar la expansión del universo. (2)
- b Si en algún instante, $+\Delta t$ en el futuro, se determina que el desplazamiento hacia el rojo de una galaxia lejana es 0,020, calcula el factor de escala cósmico en ese instante en comparación con el valor presente de 1,00. (1)
- c Sugiere un valor posible para el factor de escala cósmico en un instante $-\Delta t$ del pasado. Explica tu respuesta. (3)

Solo para Nivel superior

- 7 a ¿Qué es una supernova? (1)
- b Distingue entre los orígenes de las supernovas de tipo Ia y las supernovas del tipo II. (2)
- c Explica por qué se considera que las supernovas de tipo Ia son «velas estándar». (3)
- d Describe el *proceso r* que tiene lugar en las supernovas y cuyo resultado es la generación de elementos pesados. (2)

- 8 a** Explica por qué las estrellas solo se pueden formar a partir de nebulosas que tengan una masa suficiente (la masa de Jeans). (2)
- b** Explica por qué las estrellas con más masa tienen vidas más cortas en la secuencia principal. (2)
- c i** Si una estrella tiene una masa cinco veces superior a la del Sol, estima su vida en la secuencia principal (en comparación con el Sol). (2)
- ii** ¿Qué le sucederá a esta estrella cuando abandone la secuencia principal? (2)
- 9 a** Demuestra que la velocidad de rotación de una estrella a una distancia relativamente próxima de 4 kpc al centro de una galaxia en rotación con una densidad media de $1 \times 10^{-20} \text{ kg m}^{-3}$ es de unos 200 km s^{-1} . (2)
- b** Esboza una gráfica que muestre la variación de las velocidades de rotación de las estrellas del interior de una galaxia con la distancia al centro de esta. (3)
- c** Explica cómo se indica en tu gráfica la existencia de materia oscura dentro de la galaxia. (2)
- d** Enuncia un posible origen de la materia oscura. (1)
- 10 a** Explica qué significa el principio cosmológico. (2)
- b** Las observaciones del cielo nocturno indican que se pueden ver más estrellas en algunas direcciones que en otras. Discute si esta afirmación contradice el principio cosmológico. (2)
- 11 a** Explica el concepto de densidad crítica del universo. (2)
- b** Determina el valor de la densidad crítica del universo en kg m^{-3} sabiendo que la constante de Hubble tiene un valor de $70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. (2)
- c i** Expresa la densidad crítica en términos de nucleones por metro cúbico. (1)
- ii** Usa tu respuesta para estimar la distancia media entre los nucleones en la densidad crítica. (1)
- d** Se cree que el valor de la densidad media real del universo es próximo a la densidad crítica. Sin embargo, se cree que la expansión del universo se está acelerando. Resume:
- i** la prueba experimental de la expansión acelerada (2)
- ii** de qué modo explica la expansión la propuesta de la existencia de energía oscura. (2)

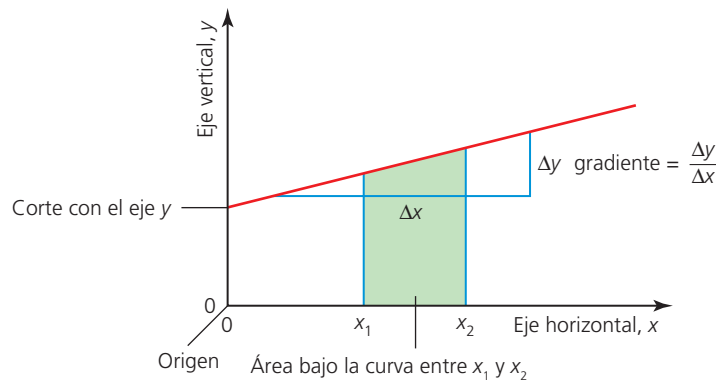
Apéndice 1: Gráficas y análisis de datos

Representación gráfica de datos

Existen muchas cantidades que se pueden medir en un experimento físico. Por lo general, todas ellas excepto dos son **controladas**, de manera que no cambian durante el transcurso del experimento. A continuación, se varía o se cambia deliberadamente una de las cantidades (denominada **variable independiente**) y se investiga el efecto sobre otra de las cantidades (denominada **variable dependiente**).

La mejor manera de analizar los resultados de este tipo de experimentos suele ser mediante el **trazado** (dibujo) de una gráfica. La observación de una gráfica es una buena manera de identificar un patrón, o tendencia, en un conjunto de datos numéricos. Las gráficas también pueden proporcionar información adicional: los **gradientes** (pendientes), los **cortes con los ejes** y las **áreas bajo las curvas** normalmente tienen importantes significados. En la Figura 17.1 se ilustra la terminología asociada a las gráficas.

■ **Figura 17.1**
Terminología asociada a las gráficas

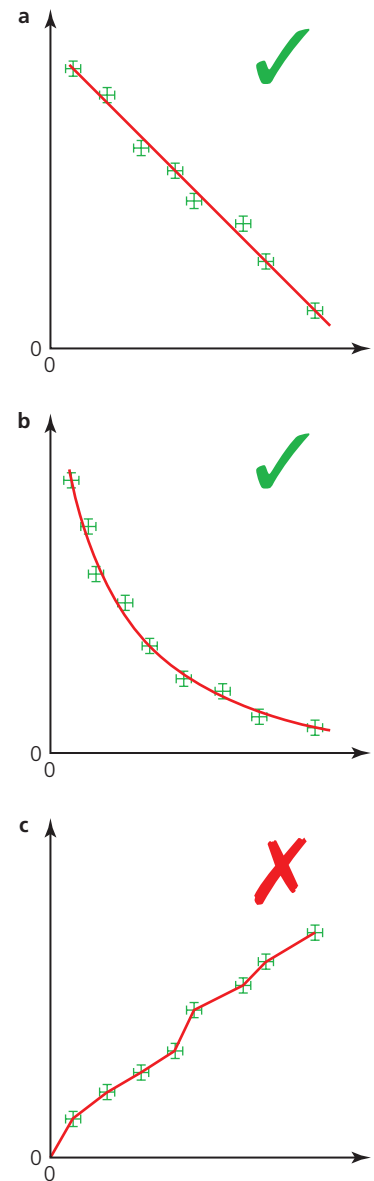


■ Trazado de gráficas

El trazado de gráficas de buena calidad es una importante herramienta en física. Cuando trazamos una gráfica, debemos recordar los puntos siguientes.

- Cuanto mayor es el tamaño de la gráfica, mayor es la precisión con la que se pueden dibujar los puntos. Una regla simple es que la gráfica debería ocupar al menos la mitad del espacio disponible (en cada dirección).
- Cada **eje** se debe rotular con la cantidad y la unidad utilizadas (p.ej. fuerza/N, velocidad/ms⁻¹). Las listas de resultados de las tablas se deben rotular de forma análoga. Por ejemplo, si quieres registrar una masa de 5 g como el número cinco sobre los ejes de una gráfica, al rotular los ejes como masa/g estás indicando que has dividido los 5 g de g en g hasta obtener cinco.
- La *variable independiente* se suele representar en el eje horizontal y la *variable dependiente* en el eje vertical. En ocasiones, la elección de qué se representa en cada eje viene determinada de forma que el gradiente de la gráfica tenga un significado específico. Si una de las variables es el tiempo, casi siempre se representa en el eje horizontal.
- Se deben escoger las **escalas** de manera que resulte fácil dibujar los puntos e interpretar la gráfica. Por ejemplo, para representar 10 o 20 se pueden usar cinco divisiones, pero no tiene sentido usar 7 o 12.
- Por lo general, ambas escalas deberían comenzar en cero, de manera que el punto (0, 0), el **origen**, esté incluido en la gráfica. Esto suele ser importante cuando interpretamos la gráfica, aunque no siempre es razonable, especialmente si ello comporta que todas las lecturas se restringen a una pequeña zona de la gráfica. Las escalas de temperatura en °C generalmente no es necesario que comiencen en cero.
- Los **puntos** correspondientes a los datos deben ser claros y de pequeño tamaño. Cuando se usan puntos (en lugar de cruces) es útil encerrarlos en un círculo para asegurarnos de que no los pasaremos por alto, en especial si los atraviesa una curva.

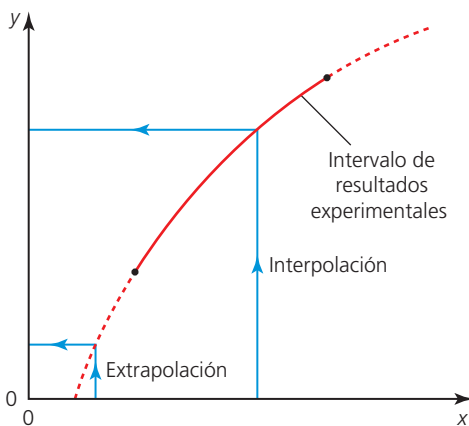
- Cuantos más puntos representemos, más preciso será el dibujo de la curva que representa la relación entre ellos. Normalmente se necesitan seis puntos como *mínimo*, aunque en ocasiones esto no es posible.
- Una vez representados todos los puntos, aparece claramente un patrón y se puede dibujar la **recta (o la curva) de ajuste** (véase la Figura 17.2 para dos ejemplos correctos y un ejemplo erróneo; en los tres casos los puntos se representan mediante barras de error). Estas rectas (o curvas) se denominan *rectas (o curvas) de tendencia*. Son rectas cuando se dibujan con una regla, en cuyo caso se habla de tendencia **lineal**. En todo caso, la línea dibujada debe ser suave y fina; las líneas gruesas que intentan pasar por todos o casi todos los puntos indican que la persona que las dibuja no entiende que los puntos no pueden estar perfectamente colocados y que hay una incertidumbre asociada a todas las medidas. Habitualmente quedan tantos puntos por encima de la recta (o curva) de ajuste como por debajo de esta. Los puntos sobre una gráfica nunca se deben unir mediante una serie de rectas.
- El trazado de gráficas a mano es una técnica que todos los estudiantes deberían practicar. No obstante, saber usar un programa de ordenador para dibujar gráficas es también una técnica muy valiosa que permite ahorrar mucho tiempo (especialmente en los trabajos de investigación). Una gráfica generada por ordenador (o por una calculadora con pantalla gráfica) debe ser juzgada con los mismos parámetros que una gráfica representada a mano y en ocasiones las rectas (o curvas) de ajuste no están bien situadas.



■ **Figura 17.2** Maneras correctas y manera errónea de dibujar rectas (o curvas) de ajuste

■ Extrapolación e interpolación

Una línea (o una curva) de ajuste se dibuja normalmente para cubrir un intervalo específico de medidas registradas en un experimento, como se muestra en la Figura 17.3. Si deseamos predecir otros valores *en el interior* de ese intervalo, lo podemos hacer con confianza. El diagrama indica cómo se puede determinar un valor de y para un valor escogido de x . A este proceso se le denomina **interpolación**.



■ **Figura 17.3** Interpolación y extrapolación para encontrar el corte con el eje y

Si deseamos predecir lo que sucedería *fuera* del intervalo de medida (**extrapolación**) necesitamos ampliar la recta (o la curva) de ajuste. Las líneas se suelen extrapolar para ver si pasan por el origen o para encontrar el punto de corte con los ejes, tal como se representa en la Figura 17.3.

Las predicciones realizadas mediante extrapolación se deben considerar con cuidado, porque es posible que sea incorrecto asumir que el comportamiento observado en el intervalo de medida se pueda aplicar asimismo fuera de ese intervalo.

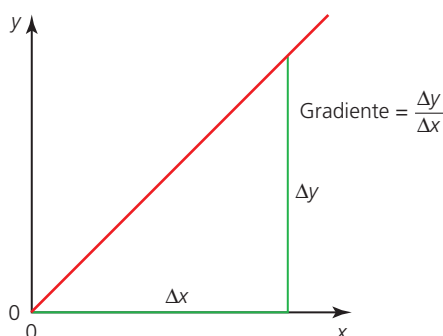
■ Proporcionalidad

La relación más simple posible entre dos variables es la **proporcionalidad** entre una y la otra (a veces denominada proporcionalidad *directa*). Esto significa que si una de las variables, pongamos la x , duplica su valor, la otra variable, y , también duplica su valor; si y se divide entre cinco, entonces x se divide entre cinco; si x se multiplica por 17, entonces y se multiplica por 17, etc. En otras palabras, el cociente entre las dos variables (x/y o y/x) es constante. La proporcionalidad se representa mediante:

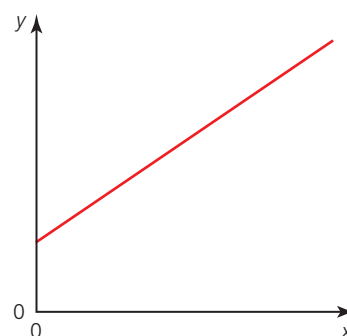
$$y \propto x$$

El objetivo de muchos experimentos fundamentales es estudiar si existe una relación de proporcionalidad entre dos variables, y la mejor manera de comprobarlo es mediante una representación gráfica.

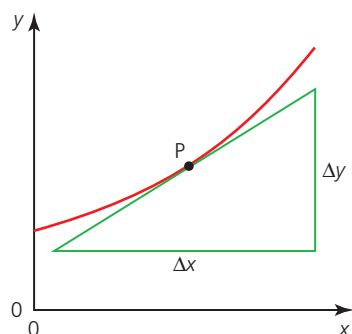
Si dos variables son (directamente) proporcionales, su gráfica es una **línea recta que pasa por el origen** (Figura 17.4). Es importante recordar que una gráfica lineal que no pasa por el origen **no puede representar una proporcionalidad** (Figura 17.5).



■ **Figura 17.4** Relación de proporcionalidad



■ **Figura 17.5** Una relación lineal que no es proporcional no pasa por el origen



■ **Figura 17.6** Método para encontrar el gradiente de una curva en un punto P mediante la tangente

■ Gradiente de una recta (o de una curva)

El gradiente de una recta (o una curva) se designa con el símbolo m y se calcula dividiendo la variación de y , Δy , entre la variación correspondiente de x , Δx , tal como se muestra en la Figura 17.4. (El signo delta, Δ , se utiliza para representar una variación de una cantidad).

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

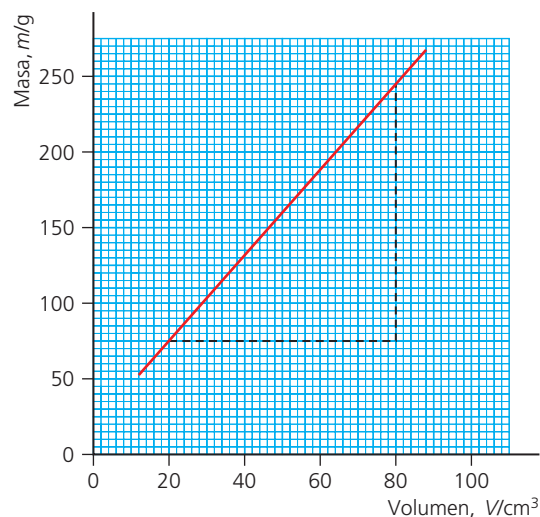
Es importante destacar que para la determinación del gradiente de una recta (o de una curva) se debe usar un triángulo *grande*, ya que el porcentaje de incertidumbre es menor cuando se utilizan valores grandes.

Los gradientes de muchas rectas (o curvas) tienen significado físico: por ejemplo, el gradiente de una gráfica masa-volumen equivale a la densidad del material.

El gradiente de una curva, como la que se muestra en la Figura 17.6, varía constantemente. El gradiente de la curva en un punto cualquiera, P, se puede determinar a partir del dibujo de la recta **tangente** a la curva en ese punto. (En matemáticas, si se conoce la ecuación de la curva, el gradiente en cada punto se puede determinar mediante un proceso denominado *diferenciación*).

Ejemplos resueltos

- 1 En la Figura 17.7 se muestra la recta de ajuste para los datos de un experimento en el que se han medido las masas y los volúmenes de distintas piezas fabricadas con la misma aleación metálica.
 - a Calcula el valor experimental de la densidad de la aleación, que es igual al gradiente de la recta.
 - b Sugiere por qué la gráfica no pasa por el origen.
 - c Explica por qué el método del uso del gradiente para determinar la densidad es mucho mejor que el simple cálculo de un valor a partir de un par de lecturas de la masa y el volumen.



■ **Figura 17.7** Representación gráfica de la masa m en función del volumen V de las distintas piezas de una aleación metálica.

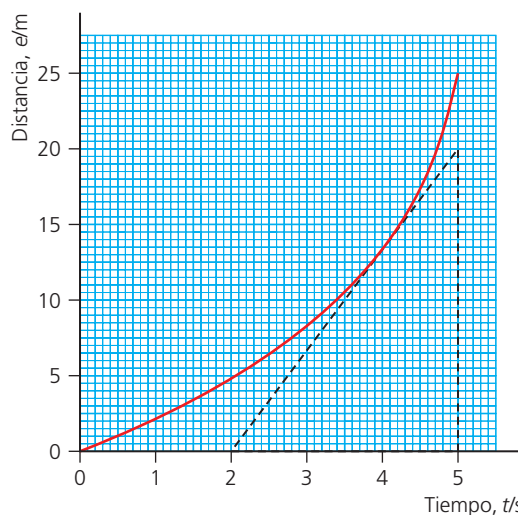
a Utilizando el triángulo que se muestra en la gráfica:

$$\text{gradiente} = \text{densidad} = \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{245 - 75}{80 - 20} = 2,8 \text{ g cm}^{-3}$$

b El instrumento utilizado para medir la masa tenía un error de compensación de cero (de unos +20 g).

c Las medidas individuales pueden ser inexactas. La recta de ajuste reduce el efecto de los errores aleatorios y el error de compensación de cero no afecta al resultado del cálculo.

2 En la Figura 17.8 se muestra una gráfica distancia-tiempo para un coche que se acelera. Determina la velocidad del coche al cabo de 4s (igual al gradiente a la curva en ese momento).



■ **Figura 17.8** Gráfica de la distancia e respecto al tiempo t para un coche que se acelera

La línea inclinada discontinua es la tangente a la curva en el instante $t = 4$ s.

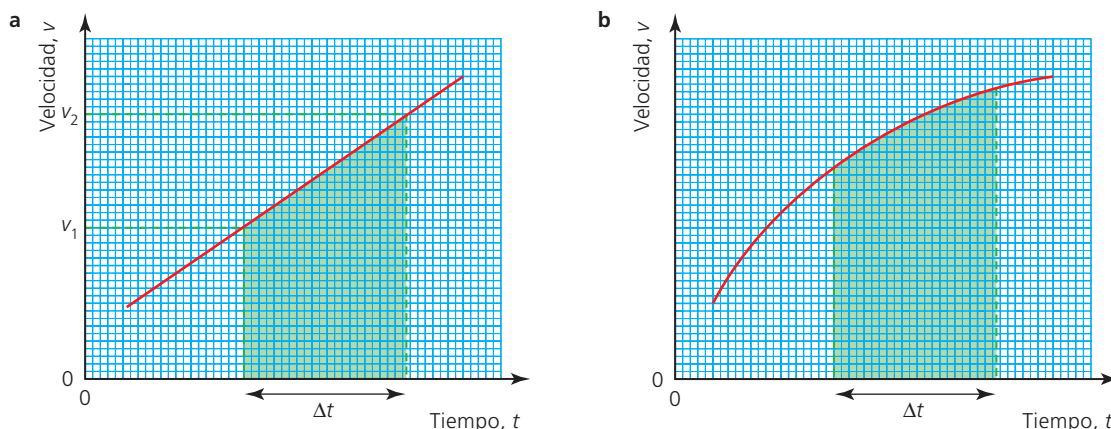
$$\text{gradiente} = \text{velocidad} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{20 - 0}{5,0 - 2,0} = \frac{20}{3,0} = 6,7 \text{ ms}^{-1}$$

■ Áreas bajo las gráficas

El área bajo muchas gráficas tiene un significado físico. A modo de ejemplo, consideremos la Figura 17.9a, en la que se representa parte de una gráfica velocidad-tiempo para un vehículo que se mueve con aceleración constante. El área bajo la gráfica (la zona sombreada) se puede calcular a partir de la velocidad media, que viene dada por $\frac{(v_1 + v_2)}{2}$, multiplicada por el tiempo, Δt . El área bajo la gráfica es, por tanto, equivalente a la distancia recorrida durante el tiempo Δt .

El vehículo de la Figura 17.9b se mueve con una aceleración variable (decreciente), de manera que la gráfica es una curva, pero se aplica la misma regla: el área bajo la gráfica (sombreada) representa la distancia recorrida durante el tiempo Δt .

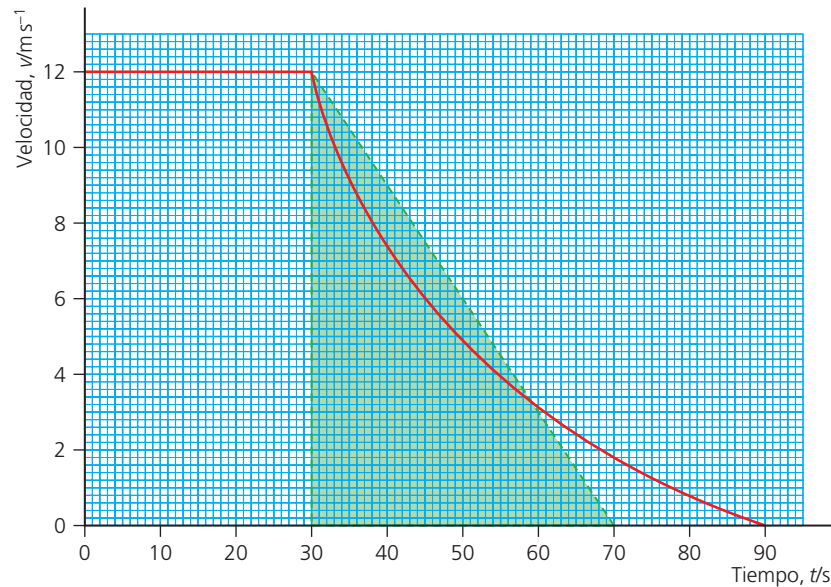
■ **Figura 17.9** Área bajo una gráfica velocidad-tiempo para a aceleración constante y b aceleración variable



El área de la Figura 17.9b se puede estimar de diversas maneras, por ejemplo contando cuadrados de pequeño tamaño o dibujando un rectángulo que parece (a ojo) tener la misma área. (Si se conoce la ecuación de la curva se puede calcular mediante el proceso denominado *integración*).

Ejemplo resuelto

- 3 En la Figura 17.10 se representa el movimiento de un tren que viaja a una velocidad constante durante 30 s y que a continuación decelera durante 60 s. Calcula la distancia recorrida en 90 s (igual al área bajo la gráfica).



■ Figura 17.10 Gráfica de la velocidad, v , en función del tiempo, t , para un tren

El área bajo la gráfica hasta los 30 s de tiempo = $12 \times 30 = 360$ m.

El área bajo la gráfica entre los 30 s y los 90 s se puede estimar a partir del triángulo sombreado, que se ha dibujado de manera que su área parece ser la misma que el área bajo la curva:

$$\text{área} = \frac{1}{2} \times 12 \times (70 - 30) = 240 \text{ m}$$

$$\text{distancia total (área)} = 360 + 240 = 600 \text{ m}$$

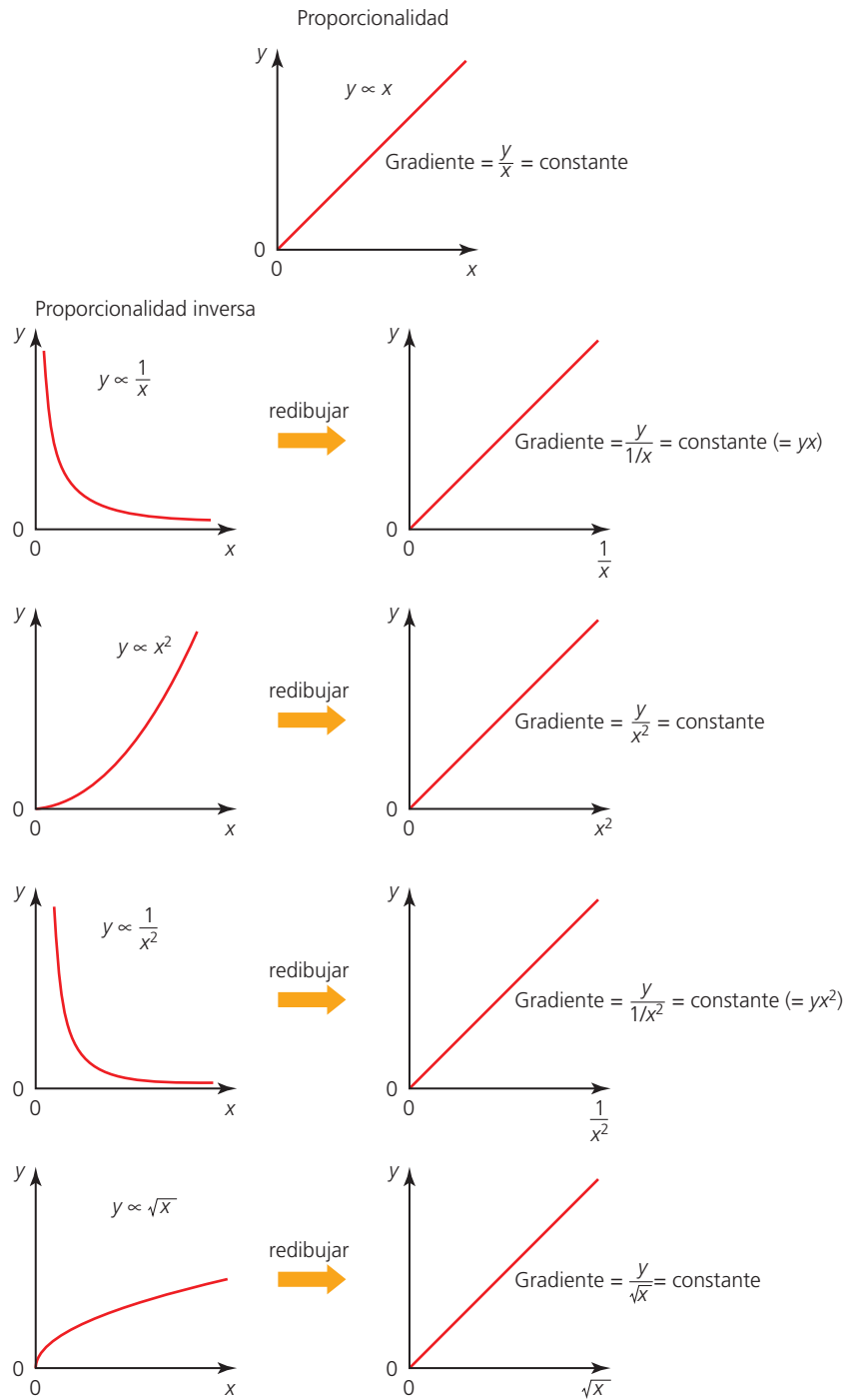
Utilidad de las gráficas lineales (rectas)

Las líneas rectas son mucho más fáciles de comprender y de analizar que las curvas; sin embargo, cuando medimos directamente datos experimentales y los representamos gráficamente uno en función del otro (x e y , por ejemplo), lo que obtenemos mayoritariamente son curvas y no rectas.

Los datos que proporcionan una curva x - y se pueden utilizar para dibujar otras gráficas y comprobar otras relaciones posibles. Por ejemplo:

- Se puede dibujar una gráfica de y en función de x^2 con el fin de obtener una recta que pase por el origen, lo que confirmaría que y es proporcional a x^2 .
- Una gráfica de y en función de $\frac{1}{x}$ que pasa por el origen confirmaría que y es proporcional a $\frac{1}{x}$ (en cuyo caso se dice que x e y son **inversamente proporcionales** entre sí).
- Una gráfica de y en función de $\frac{1}{x^2}$ que pasa por el origen representaría una **relación con el inverso del cuadrado**.

En la Figura 17.11 se muestran gráficas de las relaciones más frecuentes.

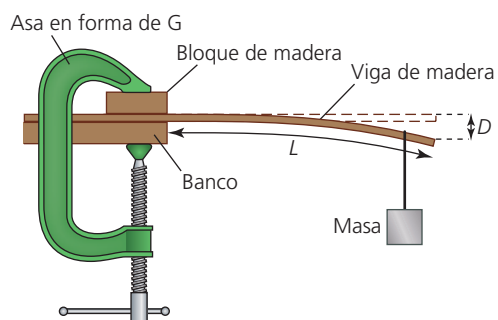


■ **Figura 17.11** Algunas relaciones gráficas frecuentes en las que se muestra cómo se pueden redibujar las curvas para obtener líneas rectas

Ejemplo resuelto

- 4 En una evaluación interna se pide a los alumnos que investiguen uno de los factores que afectan al combado de una viga de madera que está sujeta únicamente por un extremo (una viga levadiza) y de la que cuelga una masa (carga) en algún punto situado en la parte que sobresale del extremo del banco (Figura 17.12).

Uno de los alumnos enumera las variables siguientes: (i) tipo de madera, (ii) espesor de la madera, (iii) anchura de la madera, (iv) longitud de madera desde el punto en que se fija, L , (v) posición de la carga, (vi) masa de la carga. Decide investigar cómo depende el combado, D , de la longitud, L , manteniendo el resto de variables constantes. Sus resultados se muestran en la Tabla 17.1 (las incertidumbres no se han incluido por simplicidad).


Figura 17.12
Tabla 17.1

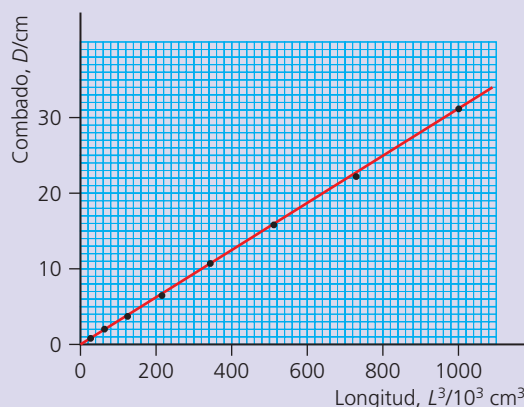
L/cm	D/cm
30,0	0,8
40,0	2,0
50,0	3,7
60,0	6,5
70,0	10,8
80,0	15,8
90,0	22,2
100,0	31,2

- a La gráfica de los datos sin procesar produce una curva, por tanto el alumno piensa que es posible que el combado sea proporcional a la longitud al cuadrado o a la longitud al cubo. Realiza algunas comprobaciones con los datos para ver si alguna de estas posibilidades es correcta.
- b Dibuja una gráfica apropiada para confirmar la relación correcta.

a Si el combado, D , es proporcional a la longitud, L al cuadrado, $\frac{L^2}{D}$ (o $\frac{D}{L^2}$) será constante, dentro de los límites de las incertidumbres experimentales. Los cálculos producen los resultados siguientes (todos $\times 10^2 \text{ cm}$): 11,0; 8,0; 6,8; 5,5; 4,5; 4,1; 3,6; 3,2. Estos valores disminuyen cuando las longitudes aumentan, y claramente *no* son constantes.

Si el combado, D , es proporcional a la longitud, L al cubo, $\frac{L^3}{D}$ (o $\frac{D}{L^3}$) será constante, dentro de los límites de las incertidumbres experimentales. Los cálculos producen los resultados siguientes (todos $\times 10^4 \text{ cm}^2$): 3,4; 3,2; 3,4; 3,3; 3,2; 3,2; 3,3; 3,2. Estos valores son todos muy similares (dentro del 3% de su promedio), lo que confirma que el combado es proporcional a la longitud al cubo.

- b Véase la Figura 17.13. Una gráfica de D en función de L^3 produce una línea recta que pasa por el origen. Fíjate en que habría sido mejor que el alumno hubiera empleado longitudes de modo que los puntos se hubieran distribuido uniformemente a lo largo de la recta.

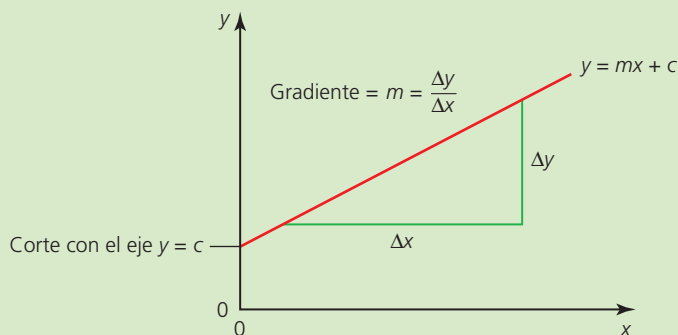

Figura 17.13

■ Ecuación de una recta

Todas las gráficas lineales se pueden representar mediante una ecuación de la forma:

$$y = mx + c$$

donde m es el gradiente y c es el valor de y cuando $x = 0$, conocido como **corte con el eje y** (Figura 17.14).

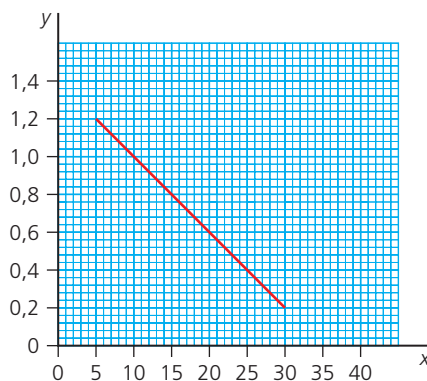


■ Figura 17.14 Gráfica de $y = mx + c$

Una vez dibujada la gráfica, se pueden determinar los valores del gradiente y del corte con el eje y y los resultados se pueden utilizar para obtener una ecuación matemática que describe la relación.

Ejemplo resuelto

- 5 Los datos experimentales que conectan dos variables, x e y , están representados en la gráfica de la Figura 17.15. Toma medidas a partir de la gráfica que te permitan escribir una ecuación que represente la relación.



■ Figura 17.15

El gradiente de la recta, m , es $\frac{0,2 - 1,2}{30 - 5} = -0,04$ y el corte con el eje y , c , es 1,4.

Sustituyendo en $y = mx + c$, obtenemos:

$$y = -0,04x + 1,4$$

(que se puede reescribir como $25y = 35 - x$).

■ Leyes potenciales y gráficas logarítmicas

En ocasiones no hay una relación «simple» entre dos variables o bien puede que no tengamos ni idea de cuál puede ser la relación. Por eso, en general, podemos escribir una relación entre las variables x e y de la forma:

$$y = kx^p$$

donde k y p son constantes. Es decir, y es proporcional a x elevada a p .

Si tomamos logaritmos en ambos miembros de la ecuación, obtenemos:

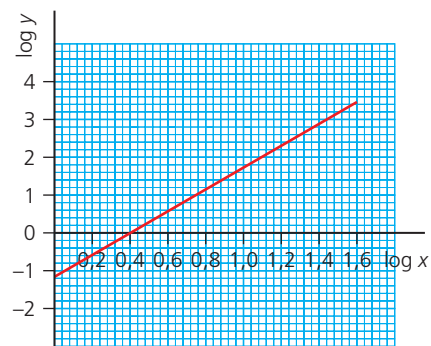
$$\log y = p \log x + \log k$$

Comparemos la ecuación anterior con la ecuación de una recta, $y = mx + c$.

Si dibujamos una gráfica de $\log y$ en función de $\log x$, tendrá gradiente p y el corte con el eje $\log y$ será $\log k$. Utilizando esta información, podemos escribir una ecuación matemática para describir la relación. Fíjate en que en la ecuación anterior hemos usado logaritmos en base 10, pero también podemos usar **logaritmos naturales (ln)** (solo para Nivel Superior).

Ejemplos resueltos

- 6 En la Figura 17.16 se muestra la relación entre dos variables, x e y . Toma medidas a partir de la gráfica para poder escribir una ecuación que represente la relación.



■ Figura 17.16

El gradiente de la recta, p , es 2,9 y el corte con el eje $\log y$, $\log k$, es $-1,2$. Sustituyendo en $\log y = p \log x + \log k$ obtenemos:

$$\log y = 2,9 \times \log x - 1,2$$

Por tanto,

$$y = 0,063x^{2,9}$$

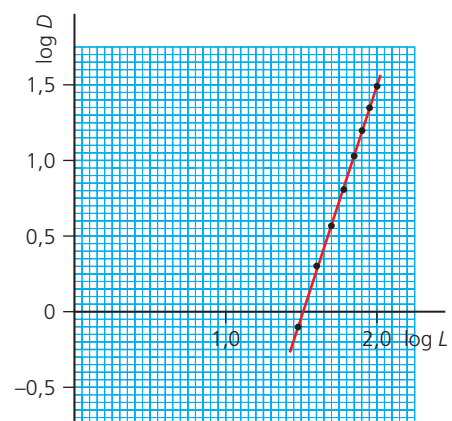
- 7 Volvamos a referirnos al Ejemplo resuelto 4. Utiliza los datos para dibujar una gráfica logarítmica que verifique que la relación se describe mediante la ecuación $D = kL^m$. Determina los valores de m y k a partir de la gráfica.

Si tomamos logaritmos en ambos miembros de la ecuación:

$$\log D = m \log L + \log k$$

Comparando con $y = mx + c$, sabemos que una gráfica de $\log D$ en función de $\log L$ tendrá un gradiente m , y que k se puede determinar a partir del corte con el eje (Figura 17.17).

$$m = 3,1 \text{ y } k = 2,2 \times 10^{-5}$$



■ Figura 17.17

Apéndice 2: Preparación para el examen del Diploma de Física IB

Técnicas de repaso

Existen muchos modos distintos de repasar para un examen, pero hay algunos consejos que se pueden aplicar de forma general:

- Utiliza el programa del IB y el resumen de conocimientos de cada capítulo para identificar tus puntos fuertes y tus puntos débiles al principio del repaso. Para que este sea eficaz, debes concentrarte en las partes del programa en las que te sientas menos seguro, más que en repetir temas que ya te sabes bien. Toma nota de tu progreso y así te sentirás motivado al ver que la lista de temas que te quedan por repasar se hace cada vez más corta.
- Como norma general, el repaso debe ser más activo que pasivo. Discutir sobre los conceptos físicos o responder preguntas suele ser mucho más efectivo que leer o visionar un vídeo de física. Sin embargo, es sensato comenzar el repaso de un tema relejendo la sección correspondiente de este libro.
- La resolución de preguntas de exámenes pasados es muy importante y muchos alumnos y profesores opinan que es el mejor modo de repasar. Debes resolver tantas preguntas como te sea posible y comprobar tus respuestas, o bien hacer que otra persona las compruebe. Resolver «exámenes de prueba», en los que respondes a las preguntas requeridas en hojas de examen completas y en el tiempo estipulado, también te ayudará a determinar si tu ritmo de trabajo es demasiado rápido o demasiado lento. Es posible que a lo largo del curso hayas realizado una serie de pruebas cortas y exámenes, los cuales constituyen una valiosa fuente de recursos para el repaso; de hecho, todos deberíamos aprender de nuestros errores.
- A muy pocos estudiantes les gusta repasar, por tanto, vale la pena utilizar distintas técnicas de repaso para estimular el interés. Algunos estudiantes opinan también que el hecho de trabajar en distintos entornos puede ser una manera de refrescar el interés por el repaso. No es buena idea forzarse a uno mismo a repasar cuando se está cansado ni es bueno trabajar durante un periodo de tiempo prolongado y sin descanso. (El periodo de tiempo ideal para repasar sin descanso es entre 40 y 60 minutos).
- La mayoría de estudiantes encuentran que elaborar un horario de estudio les ayuda a organizarse y a estructurar el trabajo. Sin embargo, si no te ajustas al horario será una pérdida de tiempo, porque necesitarás volver a reescribirlo.
- Debes familiarizarte con la estructura de las hojas de examen y los estilos de las diferentes preguntas de examen (véase más abajo).

Características de las hojas de examen

En todos los exámenes se dispondrá del Apéndice de datos de Física. En ninguna de las hojas de examen se pueden escoger las preguntas a resolver.

Asegúrate de llevar al aula de examen todo el equipo necesario: una regla de 30 cm, transportador de ángulos, compás, lápices y bolígrafos y una calculadora que cumpla los requisitos aprobados (no se permite para la Hoja 1).

	Nivel Medio	Nivel Superior
Hoja 1	45 minutos 30 preguntas tipo test Las preguntas versarán sobre el Núcleo del Nivel Medio (Capítulos 1-8) No se permite el uso de calculadoras 20% de la nota total del examen	1 hora 45 preguntas tipo test Las preguntas versarán sobre el Núcleo del Nivel Medio (Capítulos 1-8) + contenido correspondiente al Mayor Nivel Adicional (MNA) de los Capítulos 9-12 No se permite el uso de calculadoras 20% de la nota total del examen
Hoja 2	1 hora 15 minutos Las preguntas versarán sobre el Núcleo del Nivel Medio (Capítulos 1-8) Preguntas de respuesta breve y de respuesta ampliada Se permite el uso de calculadoras 40% de la nota total del examen	2 horas 15 minutos Las preguntas versarán sobre el Núcleo del Nivel Medio (Capítulos 1-8) + contenido correspondiente al MNA de los Capítulos 9-12 Preguntas de respuesta breve y respuesta ampliada Se permite el uso de calculadoras 36% de la nota total del examen
Hoja 3	1 hora La Sección A contiene una pregunta basada en datos y varias preguntas de respuesta breve sobre temas experimentales [Se supone conocimiento del material del Núcleo (Capítulos 1-8)] La Sección B contiene preguntas de respuesta breve y de respuesta ampliada sobre las Opciones (el alumno selecciona las preguntas correspondientes a una sola Opción) Se permite el uso de calculadoras 20% de la nota total del examen	1 hora 15 minutos La Sección A contiene una pregunta basada en datos y varias preguntas de respuesta breve sobre temas experimentales [Se supone conocimiento del material del Núcleo (Capítulos 1-12)] La Sección B contiene preguntas de respuesta breve y de respuesta ampliada sobre las Opciones (el alumno selecciona las preguntas correspondientes a una sola Opción) Se permite el uso de calculadoras 24% de la nota total del examen
Evaluación interna	20% de la nota total del examen	

Consejos para realizar el examen

Algunos alumnos no consiguen mejorar su nota simplemente perfeccionando su técnica de examen, aun teniendo los mismos conocimientos de física que otros alumnos que sí lo consiguen. A continuación se presentan algunos puntos a tener en cuenta.

■ Hoja 1

- Las preguntas se suelen disponer en el orden aproximado que sigue el programa.
- Se suele considerar que las preguntas tipo test son más fáciles de responder que muchas de las demás preguntas de las otras dos hojas y, sin embargo, muchos alumnos cometen errores por puro descuido. Si dispones de tiempo, repasa las respuestas.
- No escojas una respuesta hasta haber leído *todas* las posibilidades alternativas.
- Si dudas acerca de una respuesta, no inviertas demasiado tiempo en ella. Escribe comentarios al margen, descarta las respuestas que parezcan evidentemente erróneas (suele haber una o dos) y pasa a la siguiente pregunta. Si trabajas lo bastante rápido, te debería sobrar tiempo para volver a las preguntas dudosas más tarde; piensa que la pregunta te puede parecer más fácil la segunda vez que la consideres.
- Ten en cuenta que, a veces, una posible respuesta es correcta como afirmación pero puede que no sea correcta como respuesta a la pregunta formulada.
- Fíjate en si se incluyen dos respuestas contradictorias. Lo más probable es que una de ellas sea correcta (y la otra, incorrecta).
- Recuerda que no hay penalización por respuesta incorrecta. Nunca dejes de responder una pregunta, aunque no estés seguro del todo.

■ Hojas 2 y 3

- Lee la *totalidad* de la pregunta antes de comenzar a responderla.
- Valora la cantidad de detalle que necesitas alcanzar en tus respuestas en función de la cantidad de espacio disponible y del número de apartados de cada pregunta. En general debes separar por párrafos los distintos apartados.
- Lee las preguntas con mucha atención y anota o subraya las palabras y frases más importantes. Si en una pregunta se te pide que «uses» una determinada información, gráfica o ley, asegúrate de que en tu respuesta lo tienes en cuenta. Si respondes a la pregunta con otro método, igualmente correcto, no obtendrás la puntuación asignada. Si la pregunta hace referencia a una ley o definición, comienza tu respuesta citándola.
- La presentación de las respuestas es importante. Aunque la claridad y la ortografía no se evalúan directamente, su corrección crea una impresión favorable. Utiliza una regla para que los renglones estén rectos.
- Muestra todos los pasos que has seguido en los cálculos.
- Da tus respuestas con decimales, no con fracciones. Utiliza la notación científica cuando sea conveniente.
- Utiliza en tus respuestas el número apropiado de cifras significativas y no olvides poner las unidades.
- En general, es mejor expresar las magnitudes físicas con palabras, en lugar de símbolos, aunque en los cálculos se pueden usar los símbolos estándar.
- Si necesitas modificar una de tus respuestas, tacha claramente lo que quieras eliminar. Si no tienes espacio suficiente para continuar la respuesta, utiliza las hojas adicionales y adjúntalas al apéndice de respuestas, al final del examen.

Ejemplos de diferentes estilos de preguntas de examen (Hojas 2 y 3)

■ Comandos

Todas las preguntas de la Hoja 2 y de la Hoja 3 del examen para el Diploma de Física IB contienen una única instrucción de entre un número limitado de instrucciones claras, como *define*, *resume* y *calcula*. Estas instrucciones con una sola palabra se conocen como *comandos* e indican la manera en que debes responder a la pregunta. Los comandos se pueden clasificar según tres grupos:

- demostración de conocimientos (AO1)
- aplicación y uso (AO2)
- construcción, análisis y evaluación (AO3).

Demostración de conocimientos

Estos comandos se utilizan para poner a prueba tu memoria en cuanto al conocimiento objetivo del programa.

Define

Se te pide que des el significado exacto de un término, expresión o cantidad. Se te recomienda encarecidamente que te asegures de conocer todas estas definiciones antes del examen. Sorprendentemente, una elevada proporción de estudiantes no consiguen obtener esta puntuación «fácil».

Una definición se debe escribir generalmente con palabras y no mediante una ecuación, aunque este caso es aceptable si se explica el significado de todos los símbolos utilizados.

Ejemplo resuelto

Pregunta: *Define* resistencia

Respuesta: La resistencia es el cociente entre la diferencia de potencial a la que está sometido un conductor y la intensidad de corriente que lo atraviesa. ($R = \frac{V}{I}$ solo es aceptable si se explican los símbolos.)

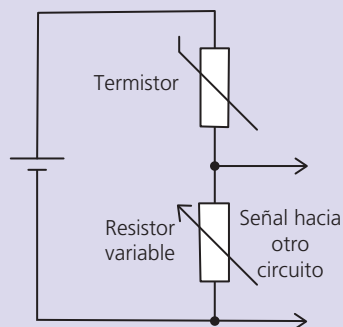
Dibuja

Mediante este comando, ampliamente utilizado, normalmente se te pide que añadas algo a un diagrama o gráfico ya existente, pero a veces se te pide que dibujes un diagrama completamente nuevo. Utiliza un lápiz afilado y una regla para el dibujo. Una pregunta muy habitual es dibujar la línea de ajuste de una gráfica de puntos (véase Capítulo 17).

Ejemplo resuelto

Pregunta: *Dibuja* un circuito para representar cómo se pueden conectar una pila, un termistor y un resistor variable con el objetivo de proporcionar una señal divisora de tensión a otro circuito.

Respuesta:



Fíjate en que, en este ejemplo, no es esencial etiquetar los componentes si se utilizan símbolos estándar de circuitos eléctricos (véase el *Apéndice de datos de Física*). La pregunta, en parte, está formulada para comprobar si conoces o no estos símbolos. Si no estás seguro acerca del símbolo correcto, dibuja un recuadro y escribe lo que se supone que representa.

Etiqueta

Esta instrucción, muy frecuente, suele estar combinada con una instrucción para dibujar algo. Puede hacer referencia a un diagrama ya existente, a una adición a un diagrama que se te pide que dibujes o, en algún caso, a un nuevo dibujo. Las etiquetas deberían consistir en palabras, más que en símbolos. Es importante que seas claro y pulcro para que el examinador sepa exactamente qué es lo que estás etiquetando.

Ejemplo resuelto

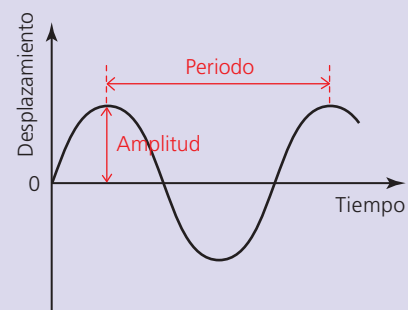
Pregunta: Dibuja una flecha sobre el diagrama que indique la dirección y el sentido de la corriente y *etiquétala* con la letra I .

Esta pregunta podría tener como objetivo verificar si sabes que el sentido convencional de circulación de la intensidad de corriente en un circuito es desde positivo a negativo. Debes colocar la letra I cerca de la flecha. Si no etiquetas, es posible que no obtengas la puntuación correspondiente, aunque la dirección y sentido sean correctos.

Ejemplo resuelto

Pregunta: *Etiqueta* el dibujo para representar el significado de la amplitud y el periodo.

Respuesta:



Ejemplo resuelto

Pregunta: En el diagrama se representa un coche que se mueve a velocidad constante. Dibuja vectores completamente *etiquetados* que indiquen las fuerzas que actúan sobre el coche.

Respuesta: Se deberían etiquetar al menos cuatro vectores de fuerza: peso, fuerza de contacto normal, resistencia del aire y empuje de la carretera sobre los neumáticos. Los pares de vectores deberían tener longitudes iguales.

Enumera

Significa que debes proporcionar una serie de elementos *sin* explicación. En la propia formulación de la pregunta debe quedar claro si debes enumerar siguiendo un orden o no.

Ejemplo resuelto

Pregunta: *Enumera* las principales fuentes de energía que se utilizan en todo el mundo para generar energía eléctrica.

Respuesta: carbón, nuclear, petróleo, gas natural, hidroeléctrica. (En esta respuesta no es importante el orden de los elementos de la lista ni que la lista sea completa. No se requiere una lista completa porque la formulación de la pregunta no aspira a tener una respuesta inequívoca.)

Mide

En este comando se te pide que midas el valor de una magnitud física a partir de un diagrama o una gráfica representados en la hoja de examen. Puede tratarse de una longitud, un área, un ángulo o bien puede requerir la interpretación de una escala. Debes estar preparado para una pregunta de este tipo llevando una regla de 30 cm y un transportador de ángulos al aula de examen. Evidentemente, para obtener la puntuación asignada a la pregunta debes efectuar una medida precisa.

Ejemplo resuelto

Pregunta: En este diagrama se representa un rayo de luz que se refracta cuando entra en un medio de vidrio. Toma *medidas* para calcular el índice de refracción del medio. (En esta pregunta se combinan medidas y cálculos.)

Respuesta: Será necesario que midas los ángulos de incidencia y de refracción.

Enuncia

Enunciar es similar a *definir* en cuanto a que se pide una respuesta breve y precisa, sin necesidad de explicaciones adicionales. Es uno de los comandos más ampliamente utilizados en el examen para el Diploma de Física IB. El programa contiene numerosos términos y leyes importantes cuyo «enunciado» se puede pedir en un examen, y se deben memorizar como si se tratara de definiciones.

Ejemplo resuelto

Pregunta: *Enuncia* el significado del término amortiguación.

Respuesta: La amortiguación es la disipación de energía de un oscilador cuando sobre él solo actúa una fuerza de resistencia.

Escribe

Se requiere solo una respuesta breve y directa, sin explicación. La información se suele extraer de la propia pregunta.

Ejemplo resuelto

Pregunta: *Escribe* el nombre de la fuente de energía más radiante que llega a la Tierra.

Respuesta: El Sol.

Aplica y usa

Con estos comandos se pretende comprobar tu capacidad de utilizar los conceptos y principios físicos que has aprendido durante el curso.

Anota y aplica

Estos comandos son poco frecuentes en los exámenes para la obtención del Diploma de Física IB.

- *Anotar* es similar a *etiquetar*, pero se requiere la adición de *notas breves* a un diagrama o gráfico.
- *Aplicar* significa utilizar los conocimientos para una situación nueva. Por ejemplo, se te puede pedir que *apliques* tu conocimiento de las leyes de Newton del movimiento a una atracción de feria.

Calcula

En este tipo de pregunta, muy frecuente, se te pide que utilices los datos proporcionados en la pregunta y/o en el *Apéndice de datos de Física* para determinar una respuesta numérica.

- Debes mostrar claramente *cómo* has obtenido la respuesta. Normalmente la puntuación se obtiene por un desarrollo correcto, aunque la respuesta final esté equivocada.
- Tu respuesta debe contener un número apropiado de cifras significativas (véase Capítulo 1).
- Tu respuesta debe contener unidades (a menos que se trate de una proporción).

Ejemplo resuelto

Pregunta: Se lanza una piedra verticalmente hacia arriba con una velocidad de $8,10 \text{ ms}^{-1}$. *Calcula* la altura máxima que alcanzará (ignorando la resistencia del aire).

Respuesta:

$$v^2 = u^2 + 2ae \text{ (Escribe la ecuación que empleas.)}$$

$$0 = 8,10^2 + (2 \times -9,81 \times e) \text{ (Sustituye los datos. El valor de } a \text{ lo has obtenido a partir del } \textit{Apéndice de datos de Física}.)$$

$$e = 3,34 \text{ m}$$

También se aceptarían las respuestas 3,3 m y 3,344 m.

Describe

Utiliza los conocimientos adquiridos en el curso y/o la información proporcionada en la pregunta para dar una explicación sencilla. El nivel de detalle necesario puede variar entre una pregunta y otra, y lo puedes valorar en función de la puntuación asignada a la respuesta.

El comando *describe* aparece con frecuencia en los exámenes del IB.

Ejemplo resuelto

Pregunta: *Describe* el significado del término resonancia.

(3 puntos)

Respuesta: La resonancia es el aumento que se produce en la amplitud de la oscilación como consecuencia de la perturbación del oscilador por una fuerza externa que tiene la misma frecuencia que la frecuencia natural del oscilador.

Fíjate en que hay tres conceptos distintos incluidos en esta respuesta, que corresponden a los tres puntos con los que se puntúa.

Distingue

Este comando indica que debes explicar la(s) diferencia(s) esencial(es) entre dos (o más) elementos. También debes explicar brevemente qué tienen en común.

Ejemplo resuelto

Pregunta: *Distingue* entre rapidez y velocidad.

Respuesta: La rapidez se calcula a partir de distancia/tiempo. La velocidad tiene el mismo módulo que la rapidez, pero en este caso también se deben proporcionar la dirección y el sentido del movimiento. (Los ejemplos pueden ayudar, pero no son esenciales, a menos que se soliciten explícitamente en la pregunta.)

Estima

Es similar a *calcula*, pero en este caso no es posible dar una respuesta exacta. Por ejemplo, la pregunta puede comportar que efectúes un cálculo basado en *tus* estimaciones razonables sobre cantidades desconocidas. Las respuestas estimadas deben contener un número adecuado de cifras significativas (que se pueden reducir a solo una) o bien pueden consistir simplemente en un orden de magnitud.

La realización de estimaciones puede ser una tarea difícil para muchos estudiantes, pero la puntuación asignada se obtiene para *cualquier* estimación razonable, y no necesariamente por la respuesta esperada. Debes enunciar con claridad las suposiciones que tienes en cuenta.

Ejemplo resuelto

Pregunta: *Estima* la cantidad de carbón que se quemaría en una central eléctrica de 100 MW de potencia en una hora.

Respuesta:

$$\text{masa de carbón necesaria por segundo} = \frac{\text{potencia de salida}}{\text{eficiencia} \times \text{densidad de energía}}$$

Si suponemos que la eficiencia de la central eléctrica es del 35% y que la densidad del carbón utilizado es de 30 MJ kg^{-1} :

$$\text{masa de carbón necesaria por segundo} = \frac{10^8}{0,35 \times 3 \times 10^7} = 9,5 \text{ kg}$$

$$\text{masa de carbón necesaria por hora} = 9,5 \times 3600 \approx 3 \times 10^4 \text{ kg}$$

Formula

Utiliza el conocimiento existente para construir una respuesta exacta y metódica a un problema no matemático.

Ejemplo resuelto

Pregunta: Utiliza la teoría cinética de los gases para *formular* una explicación de por qué disminuye la densidad de la atmósfera terrestre cuando aumenta la distancia desde el Sol.

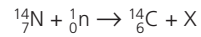
Respuesta: Las moléculas de gas se desplazan a velocidades elevadas en direcciones aleatorias. Las moléculas más alejadas de la superficie del planeta habrán transferido energía cinética en forma de energía potencial gravitatoria y se habrán decelerado. El número de moléculas que tienen suficiente energía para alcanzar alturas elevadas es menor.

Identifica

En este caso se requiere que des el nombre de algo o que escojas la respuesta correcta entre diversas posibilidades (que se *pueden* proporcionar en la pregunta). Solo se pide una respuesta breve.

Ejemplo resuelto

Pregunta: La siguiente ecuación representa la producción de carbono-14 en la atmósfera terrestre debida al bombardeo del nitrógeno con neutrones:



Identifica la partícula representada con una X.

Respuesta: Un protón (también se acepta como respuesta ${}^1_1\text{p}$).

Resume

Es similar a *describe*, excepto en que *no* se necesitan detalles. Con este comando se pretende que el estudiante dé solo una respuesta *breve* y normalmente a este tipo de preguntas se les asigna una puntuación de 1 o 2 puntos.

Ejemplo resuelto

Pregunta: Resume cómo se puede convertir la energía de una ola en energía eléctrica en un convertidor de energía de las olas oceánicas.

Respuesta: Cuando los picos y los valles de las olas atraviesan el convertidor, el aire experimenta una fuerza hacia delante y hacia atrás que hace mover una turbina. Esta, a su vez, provoca la rotación de las bobinas de cable en un campo magnético y se genera un voltaje.

Traza

Marca las posiciones de los puntos sobre una gráfica o diagrama.

Construye, analiza y evalúa

Este grupo de comandos pueden implicar situaciones menos familiares o un conocimiento más profundo. Pueden tener como objetivo valorar habilidades más complejas, como el pensamiento crítico o la imaginación.

Comenta

Este comando requiere tu valoración o tu opinión sobre una respuesta calculada numéricamente o una afirmación proporcionada en una pregunta. Normalmente se requiere un único comentario.

Ejemplo resuelto

Pregunta: El valor del calor latente específico de fusión del hielo determinado experimentalmente mediante el uso de un calentador de inmersión es menor que el valor aceptado. *Comenta* la diferencia.

Respuesta: La diferencia puede radicar en la transferencia de energía térmica al hielo desde el entorno, más caliente, de manera que se ha necesitado menos energía procedente del calentador para fundir el hielo.

Ejemplo resuelto

Pregunta: Hay una enorme cantidad de energía en las olas de los océanos del planeta. *Comenta* el hecho de que muy poca de esta energía se puede transferir a formas que nos resulten útiles.

Respuesta: La construcción y el mantenimiento de los convertidores de energía de las olas oceánicas resulta actualmente mucho más cara que la correspondiente a la mayoría del resto de energías.

Deduce

Es un comando ampliamente utilizado. *Deducir* significa llegar a una conclusión (enunciada en la pregunta) a partir de la información proporcionada. En la mayor parte de los casos requiere que muestres todos los pasos seguidos en el cálculo y, en este aspecto, *deducir* tiene un significado similar a *demostrar*. Sin embargo, la *deducción* puede ser compleja y puede implicar más pasos (y puntuaciones asignadas). Como ocurre con el comando *demuestra*, es importante que escribas cada uno de los pasos del cálculo.

Ejemplo resuelto

Pregunta: La potencia de salida de un láser tiene es 4,0 mW y forma un haz paralelo de anchura 0,46 cm que incide perpendicularmente sobre una superficie. Sabiendo que la longitud de onda de la luz es 630 nm, *deduce* que la tasa de incidencia de los fotones sobre la superficie es de unos $3,0 \times 10^{14} \text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$. (3 puntos)

Respuesta:

$$\begin{aligned} \text{número de fotones por segundo en el haz} &= \frac{\text{potencia}}{\text{energía de cada fotón}} = \frac{hc}{\lambda} \\ &= \frac{4,0 \times 10^{-3}}{6,63 \times 10^{-34} \times 3,00 \times 10^8 / 6,30 \times 10^{-9}} \\ &= 1,3 \times 10^{14} \text{s}^{-1} \\ \text{tasa por cm}^2 &= 1,3 \times 10^{14} / 0,46 = 2,8 \times 10^{14} \text{cm}^{-2}\text{s}^{-1} \end{aligned}$$

Fíjate en que debes demostrar la respuesta obtenida a partir de los datos proporcionados, no solo la respuesta aproximada proporcionada en la pregunta.

Demuestra

Utiliza un ejemplo, o un razonamiento, para mostrar que una proposición es correcta.

Ejemplo resuelto

Pregunta: Utiliza un ejemplo cotidiano para *demostrar* que el agua tiene una capacidad calorífica específica elevada.

Respuesta: Un vaso de agua caliente tarda un tiempo en enfriarse a temperatura ambiente comparativamente superior al que tardan cantidades similares de otros materiales en las mismas circunstancias.

Deriva

Derivar significa mostrar todos los principios físicos y razonamientos matemáticos que llevan a una ecuación determinada.

Ejemplo resuelto

Pregunta: *Deriva* una expresión para la intensidad del campo gravitatorio sobre la superficie de un planeta en términos de su masa M , su radio R y la constante de gravitación universal G . (2 puntos)

Respuesta: La intensidad del campo gravitatorio, g , se define como $\frac{\text{fuerza gravitatoria}}{\text{masa}}$.

$$g = \frac{F}{m}$$

A partir de la ley de gravitación universal de Newton sabemos que:

$$F = G \frac{Mm}{R^2}$$

(En este caso no es necesario describir los símbolos, porque están explicados en la pregunta.)

Combinando estas dos ecuaciones obtenemos:

$$g = \frac{GMm/R^2}{m}$$

Determina

Este comando se refiere por lo general a preguntas que requieren respuestas numéricas. Tiene un significado muy similar a *calcula*, aunque el término en sí mismo se refiere a encontrar una respuesta definida. El contexto de las preguntas puede ser más complejo que el de los cálculos simples.

Discute

Con este comando se te pide que presentes (y compares) explicaciones y opiniones alternativas o ventajas e inconvenientes de diversas elecciones.

Ejemplo resuelto

Pregunta: *Discute*, en términos de eficiencia y transportabilidad, el uso del gas natural en lugar del carbón en la producción de energía eléctrica. (3 puntos)

Respuesta: Se prefiere el gas natural porque (i) la conversión de la energía potencial química del gas natural en energía eléctrica es más eficiente que con el carbón y (ii) el gas se puede transportar de forma continua a través de gasoductos desde la fuente hasta la central eléctrica, mientras que el carbón se debe transportar en contenedores móviles de diversos tipos.

Las respuestas a este tipo de preguntas abiertas pueden fácilmente alargarse en exceso. A esta pregunta se le asignan tres puntos, pero el esquema de puntuaciones está orientado probablemente a la presencia de tres comentarios *cualesquiera* relevantes en la respuesta. Fíjate en que el enunciado de la pregunta requiere respuestas relativas *solo* a la *eficiencia* y a la *transportabilidad*; por tanto, si discutes otras características (como la contaminación), los comentarios correspondientes no serán tenidos en cuenta.

Explica

Este comando aparece de forma generalizada en las hojas de examen y normalmente requiere que detalles algo para hacerlo comprensible o enumeres razones por las que algo puede (o no puede) suceder. El nivel de detalle requerido en la respuesta se puede valorar según la puntuación asignada.

Ejemplo resuelto

Pregunta: Se utiliza una fuerza constante hacia delante para acelerar un coche. *Explica* por qué el módulo de la aceleración producida por una fuerza constante hacia delante disminuye a medida que el coche se mueve más rápido. (4 puntos)

Respuesta: La aceleración es proporcional a la fuerza resultante que actúa sobre el coche. La fuerza resultante es igual a la fuerza hacia delante menos las fuerzas de resistencia que se oponen al movimiento. Cuando el coche se mueve más rápido, las fuerzas de resistencia (principalmente la resistencia del aire) aumentan. Por tanto, la fuerza resultante y la aceleración disminuyen. (Una puntuación de cuatro puntos indica que la explicación debe constar de cuatro elementos.)

Muestra

Es similar a *calcula* y *determina*, pero la intención principal es que muestres con detalle cómo se obtiene la respuesta (que se proporciona en el enunciado de la pregunta), y no que simplemente efectúes un cálculo. Este tipo de pregunta se puede formular en la primera parte de una serie de cálculos, de manera que así dispongas de los datos correctos para otros cálculos posteriores.

Ejemplo resuelto

Pregunta: Un electrón se ha desplazado entre dos placas cargadas paralelas con una d.p. de 250 V. *Muestra* que la energía potencial eléctrica del electrón ha variado en $4,0 \times 10^{-17}$ J.

Respuesta:

$$\text{diferencia de potencial} = \frac{\text{energía transferida}}{\text{carga que circula}}$$

$$V = \frac{E}{q}$$

Esta ecuación se puede expresar como $E = Vq$

(Incluye detalles de cada paso del cálculo.)

Por tanto:

$$E = 250 \times 1,6 \times 10^{-19} = 4,0 \times 10^{-17} \text{ J}$$

Esboza

Este comando indica que dibujes una gráfica, aunque sin datos numéricos. La palabra *esboza* no implica «de cualquier manera». Tu gráfica *debe* ser clara, por tanto, utiliza una regla. Los ejes deben estar rotulados con las cantidades que representan, así como cualquier característica importante de la gráfica (por ejemplo el gradiente o los cortes con los ejes). Es posible que debas extraer información de otra parte de la pregunta para añadirla a la gráfica.

Ejemplo resuelto

Pregunta: *Esboza* una gráfica que muestre la variación de la fuerza entre dos cargas puntuales con la separación entre ellas.

Respuesta: El eje *y* se debe rotular con la palabra *fuerza* y el eje *x* con la palabra *separación*. El origen debe ir rotulado como (0,0). La curva dibujada debe representar claramente una relación con el inverso del cuadrado de la distancia. No es necesario que el trazo sea exacto, pero debe quedar claro que la curva no corta a los ejes.

Sugiere

Este comando se suele emplear cuando no se espera una única respuesta correcta definitiva, tal vez porque no se dispone de la suficiente información o porque existen otras muchas respuestas posibles. También puede ocurrir que la respuesta final requiera conocimientos que están más allá del programa. Generalmente existen varias respuestas aceptables a este tipo de pregunta.

Ejemplo resuelto

Pregunta: *Sugiere* un motivo por el que la medida del punto de fusión del hielo da un valor de $-1,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ en lugar de $0,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ (referido a un experimento en el que se mide la temperatura de una cantidad de hielo y de agua durante un periodo de tiempo).

Respuesta: El termómetro utilizado está mal calibrado. (Se requiere una única sugerencia. En realidad no hay modo de saber si esta sugerencia es correcta. Por ejemplo, una respuesta alternativa podría ser «el agua del hielo no es pura»).

Otros términos

Los comandos siguientes se enumeran en el programa para el Diploma de Física IB, pero aparecen con menor frecuencia en los exámenes.

- **Analiza** – utiliza los datos o la información proporcionada en una pregunta para llegar a algún tipo de conclusión.
- **Compara** – describe las similitudes entre dos o más situaciones u objetos.
- **Construye** – describe las similitudes y las *diferencias* entre dos o más situaciones u objetos.
- **Diseña** – este comando indica que debes redactar algún tipo de plan.
- **Evalúa** – considera las ventajas y los inconvenientes de un proceso.
- **Deduce** – responde a una parte de una pregunta utilizando solamente información que aparece sugerida al principio de la propia pregunta.
- **Deduce mediante cualquier método** – responde a una parte de una pregunta utilizando solamente información que aparece sugerida al principio de la propia pregunta, aunque también se aceptará cualquier otro método correcto.
- **Justifica** – da razones que corroboren tu respuesta.
- **Predice** – da el resultado que cabe esperar de un proceso de acción o de cálculo.
- **Resuelve** – determina una respuesta mediante métodos algebraicos.

Funcionamiento de los esquemas de puntuación

■ Asignación de las puntuaciones

Una vez hayas realizado tu examen para la obtención del Diploma de Física IB, tus respuestas se enviarán a la oficina del IB en el Reino Unido. Las hojas de examen se escanearán y se colgarán en un sitio web seguro para que puedan acceder a ellas los examinadores (procedentes de todo el mundo), junto con un esquema de puntuación consensuado. Los examinadores deberán utilizar este esquema de puntuación detallado cuando evalúen minuciosamente el trabajo de los estudiantes. La corrección realizada por cada examinador será comprobada de forma automática mediante un programa de ordenador del IB para asegurar que los exámenes de todos los estudiantes son tratados de forma justa e igualitaria. Los examinadores no saben nada sobre los estudiantes, excepto su número de examen.

Como ya se ha mencionado anteriormente, las preguntas de exámenes anteriores y sus correspondientes esquemas de puntuación deben formar parte de tu repaso. Cuando revises un esquema de puntuación debes tener en cuenta los puntos siguientes.

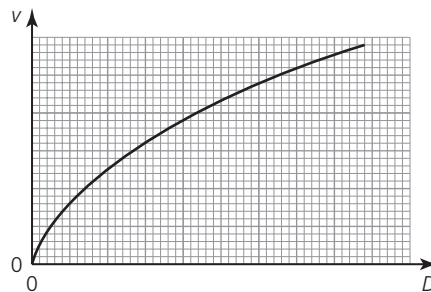
- La corrección tiene un sentido *positivo*. Las respuestas se valorarán según el conocimiento que demuestre poseer el estudiante. En el momento de asignar una puntuación, el examinador no busca que se hayan utilizado las palabras exactas que figuran en el esquema de puntuaciones, sino que se expresen las mismas ideas claramente aunque sea de alguna otra forma. (Las posibles respuestas o palabras alternativas que se pueden anticipar están indicadas en el esquema de puntuación mediante el símbolo «/».)
- **OTTE** significa «o términos a tal efecto». Se utiliza en el esquema de puntuación cuando se espera que los distintos estudiantes escriban distintas respuestas aceptables a una determinada pregunta.
- Cada señal de corrección comienza en una nueva línea y termina con un punto y coma (;).
- De forma ocasional y para algunas respuestas, una determinada palabra se considera *esencial* y viene subrayada en el esquema de puntuación.
- Las palabras entre paréntesis (...) se utilizan para clarificar un aspecto a los examinadores. No se requieren para obtener la puntuación.
- Los distintos aspectos que aparecen en el esquema de puntuación no necesariamente deben aparecer en el mismo orden.
- No se penalizarán las faltas de ortografía o gramaticales, siempre y cuando quede claro el significado.
- En ocasiones el número de aspectos relevantes (que se pueden tener en cuenta al responder a una determinada pregunta) supera al número de puntos asignados a la pregunta. Por ejemplo, puede haber seis o más aspectos puntuables en una pregunta a la que solo se le asignan 4 puntos. En este caso, si el estudiante nombra *cuatro* de estos aspectos obtendrá la máxima puntuación, *sean cuales sean*.
- **ESS** significa «error de suma y sigue». Los examinadores lo utilizan para explicar por qué han otorgado puntos a una respuesta incorrecta: por ejemplo, puede ocurrir que, en un cálculo, el estudiante haya obtenido una respuesta incorrecta porque ha utilizado la respuesta incorrecta correspondiente a una parte anterior de la misma pregunta.
- En tus respuestas a las preguntas, no olvides dar una *unidad* (a menos que se trate de una proporción) y de emplear el número correcto de *cifras significativas*. Si no lo haces así, perderás un máximo de 2 puntos (uno por cada tipo de error) en la *puntuación total* de la hoja de examen.
- Si tienes que realizar una medida a partir de una gráfica de la hoja de examen, existirá un intervalo de respuestas aceptables, pero se requiere una medida precisa, de manera que es importante que seas cuidadoso.

■ Hoja 3, ejemplos de preguntas de la Sección A

■ Preguntas basadas en datos

Fíjate en que las siguientes preguntas sobre análisis de datos correspondientes a exámenes de Física IB anteriores son más extensas que las que se incluyen en los nuevos exámenes.

- 1 Se miden las distancias de frenado de un coche como parte de una campaña de seguridad en la carretera. Se le indica a la conductora de un coche determinado que viaje por una carretera recta a velocidad constante, v . Cuando se le hace una señal para que pare, la conductora frena de forma que el coche se pare recorriendo la menor distancia posible. Se mide la distancia total, D , recorrida por el coche (una vez dada la señal de parada) para los correspondientes valores de v . Los resultados obtenidos se representan esquemáticamente en la gráfica inferior.



- a Enuncia el motivo por el que la gráfica esquemática sugiere que D y v no están relacionados por una expresión de la forma:

$$D = mv + c$$

donde m y c son constantes.

(1)

- b Se sugiere que D y v pueden estar relacionadas por una expresión de la forma:

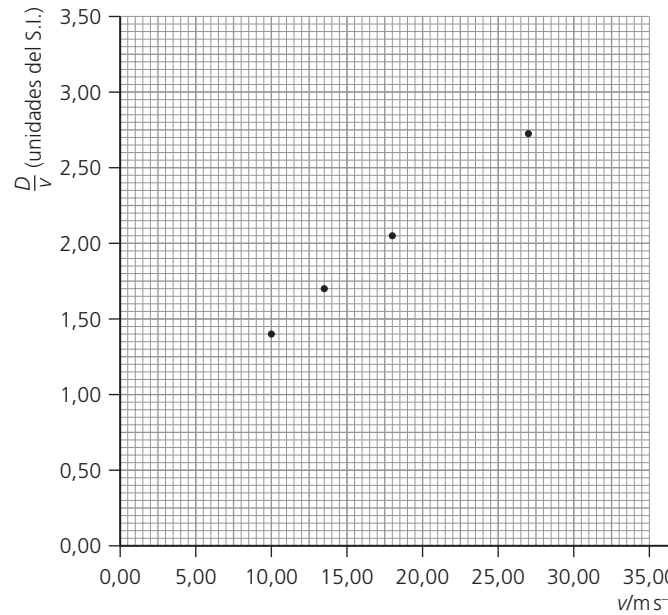
$$D = av + bv^2$$

Donde a y b son constantes.

Para comprobar esta sugerencia se utilizan los datos de la tabla inferior. No se muestran las incertidumbres asociadas a D y a v .

v/ms^{-1}	D/m	$\frac{D}{v}$
10,0	14,0	1,40
13,5	22,7	1,68
18,0	36,9	2,05
22,5	52,9	
27,0	74,0	2,74
31,5	97,7	3,10

- i Enuncia cuál es la unidad que corresponde a $\frac{D}{v}$. (1)
- ii Calcula la magnitud de $\frac{D}{v}$, con un número adecuado de cifras significativas, para $v = 22,5 \text{ ms}^{-1}$. (1)
- c Los datos de la tabla se utilizan para representar gráficamente $\frac{D}{v}$ (eje y) frente a v (eje x). Algunos de los puntos se representan en una gráfica como la que se muestra a continuación.



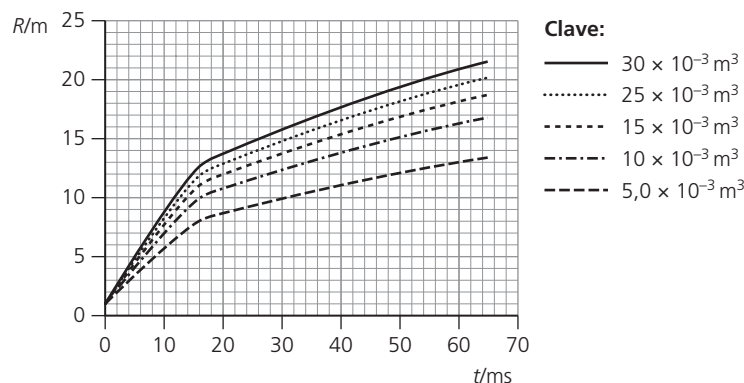
- i Representa sobre una copia de la gráfica los puntos correspondientes a las velocidades de $22,5 \text{ m s}^{-1}$ y $31,5 \text{ m s}^{-1}$ respectivamente. (2)
- ii Traza la línea de ajuste para los puntos representados. (1)
- d Utiliza la gráfica que has obtenido a partir de (c) para determinar:
 - i la distancia total de frenado D para una velocidad de 35 m s^{-1} (2)
 - ii El punto de corte con el eje $\frac{D}{v}$ (1)
 - iii el gradiente de la línea de ajuste. (2)
- e Deduce la ecuación para D en términos de v utilizando tus respuestas a (dii) y (diii). (1)
- f La incertidumbre asociada a la medida de la distancia D es $\pm 0,3 \text{ m}$ y la incertidumbre asociada a la medida de la velocidad v es $\pm 0,5 \text{ m s}^{-1}$.
 - i Calcula la incertidumbre absoluta en el valor $\frac{D}{v}$ correspondiente a $v = 27,0 \text{ m s}^{-1}$. (2)
 - ii Cada uno de los datos utilizados en (b) se obtiene a partir de la media de varios valores de D para cada valor de v . Sugiere cuál es el efecto (si es que lo hay) de calcular la media sobre las incertidumbres asociadas a los datos. (2)

© IB Organization

2 Esta pregunta trata sobre la bola de fuego provocada por una explosión.

Cuando se produce un incendio en un espacio cerrado, el fuego se propaga a veces muy rápidamente en forma de bola de fuego circular. Saber a qué velocidad se propagan estas bolas es de vital importancia para los bomberos. Se llevan a cabo una serie de experimentos con el objetivo de predecir esta velocidad y para ello se prende fuego a una cantidad conocida de petróleo almacenado en un bidón.

Se mide el radio, R , de la bola de fuego producida en la explosión del petróleo contenido en un bidón en función del tiempo, t . En la gráfica inferior se muestran los resultados del experimento para cinco volúmenes distintos de petróleo. (No se representan las incertidumbres asociadas a los datos.)



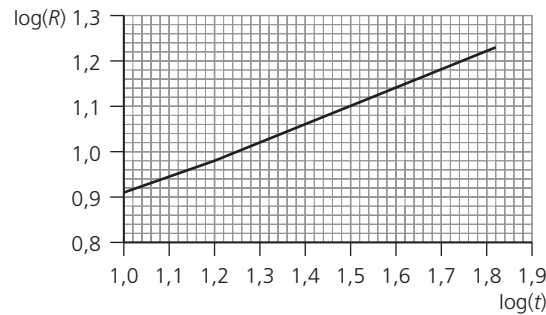
- Clave:**
- $30 \times 10^{-3} \text{ m}^3$
 - ⋯ $25 \times 10^{-3} \text{ m}^3$
 - - - $15 \times 10^{-3} \text{ m}^3$
 - · - · $10 \times 10^{-3} \text{ m}^3$
 - - - - $5,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3$

- a La hipótesis original es que para un volumen dado de petróleo, el radio, R , de la bola de fuego es directamente proporcional al tiempo, t , transcurrido tras la explosión. Enuncia dos razones por las que los datos representados no corroboran esta hipótesis. (2)
- b La incertidumbre asociada al radio es $\pm 0,5$ m. La adición de barras de error a los puntos experimentales mostraría que en realidad hay un error sistemático en los datos representados. Sugiere un posible motivo de este error sistemático (2)
- c (Solo NS) Como los datos no corroboran la proporcionalidad directa entre el radio R de la bola de fuego y el tiempo transcurrido t , se propone el uso de una relación de la forma:

$$R = kt^n$$

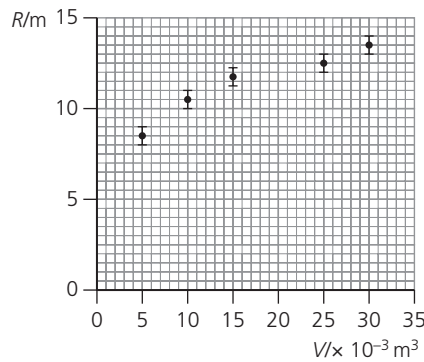
donde k y n son constantes.

Para determinar el valor de k y n se representa $\log(R)$ en función de $\log(t)$. Se muestra abajo la gráfica resultante para un determinado volumen de petróleo. (No se representan las incertidumbres asociadas a los datos.)



Utiliza la gráfica anterior para deducir que el radio R es proporcional a $t^{0,4}$. Explica tu razonamiento. (4)

- d Se sabe que la energía liberada en la explosión es proporcional al volumen inicial de petróleo. Una de las hipótesis que barajan los autores del experimento es que, en un determinado instante de tiempo, el radio de la bola de fuego es proporcional a la energía, E , liberada en la explosión. Para comprobar esta hipótesis se representa el radio, R , de la bola 20 ms después de la explosión en función del volumen inicial, V , de petróleo que ha provocado la bola de fuego. A continuación se muestra la gráfica obtenida.

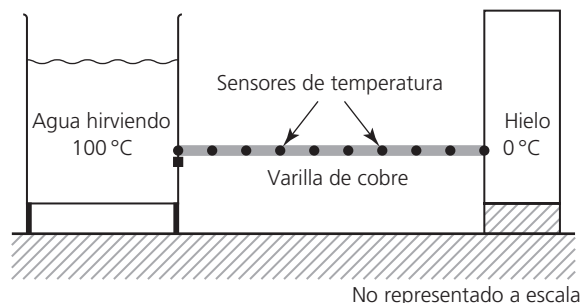


Se han incluido las incertidumbres asociadas a R . La incertidumbre asociada al volumen de petróleo es despreciable.

- i Describe cómo se obtienen los datos de la gráfica superior a partir de la gráfica de (a). (1)
- ii Copia la gráfica y traza la línea de ajuste de los datos experimentales. (2)
- iii Explica si los datos representados junto con las barras de error corroboran la hipótesis de que R es proporcional a V . (2)
- e Los análisis indican que la relación entre el radio R , la energía liberada E y el tiempo transcurrido t viene dada por la expresión $R^5 = Et^2$. Utiliza los datos de la gráfica (d) para deducir que la energía liberada en la combustión de $1,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ de petróleo es del orden de 30 MJ. (4)

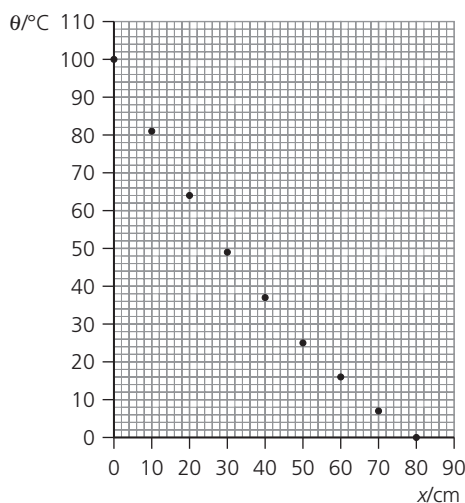
3 Esta pregunta trata sobre la transferencia de energía térmica a través de una varilla.

Un estudiante ha diseñado un experimento para estudiar la variación de la temperatura a lo largo de una varilla de cobre cuando cada uno de los extremos se mantiene a una temperatura distinta. Uno de los extremos se coloca en el interior de un recipiente con agua hirviendo a $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ y el otro se coloca en contacto con un bloque de hielo a $0,0\text{ }^{\circ}\text{C}$, tal como se muestra en el diagrama.



Los sensores de temperatura están colocados a intervalos de 10 cm a lo largo de la varilla. Se registra la temperatura constante final, θ , de cada sensor, junto con la distancia correspondiente, x , que separa a cada sensor del extremo caliente de la varilla.

Los datos experimentales se representan en la gráfica inferior.



La incertidumbre asociada a la medida de θ es $\pm 2\text{ }^{\circ}\text{C}$. La incertidumbre asociada a la medida de x es despreciable.

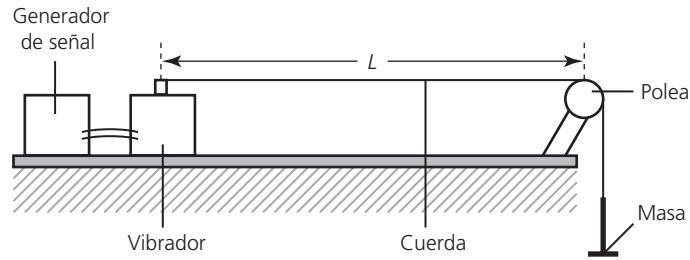
- a Copia la gráfica y dibuja la incertidumbre correspondiente a los valores $x = 10\text{ cm}$, $x = 40\text{ cm}$ y $x = 70\text{ cm}$. (2)
- b Traza la línea de ajuste correspondiente a los datos. (1)
- c Explica la forma de la curva que has trazado haciendo referencia a las incertidumbres indicadas. (2)
- d i Utiliza tu gráfica para estimar la temperatura de la varilla en $x = 55\text{ cm}$. (1)
- ii Determina la magnitud del gradiente de la curva (gradiente de temperatura) en $x = 50\text{ cm}$. (3)
- e La tasa de transferencia de energía térmica, R , a través del área transversal de la varilla es proporcional al gradiente de temperatura $\Delta\theta/\Delta x$ a lo largo de la varilla. En $x = 10\text{ cm}$, $R = 43\text{ W}$ y la magnitud del gradiente de temperatura es $\Delta\theta/\Delta x = 1,81\text{ }^{\circ}\text{C cm}^{-1}$. En $x = 50\text{ cm}$ el valor de R es 25 W .

Utiliza estos datos y tu respuesta a (dii) para sugerir si la tasa de transferencia de energía térmica R es proporcional o no al gradiente de temperatura. (3)

- f (Solo NS) Se sugiere que la variación de x con la temperatura θ es de la forma $\theta = \theta_0 e^{-kx}$, donde θ_0 y k son constantes.

Enuncia cómo se puede determinar el valor de k a partir de una gráfica adecuada. (2)

- 4 Esta pregunta trata sobre análisis de datos. Se mide la frecuencia, f , de la vibración fundamental de una onda estacionaria de longitud fijada para distintos valores de la tensión, T , de la cuerda utilizando el montaje que se muestra en la figura.

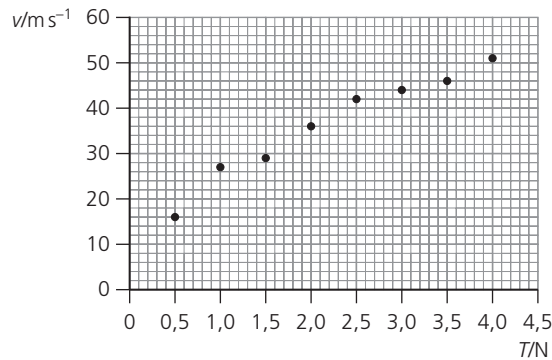


Con el objeto de determinar la relación entre la velocidad, v , de la onda y la tensión, T , de la cuerda, se calcula la velocidad, v , a partir de la relación:

$$v = 2fL$$

donde L es la longitud de la cuerda.

Los datos se muestran en la gráfica inferior. La incertidumbre asociada a v es $\pm 5 \text{ m s}^{-1}$ y la incertidumbre asociada a T es despreciable.

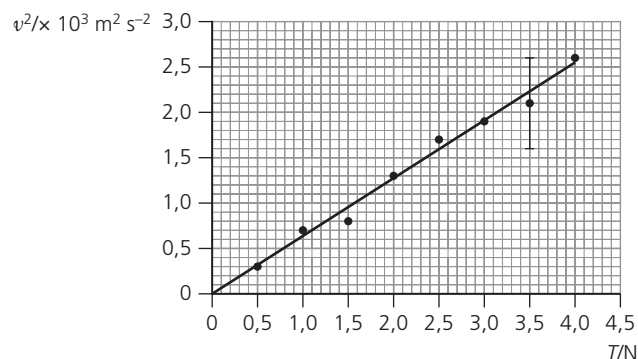


- a Copia la gráfica y dibuja las barras de error de los puntos primero y último para mostrar la incertidumbre asociada a la velocidad v . (1)
- b La hipótesis original es que la velocidad es directamente proporcional a la tensión T . Explica por qué los datos **no** corroboran esta hipótesis. (2)
- c Se sugiere que la relación entre velocidad y tensión es de la forma:

$$v = k\sqrt{T}$$

donde k es una constante.

Para comprobar si los datos corroboran esta relación, se representa una curva de v^2 en función de T , tal como se ve en la gráfica inferior.



La línea de ajuste representada tiene en cuenta las incertidumbres asociadas a cada punto. La incertidumbre en v^2 para $T = 3,5$ N se representa en la gráfica como una barra de error.

- i Da el valor de la incertidumbre asociada a v^2 para $T = 3,5$ N. (1)
- ii Para $T = 1,0$ N la velocidad es $v = 27 \pm 5$ m s⁻¹. Calcula la incertidumbre asociada a v^2 . (3)
- d Utiliza la gráfica de (c) para determinar k sin su incertidumbre. (4)

© IB Organization

■ Preguntas sobre trabajo experimental

Las preguntas sobre trabajo experimental se pueden concentrar en diez experimentos clave:

- Determinación de la aceleración de caída libre.
 - Aplicación de las técnicas calorimétricas de capacidad calorífica específica o calor latente específico.
 - Estudio de al menos una ley de los gases.
 - Estudio de la velocidad del sonido.
 - Determinación del índice de refracción.
 - Estudio de al menos uno de los factores que afectan a la resistencia.
 - Determinación de la resistencia interna.
 - Estudio de la semivida (o periodo de semidesintegración) experimentalmente o mediante simulación.
 - Estudio del experimento de Young de la doble rendija.
 - Estudio de un circuito de rectificación por puente de diodos.
- 1 Un estudiante utiliza las observaciones realizadas sobre un patrón de interferencia por doble rendija en una habitación oscura para determinar la longitud de onda de la luz empleada en el experimento.
 - a Explica por qué la luz de un láser es una buena elección para este experimento.
 - b Discute si es buena idea desplazar la pantalla lo más lejos posible de las rendijas.
 - c Explica qué efecto tiene sobre las observaciones el patrón de difracción de la luz a través de las rendijas individuales.
 - 2 a Una estudiante investiga las resistencias de los hilos conductores de distintas áreas transversales y de la misma aleación metálica (de la misma longitud). La medida del radio de uno de los hilos es $0,48 \pm 0,1$ mm y la longitud del mismo hilo es $86,4 \pm 0,5$ mm. Se determina que la resistencia de este hilo es $1,1 \pm 0,1$ Ω . La estudiante calcula la resistividad del hilo a partir de la ecuación $\rho = RA/L$. Utiliza los datos para determinar la resistividad del hilo y la incertidumbre asociada al resultado.
 - b Sugiere cómo se podría reducir la incertidumbre de este experimento.
 - 3 En un laboratorio escolar se mide la semivida de un radioisótopo. Antes de llevar a cabo el experimento se hace un registro del conteo de la radiación de fondo en tres ocasiones, resultando ser de 36 min⁻¹, 37 min⁻¹ y 29 min⁻¹.
 - a Explica por qué se obtienen tres lecturas distintas.
 - b Enumera dos precauciones de seguridad que se deberían tomar cuando se realiza este estudio.
 - c El tiempo disponible para completar el experimento es de 10 minutos como máximo. Sugiere una semivida apropiada para el radioisótopo elegido.

Glosario

Este glosario contiene palabras clave, ecuaciones y términos del curso para la obtención del Diploma de Física IB.

13 Relatividad (Opción A)

Nivel medio

En esta sección aparecen términos correspondientes a la Opción A, secciones A1, A2 y A3.

Centelleo Un suceso que produce fotones (luz) como consecuencia de la interacción de las partículas cargadas con determinados materiales.

Contracción de la longitud Contracción de la medida de la longitud de un objeto con respecto a la longitud propia del objeto debida al movimiento relativo de un observador.

Contracción de la longitud, fórmula de la $L = L_0/\gamma$, donde L representa la longitud, L_0 representa la longitud propia medida por un observador estacionario con respecto a la longitud que se mide y γ representa el factor de Lorentz.

Dilatación del tiempo Relativa a un observador que ve que dos sucesos ocurren en el mismo lugar y, por tanto, mide el tiempo propio entre los dos sucesos. Todos los demás observadores miden una reducción del intervalo de tiempo entre dos sucesos debida a que estos tienen lugar con mayor separación espacial. Cuanto más rápido se mueve un observador con respecto al tiempo propio medido por el observador, mayor es la dilatación del tiempo.

Dilatación del tiempo, fórmula de la $\Delta t = \gamma\Delta t_0$, donde Δt_0 representa el intervalo de tiempo propio medido por un observador que ve que el primer y el segundo suceso ocurren en el mismo lugar, Δt representa ese intervalo de tiempo entre los mismos dos sucesos medido por cualquier otro observador y γ representa el factor de Lorentz.

Dipolo Se trata de un objeto con un extremo cargado positivamente y el otro negativamente, o bien que tiene un polo norte magnético en un extremo y un polo sur magnético en el otro. Los imanes siempre se encuentran en forma de dipolos.

Espacial Relacionado con las dimensiones del espacio. Un intervalo espacial es una longitud en el espacio.

Espacio-tiempo Combinación del espacio y el tiempo en una única entidad que se hace en relatividad y que se utiliza para describir el tejido del universo. En relatividad y de forma fundamental, el tiempo y el espacio no son independientes entre sí y se observan de forma diferente en función del movimiento relativo de un observador.

Espacio-tiempo, intervalo de, Δs_2 La distancia entre dos sucesos a través del espacio-tiempo. El intervalo de espacio-tiempo combina los elementos espaciales y temporales de espacio-tiempo en un único valor.

Éter Es una sustancia hipotética que se propuso como el medio a través del que viajaban las ondas electromagnéticas. En teoría, la Tierra se debería desplazar a través de este medio y, en la física newtoniana, el éter constituiría el único sistema de referencia en el que la medida de la velocidad de la luz en el vacío toma

exactamente el valor c , por tanto debería definir un sistema de referencia estacionario (inmóvil) para el universo.

Experimento de la desintegración del muon Un convincente experimento que corrobora tanto la dilatación del tiempo como la contracción de la longitud. En este experimento se comparan los niveles de los muones de alta energía que se detectan en la atmósfera a unos 10 km de altitud con los que se detectan en la superficie terrestre, utilizando la vida media del muon como método para la medida del tiempo. La física clásica predice que el número de muones que alcanzan la superficie terrestre debería ser una minúscula fracción de los que se forman. El resultado de la medida experimental de esta fracción, de aproximadamente un quinto, encaja con las predicciones de la relatividad.

Experimento de Michelson-Morley Experimento diseñado para medir la velocidad de la Tierra a través del éter. El famoso resultado nulo fue la primera razón para el abandono de la idea del éter, hecho que contribuyó al desarrollo de la relatividad especial.

Experimento mental Un experimento que se lleva a cabo de forma teórica, en la mente, en lugar de realizarse de la forma habitual, porque clarifica un determinado aspecto de una teoría o porque es imposible desde el punto de vista logístico.

Factor de Lorentz, γ Un factor de escala que resulta muy práctico a la hora de describir la distorsión de cantidades no invariantes cuando se trabaja con distintos sistemas de referencia relativistas:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

donde c es la velocidad de la luz en el vacío y v es la velocidad relativa del segundo sistema de referencia. El factor de Lorentz toma valores comprendidos entre uno (aproximadamente y a velocidades clásicas) e infinito (cerca de la velocidad de la luz en el vacío).

Intervalo de tiempo La diferencia entre las coordenadas temporales de dos sucesos medidas desde un único sistema de referencia.

Intervalo de tiempo propio Intervalo de tiempo entre dos sucesos medido por un observador que registra que los dos sucesos ocurren en el mismo punto del espacio. Es el intervalo de tiempo entre sucesos más corto medido por un observador inercial.

Invariante, magnitud invariante La misma en todos los sistemas de referencia. Una magnitud cuyo valor es el mismo en todos los sistemas de referencia. Los siguientes son ejemplos en el área de la relatividad: velocidad de la luz en el vacío, intervalo de espacio-tiempo, intervalo de tiempo propio, longitud propia, masa en reposo y carga eléctrica.

Línea de luz Término utilizado por algunos autores para describir la línea de mundo que recorre un fotón a través del espacio-tiempo. Se suele trazar a 45° respecto a los ejes horizontal y vertical.

Longitud propia La longitud propia de un objeto es la longitud medida por un observador que se encuentra en reposo relativo con respecto a la longitud que se está midiendo. Para que la longitud sea la distancia entre dos sucesos, el observador se debe encontrar en reposo con respecto a un objeto virtual que conecta los dos sucesos, de manera que la distancia entre los dos sucesos sea independiente del tiempo. La longitud propia es siempre la longitud más larga medible por un observador; todos los demás observadores deben medir una longitud contraída.

Mecánica relativista Conjunto de reglas que describen el movimiento dentro de la teoría de la relatividad de Einstein.

Monopolo Una fuente de carga que es o bien positiva o bien negativa. Los imanes nunca se encuentran en forma de monopolos individuales, sino en forma de polos norte-sur denominados dipolos.

Muon Un miembro de la familia de los electrones con la misma carga que un electrón pero 207 veces su masa en reposo. Como consecuencia es inestable y se desintegra habitualmente en un electrón, un neutrino y un antineutrino con una semivida de $1,5 \times 10^{-6}$ s.

Observador inercial Un observador que ni se acelera ni experimenta un campo gravitatorio.

Paradoja de los gemelos Una paradoja que parece desafiar a la teoría de la relatividad especial y que se basa en la imposibilidad de que cada uno de dos hermanos gemelos pueda decir que es mayor que el otro. Uno de los gemelos se queda en la Tierra, mientras que el otro viaja a una gran velocidad hasta una estrella lejana y vuelve. Ambos gemelos defienden que, en su propio sistema de referencia, son estacionarios y es el otro gemelo el que se mueve, de manera que la paradoja parece ser simétrica. Y sin embargo no lo es, porque el gemelo viajero no ha estado siempre en un sistema de referencia inercial y será más joven cuando regrese a la Tierra que el gemelo que ha permanecido en nuestro planeta.

Permeabilidad magnética, μ Capacidad de una sustancia para sostener un campo magnético en su interior como respuesta a un campo magnético aplicado. Para una sustancia específica, la permeabilidad específica el flujo magnético generado por unidad de corriente alrededor de cada metro de hilo conductor activo. La permeabilidad del espacio libre es la permeabilidad del vacío.

Permitividad eléctrica, ϵ Es la capacidad de transmitir un campo eléctrico que tienen distintas sustancias. Es una medida de la cantidad de flujo eléctrico (o campo eléctrico) que se genera por unidad de carga eléctrica en un medio determinado. La permitividad del espacio libre es la permitividad del vacío.

Postulados de la física clásica o newtoniana Una unidad de tiempo, espacio y masa es invariante en todo el universo. Las leyes de la mecánica se cumplen en todos los sistemas de referencia.

Postulados de la relatividad especial La velocidad de la luz en el vacío es la misma para todos los observadores inerciales. Las leyes de la física son las mismas para todos los observadores inerciales.

Relatividad especial Teoría desarrollada por Albert Einstein que se basa en dos postulados: las leyes del movimiento son las mismas para todos los sistemas de referencia inerciales (no acelerados) y la velocidad de la luz (en el vacío) es la misma para todos los sistemas de referencia inerciales. Las consecuencias son la dilatación del tiempo, la contracción de la longitud y la equivalencia entre masa y energía.

Relativista Algo que viaja a una fracción significativa de la velocidad de la luz, de manera que el factor de Lorentz ya no toma valores cercanos a 1.

Reposo, masa en Masa de una partícula (u objeto) en reposo o medida por un observador que se encuentra en reposo con respecto a la partícula. Según la teoría de la relatividad, como la energía de una partícula depende de su velocidad y la masa y la energía son equivalentes, cuando la velocidad de una partícula aumenta, su masa también debe aumentar. $m = \gamma m_0$, donde m_0 representa la masa en reposo, m representa la masa total de una partícula y γ es el factor de Lorentz.

Reposo, sistema en Sistema de referencia en el que una partícula o un objeto determinados están en reposo.

Sincronizados Se dice que dos relojes están sincronizados cuando leen el mismo tiempo según un observador.

Sistema de referencia Sistema de coordenadas respecto al que se miden los sucesos en el espacio y en el tiempo. Normalmente es un conjunto de objetos que permanecen en reposo relativo entre sí y a partir del que se pueden realizar medidas espaciales y un sistema de medida del tiempo que consiste en un conjunto de relojes virtuales.

Sistema inercial Un sistema de referencia en el que los cuerpos no sometidos a fuerzas que no se encuentran en equilibrio obedecen la primera ley de Newton, es decir, se mueven en línea recta con velocidad constante. En un sistema inercial son válidos los postulados de la relatividad especial.

Suceso Un punto individual en el espacio-tiempo; una ubicación específica en el espacio en un instante específico de tiempo. Un suceso debe poseer unas coordenadas de posición y tiempo concretas en cada sistema de referencia.

Sucesos simultáneos Sucesos que ocurren al mismo tiempo en un sistema de referencia específico, de manera que en este sistema tienen las mismas coordenadas temporales. Los sucesos que son simultáneos en un sistema de referencia pueden no serlo en otro sistema.

Suma de velocidades (relativistas) Si la velocidad de un objeto A es u y la velocidad de un objeto B es v cuando se observan desde el sistema de referencia del objeto C, entonces la velocidad u' de A respecto a B es:

$$\frac{u+v}{1+\frac{uv}{c^2}}$$

Temporal Relacionado con el tiempo. Un intervalo temporal es un intervalo de tiempo.

Transformación de Lorentz Fórmulas matemáticas utilizadas para calcular las nuevas coordenadas de la posición y del tiempo (o los intervalos espaciales y temporales) cuando se produce un cambio de un sistema de referencia a otro.

Transformación galileana Es el método matemático newtoniano y no relativista que permite relacionar las observaciones obtenidas en dos sistemas de referencia distintos.

Nivel superior avanzado

En esta sección se recogen términos de la Opción A, secciones A4 y A5

Agujero negro Un objeto cuya masa y densidad son tan elevadas que el espacio-tiempo se estira infinitamente, de modo que la luz, la información y las partículas son incapaces de escapar. El horizonte de sucesos marca los límites de un agujero negro.

Desplazamiento hacia el rojo por efecto gravitatorio Nombre general que se le otorga al desplazamiento de la frecuencia o de la longitud de onda de un fotón que se mueve hacia arriba o hacia abajo en un campo gravitatorio. El efecto consiste en un desplazamiento hacia el rojo cuando el fotón se desplaza hacia arriba y en un desplazamiento hacia el azul cuando se desplaza hacia abajo.

Dilatación del tiempo por efecto gravitatorio Ralentización del tiempo que se produce en regiones de gravedad intensa.

Ecuación energía – momento La relación $E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2$ entre la energía total y el momento.

Efecto de lente gravitatoria Curvatura de la luz debida a la curvatura del espacio-tiempo alrededor de objetos con mucha masa. El resultado son desplazamientos minúsculos en las posiciones aparentes de las estrellas cercanas al Sol y distorsiones o multiplicidad en las imágenes de las estrellas debidas al efecto de lente producido por las galaxias más cercanas.

Energía cinética (relativista) La magnitud $E_c = (\gamma - 1)m_0c^2$. La energía total menos la energía en reposo.

Energía en reposo La energía mínima necesaria para crear una partícula, $E = m_0c^2$.

Energía total (relativista) Es la combinación de la energía potencial más la energía cinética de un objeto. Normalmente corresponde a la suma de la energía en reposo más la energía cinética. $E = \gamma m_0c^2$.

Gravedad (interpretación relativista) En relatividad general, la gravedad se explica como una consecuencia de la curvatura del espacio-tiempo inducida por la presencia de un objeto con mucha masa.

Horizonte de sucesos Una superficie esférica imaginaria alrededor de un agujero negro para la que la velocidad de escape es igual a la velocidad de la luz en el vacío. Se utiliza para definir las dimensiones del agujero negro. Dentro del horizonte de sucesos las leyes de la física se vuelven inciertas, si bien se pueden realizar algunas predicciones.

Masa gravitatoria Masa calculada mediante la medida del peso de un objeto dividida por la intensidad del campo gravitatorio.

Masa inercial La medida de la masa de un objeto obtenida mediante la comparación de una fuerza no equilibrada sobre un objeto con la aceleración adquirida por este. La masa inercial es igual a la fuerza no equilibrada dividida entre la aceleración.

Masa solar Unidad de masa que se basa en la masa del Sol. 1 masa solar = $1,99 \times 10^{30}$ kg.

Momento relativista $p = \gamma p_0 = \gamma m_0 v$. Como la masa ya no es invariante, es simplemente el momento clásico multiplicado por el factor de Lorentz.

Principio de equivalencia Es la idea de que los efectos de una aceleración y un campo gravitatorio son completamente indistinguibles. Tiene enormes implicaciones y comporta que las leyes físicas que se cumplen en un sistema de referencia acelerado también se deben cumplir en un sistema de referencia gravitatorio, lo cual implica que, como el espacio-tiempo está curvado en un sistema de referencia acelerado, los campos gravitatorios y, por tanto, la masa también deben distorsionar el espacio-tiempo.

Radio de Schwarzschild, R_s El radio del horizonte de sucesos de un agujero negro simple, sin carga y no giratorio. El radio de Schwarzschild define una superficie esférica donde la velocidad de escape es exactamente la velocidad de la luz en el vacío y que se utiliza para especificar los límites de un agujero negro simple.

Singularidad Un punto donde la curvatura del espacio-tiempo se hace infinita y donde, en consecuencia, se violan las leyes de la física. Durante la formación de un agujero negro, la superficie de la estrella se colapsa hacia su interior hasta convertirse en un punto, que constituye un ejemplo de singularidad.

Teoría general de la relatividad Generalización de la relatividad especial debida a Einstein en la que se incluye a todos los observadores, no solo aquellos que se encuentran en sistemas de referencia inerciales. Las principales implicaciones de la teoría son la descripción de las distorsiones del espacio-tiempo en sistemas de referencia acelerados y la distorsión del espacio-tiempo debida a la presencia de masa.

Velocidad de escape La mínima velocidad necesaria para escapar a una distancia infinitamente grande de un punto específico en el interior de un campo gravitatorio.

14 Física para la ingeniería (Opción B)

Nivel medio

En esta sección aparecen términos correspondientes a la Opción B, secciones B1 y B2.

Aceleración angular, α Tasa de variación de la velocidad angular respecto al tiempo, $\frac{\Delta\omega}{\Delta t}$. Unidad: rad s^{-2} . $\alpha = \frac{\omega_t - \omega_i}{t}$. Está relacionada con la aceleración lineal de un punto sobre la circunferencia mediante $\alpha = \frac{a}{r}$.

Adiabático Un proceso que tiene lugar sin transferencia de energía térmica hacia el interior o el exterior del sistema. $Q = 0$. Es una situación ideal aunque aproximada cuando se producen cambios rápidos en sistemas bien aislados. Cuando se produce un cambio adiabático en un gas ideal monoatómico se cumple $pV^{\frac{5}{3}} = \text{constante}$.

Análogos Describe distintos sistemas o teorías que presentan similitudes prácticas.

Bomba de calor Máquina diseñada para desplazar la energía térmica en sentido opuesto al de su flujo espontáneo (de más caliente hacia más frío).

Ciclo (termodinámico) Una serie de procesos termodinámicos que devuelven a un sistema a su estado original (por ejemplo, el ciclo de Carnot).

Ciclo de Carnot Es el ciclo termodinámico más eficaz y consta de una expansión isotérmica seguida por una expansión adiabática; a continuación el gas vuelve a su estado original mediante compresiones isotérmicas y adiabáticas.

Compresión (de un gas) Descenso del volumen. Comparar con *expansión*.

Conservación del momento angular El momento angular resultante total de un sistema es constante siempre que no actúe sobre él un momento de torsión externo resultante.

Cuerpo rígido Un objeto que conserva su forma.

Diagrama pV Forma de representación gráfica de los cambios de estado de un gas durante un proceso termodinámico.

Dinámica rotatoria Rama de la física y la ingeniería que estudia los objetos rotatorios.

Ecuaciones del movimiento rotatorio

$$\theta = \omega_i t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\theta$$

Eficacia (termodinámica), η Trabajo útil realizado/energía de entrada. La eficacia máxima de un ciclo de Carnot,

$$\eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_{\text{frío}}}{T_{\text{caliente}}}$$

Eje de rotación Línea respecto a la cual rota un objeto.

Émbolo (pistón) Un cilindro sólido que encaja en el interior de un cilindro hueco y que (normalmente) contiene un gas. Está diseñado para desplazarse como resultado de las diferencias de presión.

Energía cinética de rotación, E_{Crot} Energía cinética debida a la rotación y no a la traslación. $E_{\text{Crot}} = \frac{1}{2} I \omega^2$

Energía interna de un gas ideal, U La suma de las energías cinéticas de traslación de todas las moléculas. $U = \frac{3}{2}nRT$

Energía térmica, Q Energía no mecánica transferida por una diferencia de temperatura.

Entropía Una medida del desorden de un sistema termodinámico.

Entropía, variación de Cuando a un sistema a temperatura T se le añade o se le extrae una cantidad de energía térmica, ΔQ , la variación de entropía asociada, ΔS , se puede calcular a partir de la ecuación $\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$. Las unidades de la entropía son los JK^{-1} .

Equilibrio de rotación Describe un objeto que rota con velocidad angular constante (o que está inmóvil). Se produce cuando no actúa ningún momento de torsión resultante.

Expansión (de un gas) Aumento de volumen del gas. Comparar con *compresión*.

Inercia Propiedad de un objeto que resiste los cambios de movimiento (aceleraciones).

Isobárico Un proceso que tiene lugar a presión constante. $\Delta p = 0$

Isotérmico Un proceso que tiene lugar a temperatura constante. No hay variación de la energía interna: $\Delta U = 0$. $pV = \text{constante}$. Es una situación ideal, aunque aproximada en caso de cambio lento.

Isovolúmetrico Un proceso que tiene lugar a volumen constante, de manera que el trabajo realizado es nulo: $W = 0$

Línea de acción (de una fuerza) Una línea recta que muestra la dirección y el sentido en el que se aplica una fuerza (a través del punto de aplicación).

Momento (de una fuerza) A veces se utiliza como una alternativa al momento de torsión, especialmente si la rotación es incompleta.

Momento angular, L Momento de inercia multiplicado por la velocidad angular: $L = I\omega$. Unidad: $\text{kgm}^2\text{s}^{-1}$

Momento de inercia, I La resistencia a un cambio de movimiento rotatorio de un objeto, que depende de la distribución de masa alrededor del eje de rotación escogido. El momento de inercia de una masa puntual viene determinado $I = mr^2$. Unidad: kgm^2 . El momento de inercia de una masa real extendida puede ser determinado por la suma de los momentos de inercia individuales de sus partículas y se representa mediante $I = \Sigma mr^2$.

Momento de torsión, Γ Producto de una fuerza por la distancia perpendicular desde el eje de rotación hasta su línea de acción: $\Gamma = Fr \sin \theta$. Unidad: N m

Orden y desorden (molecular) La forma en la que están dispuestas las moléculas o en la que está distribuida la energía se puede describir (y medir) en términos del alcance de los patrones y las similitudes (si existen).

Par (de fuerzas) Dos fuerzas del mismo módulo que tienen distintas líneas de acción, pero son paralelas y actúan en sentidos contrarios, de modo que tienden a provocar una rotación.

Partícula puntual Partícula teórica que no ocupa espacio, de forma que sus propiedades no dependen ni de su tamaño ni de su forma.

Pivote Punto de rotación de un brazo elevador.

Primera ley de la termodinámica Cuando se transfiere a un sistema una cantidad de energía térmica, $+Q$, el sistema gana energía interna, $+\Delta U$, y/o se expande y realiza un trabajo sobre el entorno, $+W$: $Q = \Delta U + W$. (Es una aplicación del principio de conservación de la energía.)

Principio de los momentos Si un objeto se encuentra en equilibrio de rotación, la suma de los momentos en sentido horario es igual a la suma de los momentos en sentido antihorario.

Proceso irreversible Un proceso en el que la *entropía* aumenta; todos los procesos reales son irreversibles.

Reservorio (térmico) Parte del entorno de un sistema termodinámico que se mantiene a temperatura aproximadamente constante y se usa para favorecer el flujo de energía térmica.

Rodadura Rotación de un objeto a lo largo de una superficie de forma que el punto más bajo del objeto se encuentra estacionario (inmóvil) de forma instantánea si la superficie es horizontal. Requiere fricción. Comparar con *deslizamiento*.

Rotación Movimiento circular alrededor de un punto o un eje.

Segunda ley de la termodinámica La entropía total del universo siempre aumenta. Esto implica que la energía no se puede transferir desde un lugar a una temperatura más baja hacia un lugar con una temperatura más elevada. O bien, según la versión de Kelvin-Planck: cuando extraemos energía de un reservorio caliente es imposible convertirla totalmente en trabajo.

Segunda ley de Newton para el movimiento angular $\Gamma = I\alpha$

Sustancia activa La sustancia (normalmente un gas) que se utiliza en los procesos termodinámicos para realizar un trabajo útil.

Trabajo realizado cuando un gas cambia de estado, W El trabajo es realizado por el gas cuando se expande (W es positivo). El trabajo se realiza sobre el gas cuando se comprime (W es negativo). A presión constante $W = p\Delta V$. Si la presión varía, se puede determinar el trabajo realizado a partir del área bajo el diagrama pV .

Velocidad angular, ω Tasa de variación del desplazamiento angular respecto al tiempo, $\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$. Unidad: rads^{-1} . $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$.

Volante (de una máquina) Masa densa y cilíndrica (normalmente) con un momento de inercia elevado que se añade a los ejes de la maquinaria en rotación para resistir los cambios de movimiento y/o almacenar energía cinética de rotación.

Nivel superior avanzado

En esta sección se recogen términos de la Opción B, secciones B3 y B4

Amortiguación Cuando las fuerzas de resistencia actúan sobre un sistema oscilante, disipan energía y reducen la amplitud. La amortiguación se puede describir según su grado: sobreamortiguación (las fuerzas de resistencia son tan intensas que la amplitud se reduce con relativa lentitud y no se producen oscilaciones), infraamortiguación (se producen muchas oscilaciones porque las fuerzas de resistencia son relativamente pequeñas), o *amortiguación crítica*.

Amortiguación crítica Se produce cuando un sistema oscilante vuelve rápidamente a su posición de equilibrio sin oscilar.

Bernoulli, ecuación de Ecuación que representa el flujo constante de un fluido ideal a través de un sistema cerrado. Se obtiene considerando la conservación de la energía cuando el fluido cambia de velocidad y/o de altura: $\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gz + p = \text{constante}$.

Bernoulli, efecto de Una aplicación de la ecuación de Bernoulli: cuando la velocidad de un fluido que circula por una superficie aumenta, el fluido ejerce menos presión.

Caudal de volumen Volumen de un fluido ideal que pasa por un punto cualquiera por unidad de tiempo. Unidades m^3s^{-1}

Curva de respuesta de frecuencia Gráfica que se utiliza para mostrar la respuesta de la amplitud de las oscilaciones de un sistema a distintas frecuencias impulsoras.

Dinámica de fluidos Estudio del movimiento de los fluidos.

Ecuación de continuidad El volumen de un fluido ideal que pasa por un punto cada segundo en un sistema cerrado debe ser constante: $Av = \text{constante}$ (también se denomina *caudal de volumen*).

Empuje Nombre alternativo que recibe la fuerza vertical ascendente de flotación.

Energía de un oscilador Es proporcional a su amplitud al cuadrado.

Equilibrio hidrostático Fluido que se encuentra en reposo o cuyas partes móviles se mueven a velocidad constante.

Estímulo periódico Véase *resonancia*

Flotabilidad Capacidad de un fluido para proporcionar una fuerza en sentido ascendente (*empuje*, E) sobre un objeto sumergido total o parcialmente en el fluido. Empuje, $E = \rho_f V_f g$

Fluido Sustancia que puede fluir (normalmente un gas o un líquido).

Fluido ideal Un fluido incompresible, no viscoso y que se mueve a un flujo constante.

Flujo aerodinámico Véase *flujo laminar*

Flujo laminar Modelo idealizado del flujo de un fluido (a velocidades relativamente bajas) según el cual las capas paralelas de fluido se visualizan moviéndose independientemente unas de otras. A veces se denomina *flujo aerodinámico*.

Flujo turbulento Flujo no laminar de un fluido, que se suele producir con los caudales más elevados.

Frecuencia impulsora Frecuencia de una fuerza oscilante (*estímulo periódico*) que actúa sobre un sistema desde fuera. En ocasiones se la denomina *frecuencia forzada*.

Frecuencia natural Frecuencia a la que oscila un sistema cuando experimenta una perturbación y se deja oscilar libremente, sin influencia del exterior.

Hidrostática Estudio de los fluidos estacionarios.

Incompresible El volumen no puede disminuir.

Líneas de flujo laminar Líneas que muestran las trayectorias que seguirían los objetos (sin masa) bajo la acción del flujo de un fluido.

Maquinaria hidráulica Máquinas que utilizan fluidos encerrados para transferir y aumentar las fuerzas.

Oscilaciones forzadas Oscilaciones de un sistema producidas por una fuerza periódica externa.

Perfil alar o plano aerodinámico Forma de la sección transversal de un ala de avión que está diseñada para producir una elevación utilizando el efecto de Bernoulli y la fuerza procedente del aire que incide sobre el ala. Se usan formas similares en sentido contrario para producir una fuerza en sentido descendente en los coches y en sentido ascendente en las hidroalas o aliscafos (para su uso en agua).

Presión atmosférica p_0 Se puede considerar debida el peso del aire sobre un área de 1 m^2 . Actúa de forma equitativa en todas direcciones.

Presión hidrostática Presión ejercida sobre un punto de un fluido estacionario como consecuencia del peso de fluido sobre este punto. $p = \rho_f g d$. La presión hidrostática actúa de forma equitativa en todas direcciones. Si el fluido se encuentra bajo aire, la presión total se puede determinar a partir de $p = p_0 + \rho_f g d$.

Principio de Arquímedes Cuando un objeto se encuentra total o parcialmente sumergido en un fluido experimenta una fuerza vertical ascendente (empuje) igual al peso de fluido desalojado.

Principio de Pascal Una presión ejercida en cualquier punto de un líquido estático encerrado se transfiere de forma igualitaria a todas las demás partes del líquido.

Q, factor de calidad Es una representación numérica del grado de amortiguación de un sistema. $Q = 2\pi \times$ (energía almacenada en el oscilador/energía disipada por ciclo) o bien, para una sistema en oscilación resonante regular, $Q = 2\pi \times$ frecuencia de resonancia \times (energía almacenada en el oscilador/pérdida de potencia).

Resonancia Aumento en la amplitud que tiene lugar cuando un sistema está bajo la acción de una fuerza periódica externa cuya

frecuencia equivale a su frecuencia natural. La fuerza impulsora debe estar en fase con las oscilaciones naturales del sistema.

Reynold, número de, R Número que se utiliza para predecir las condiciones de flujo turbulento. $R = \frac{v r \rho}{\eta}$ (sin unidades). Los distintos números de Reynold se aplican en situaciones distintas, pero, como norma, si $R < 1000$ podemos esperar un flujo laminar.

Sistema de frenado hidráulico Los coches y otros vehículos utilizan aceite contenido en tubos y cilindros para ejercer fuerzas intensas sobre los engranajes con el objeto de frenar.

Stokes, ley de Retardo viscoso que actúa sobre un objeto liso y esférico que está sometido a un flujo laminar. $F_D = 6\pi\eta r v$

Tubo de Venturi Aparato que contiene un tubo estrecho en el que se reduce la presión del fluido (efecto Bernoulli).

Tubo Pitot Se utiliza para medir la velocidad del flujo de un fluido o la velocidad de un objeto a través de un fluido. Se basa en la comparación de la presión en un punto sometido al flujo directo del fluido con la presión en otro punto cualquiera no sometido a flujo directo.

Túnel de viento Aparato mediante el que se observa el flujo de aire que pasa por un objeto estacionario.

Velocidad terminal Velocidad máxima que alcanza un objeto en equilibrio de traslación que cae verticalmente a través de un fluido. Se produce cuando el peso del objeto equivale al retardo viscoso + empuje.

Vibración Oscilación mecánica.

Viscosidad Medida de la resistencia de un fluido al flujo. Está cuantificada por el coeficiente de viscosidad, η (unidades Pa s).

15 Imágenes (Opción C)

Nivel medio

En esta sección se recogen términos de la Opción C, secciones C1, C2 y C3

Aberración, cromática Incapacidad de una lente para trasladar la luz de distintos colores (proveniente del mismo lugar) al mismo foco.

Aberración, esférica Incapacidad de una lente o de un espejo con superficies esféricas para trasladar la luz (proveniente del mismo lugar) al mismo foco.

Absorción (ondas EM) Transferencia de la energía de una onda/ un fotón a otras formas de energía en el interior de un medio, de forma que no hay ni transmisión ni dispersión.

Ángulo crítico, c El menor ángulo de incidencia que da lugar a reflexión interna total. $n = \frac{1}{\sin c}$

Antena Conductor metálico conectado a un circuito electrónico que está diseñado para transmitir o recibir de forma eficaz las ondas electromagnéticas (normalmente ondas de radio o microondas).

Atenuación Pérdida gradual de intensidad de una señal cuando atraviesa un material. Atenuación (dB) = $10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) = 10 \log \left(\frac{P}{P_0} \right)$. Se considera que la intensidad de un cable óptico varía exponencialmente con la distancia y la atenuación se suele dar en dB km^{-1} . Véase *escala en decibelios*

Aumento, angular, M Se define como el ángulo subtendido en el ojo por la imagen/ángulo subtendido en el eje por el objeto: $M = \theta_i/\theta_o$.

Aumento, lineal, m Se define como la altura de la imagen/ altura del objeto: $m = \frac{h_i}{h_o} = -\frac{v}{u}$ (sin unidades).

Cable coaxial Cable en el que el hilo de cobre central está rodeado por un aislante y por una malla externa de cobre. La malla sirve de apantallamiento para el hilo central frente al *ruido electromagnético* (interferencia).

Cable trenzado Cable que transporta uno o más pares de hilos conductores aislados trenzados. El trenzado reduce los efectos del ruido electrónico (interferencias).

Centro de curvatura Cuando los espejos y las lentes están fabricados con superficies que son pequeñas partes de esferas, al centro de esa esfera se le llama centro de curvatura de la lente o de la superficie del espejo.

Cristal de aumento (simple) Lente convergente simple que se utiliza para producir una imagen aumentada, derecha y virtual de un objeto situado más cerca de la lente que del foco. Si la imagen se forma en el punto cercano, el aumento angular es máximo: $M_{\text{punto cercano}} = \frac{D}{f} + 1$. El ojo también puede estar más relajado cuando la imagen se encuentra en el infinito, entonces $M_{\text{infinito}} = \frac{D}{f}$.

Decibelios (dB), escala en Escala logarítmica que se utiliza para comparar potencias o intensidades en las que se produce una gran variación de valores.

Diagramas de rayos Representaciones a escala que muestran las trayectorias de los rayos procedentes de un objeto a través de un sistema óptico hasta formar una imagen. Por lo general se pueden predecir las trayectorias de tres rayos y estas se pueden utilizar, a su vez, para determinar las propiedades de la imagen.

Digital, comunicación Los datos se transfieren en forma de señal que contiene solo un número muy elevado de pulsos y cada uno de ellos únicamente puede tomar un valor entre dos valores posibles (0 o 1). Véase *número binario*.

Dioptría, D La unidad de medida de la potencia óptica. La potencia en dioptrías = $\frac{1}{\text{distancia focal en metros}}$

Dispersión La propagación (en tiempo y en longitud) de un pulso cuando recorre una distancia cada vez mayor. La consecuencia es una amplitud en descenso. Los límites de la dispersión los marca la tasa de transmisión de los datos. Véanse *dispersión de la guía de ondas* y *dispersión del material*.

Dispersión (ondas EM) Diversos procesos por los que las direcciones de las ondas cambian cuando atraviesan un medio.

Dispersión de la guía de ondas Las ondas que pasan por una fibra óptica pueden seguir trayectorias ligeramente distintas que pueden tener, a su vez, longitudes de onda ligeramente distintas. Como consecuencia, puede ocurrir que las ondas que comenzaron juntas acaben dispersándose cuando han recorrido una larga distancia. Este problema se puede resolver mediante el uso de *fibras de salto de índice*.

Dispersión del material Dispersión que se produce en una fibra óptica como consecuencia de las distintas velocidades a las que viajan las distintas longitudes de onda y a sus distintos índices de refracción. Se puede contrarrestar utilizando radiación monocromática (p.ej. radiación procedente de un LED de infrarrojos).

Distancia focal, f Se define como la distancia entre el centro de la lente (o el espejo) y el foco.

Ecuación de las lentes delgadas Ecuación que relaciona la distancia a la que se encuentra la imagen, v , con la distancia a la que se encuentra el objeto, u , y la distancia focal, f : $\frac{1}{f} = \frac{1}{v} + \frac{1}{u}$. Esta ecuación se usa ampliamente, pero solo es válida para rayos cercanos al eje principal de una lente delgada.

Eje principal Línea recta imaginaria que atraviesa el centro de una lente o de un espejo curvo y que es perpendicular a las superficies.

Enfocar Hacer que la radiación (especialmente la luz) converja hacia (o parezca divergir desde) un punto, por lo general con la intención de formar una imagen.

Espejo convergente También llamado espejo cóncavo. Los rayos paralelos al eje principal convergen en un foco real que está a mitad de camino entre el espejo y el *centro de curvatura* de la superficie del espejo.

Espejo divergente También llamado espejo convexo. Los rayos paralelos al eje principal experimentan una divergencia desde un foco virtual que está a medio camino entre el espejo y el *centro de curvatura* de la superficie del espejo.

Fibra óptica (comunicación) Fibra que transfiere datos utilizando un gran número de pulsos (normalmente) de radiación infrarroja. Estas fibras poseen una atenuación mucho menor que la de los hilos de cobre y pueden transmitir un número de datos muy superior para unas dimensiones similares.

Fibras de índice gradual Fibras ópticas con un índice de refracción no constante. El valor del índice de refracción es menor en la circunferencia y aumenta progresivamente hacia el centro, lo cual tiene como efecto el confinamiento de los rayos en el interior de trayectorias curvas cercanas al centro de la fibra y, por tanto, la reducción de la *dispersión de la guía de ondas*. Véase *fibras de salto de índice*.

Fibras de salto óptico Fibras cuyo índice de refracción es constante, aunque hay una diferencia (salto) entre el índice de refracción del núcleo y el índice de refracción del revestimiento.

Foco En el caso de una lente (o espejo) convergente, se define como el punto a través del que convergen todos los rayos paralelos al eje principal después de atravesar la lente (o reflejarse en el espejo). En el caso de una lente (o espejo) divergente, el foco es el punto desde el que parecen divergir los rayos tras atravesar la lente (o reflejarse en el espejo).

Guía de ondas Estructura diseñada para transferir ondas a lo largo de una determinada trayectoria.

Imagen Representación de un objeto que «ven» nuestros ojos y nuestro cerebro.

Imagen, propiedades de la Posición, aumento, derecha o invertida y real o virtual.

Imagen real Imagen formada en un lugar donde los rayos de luz/las ondas convergen.

Imagen virtual Imagen formada en un lugar desde donde parecen divergir los rayos de luz/las ondas.

Instrumentación Equipamiento científico para la observación y la medida. El desarrollo obtenido en la formación de imágenes depende principalmente del perfeccionamiento de la instrumentación.

Interferencia (electrónica) Véase *ruido*

Lente Material transparente con superficies curvas regulares que se puede utilizar para formar imágenes. Las lentes *convergentes* (convexas) por lo general hacen converger los rayos en una imagen real, mientras que las *divergentes* (cóncavas) hacen divergir los rayos (separarse) desde una imagen virtual.

Microscopio, compuesto Dos lentes convergentes que se utilizan para producir un aumento de un objeto cercano mayor del que se obtendría con una lente de aumento simple. El *ajuste normal* significa que la imagen se forma en el punto cercano al observador. El aumento angular es igual al producto del aumento lineal del objetivo por el aumento angular del ocular.

Microscopio, electrónico Microscopio que alcanza una gran resolución mediante el uso de electrones en lugar de luz (ya que los primeros tienen una menor longitud de onda).

Número binario Número en el que cada uno de los dígitos solo puede tomar un valor entre dos valores posibles (normalmente 0 o 1).

Objetivo Lente o espejo de un instrumento óptico que recibe la luz procedente de un objeto. La calidad y el diámetro del objetivo son factores importantes en la calidad de la imagen final producida por el instrumento.

Objeto Término utilizado para describir el lugar/los lugares desde los que los rayos/las ondas divergen antes de que el sistema óptico produzca una imagen. Los objetos pueden ser *puntuales* o, de forma más realista, *ampliados*.

Ocular Lente de un instrumento óptico más cercana al ojo.

Opaco Describe un material que no puede transmitir la luz.

Potencia (óptica), P La potencia de una lente es la recíproca de su distancia focal: $P = \frac{1}{f}$. Si la distancia focal se mide en metros, la potencia se mide en dioptrías, *D*. Los efectos de difracción son mayores en las lentes más potentes. Cuando varias lentes se colocan juntas, su potencia combinada es igual a la suma de sus potencias individuales.

Punto cercano Punto más cercano al ojo en el que se puede enfocar claramente un objeto (sin forzar la visión al límite). Se suele aceptar que, para un ojo sano, se encuentra a 25 cm del ojo. A esta distancia se le suele asignar el símbolo *D*.

Punto lejano Punto más alejado que puede enfocar claramente un ojo humano; se suele aceptar que está en el infinito cuando la visión es normal.

Radioastronomía Estudio del universo mediante ondas de radio.

Radiointerferómetros Dos o más radiotelescopios sincronizados y unidos probablemente formando una disposición concreta (*red*). La resolución proporcionada por las señales combinadas de un patrón de interferencias es superior a la que proporciona un único reflector (plato).

Radiotelescopio Telescopio que forma imágenes utilizando las ondas de radio emitidas desde todo el universo. Una antena en forma de reflector parabólico (plato) enfoca las ondas, pero la resolución puede verse limitada por la longitud relativamente larga de las ondas de radio. Véase radiointerferómetros.

«**Real positivo, virtual negativo**» A las distancias focales de las lentes divergentes y a las distancias a imágenes virtuales se les asignan valores negativos, de manera que cuando se utiliza la ecuación $m = \frac{-v}{u}$, a las imágenes derechas (virtuales) siempre les corresponderán aumentos positivos y a las imágenes invertidas (reales) siempre les corresponderán aumentos negativos.

Reflector parabólico Utilizado para enfocar un haz paralelo en un punto o para generar rayos paralelos a partir de una fuente situada en el foco.

Resolución Capacidad para ver con detalle una imagen. Medida en términos del ángulo subtendido por dos puntos que se empiezan a distinguir. El criterio de Rayleigh predice que si el ángulo subtendido por dos puntos $> 1,22\lambda/b$, los dos puntos se pueden resolver (distinguir).

Retina Superficie en la parte posterior del ojo sobre la que se forman normalmente las imágenes.

Revestimiento metálico (de una fibra óptica) Capa de vidrio que rodea el núcleo central y lo protege. El revestimiento también impide que los distintos núcleos entren en contacto. El índice de refracción del revestimiento debe ser inferior al del núcleo.

Ruido (electromagnético) Fuerzas electromotrices indeseadas e irregulares inducidas en un conductor que transmite una señal. Se inducen cuando las ondas electromagnéticas oscilantes procedentes de otras fuentes atraviesan el conductor. Al ruido se le suele llamar a menudo *interferencia*, pero no se debe confundir con el efecto de superposición de ondas. Si se produce un con-

tacto entre los distintos hilos conductores del interior del mismo cable se dice que se ha producido un *cruce*.

Señal Información transferida en un circuito o en un sistema de comunicaciones.

Telescopio, montado en un satélite Un telescopio colocado en un satélite en órbita con el objetivo de evitar los efectos de la atmósfera terrestre sobre la radiación incidente.

Telescopio, reflector Telescopio que utiliza como objetivo un espejo convergente en lugar de una lente convergente. En un montaje newtoniano, se utiliza a continuación un espejo plano para reflejar los rayos al ocular situado al lado. En un montaje Cassegrain, un espejo divergente produce un aumento adicional y permite al observador mirar en la misma dirección de la fuente de luz.

Telescopio, refractor Dos lentes utilizadas para producir un aumento angular de un objeto lejano. La imagen está invertida. En modo de ajuste normal, la imagen final está en el infinito y el aumento angular, $M = \frac{f_o}{f_e}$.

Telescopios, con base terrestre Telescopios situados en la superficie de la Tierra. También se les llama terrestres.

Transmisión (ondas EM) Envío de ondas de un lugar a otro sin absorción y/o dispersión.

Transparente Descripción de un medio a través del que se transmiten las ondas electromagnéticas sin absorción y/o dispersión. Las imágenes se pueden formar a partir de la luz que atraviesa materiales transparentes.

Traslúcido Descripción de un medio que transmite las ondas electromagnéticas pero en el que la dispersión impide la formación de imágenes.

Nivel superior avanzado

En esta sección se recogen términos de la Opción C, sección C4

Análisis de riesgos Los avances científicos y tecnológicos pueden tener efectos adversos que pueden comportar riesgos para la salud (directos o indirectos). Se debe realizar todo el esfuerzo posible para anticipar estos riesgos y evaluar las ventajas y los inconvenientes de cualquier investigación o del uso consiguiente de la tecnología.

Atenuación de los rayos X La absorción y la dispersión provocan el decrecimiento exponencial de la intensidad de un haz paralelo con la distancia, *x*, recorrida a través de un medio, lo que se puede representar mediante la ecuación $I = I_0 e^{-\mu x}$, donde μ es una constante llamada *coeficiente de atenuación lineal*. La atenuación (dB) = $10 \log \left(\frac{I_1}{I_0} \right)$.

Atenuación lineal, coeficiente de, μ Constante que representa la magnitud de la atenuación de los rayos X por unidad de longitud en un medio concreto (para la radiación de una longitud de onda especificada). La unidad habitual son los cm^{-1} . Está relacionada con el *espesor del valor mitad* mediante la ecuación $\mu x_{1/2} = \ln 2$.

Atenuación másico, coeficiente de Constante que representa la magnitud de la atenuación de los rayos X por unidad de masa. El coeficiente de atenuación másico = coeficiente de atenuación lineal / densidad = μ/ρ . Unidad habitual: $\text{cm}^2 \text{g}^{-1}$.

Bobinas de RF (RMN) Bobinas que emiten y reciben las ondas de radio en la RMN.

Calidad de los rayos X Describe el poder de penetración de un haz de rayos X (que está determinado por el voltaje utilizado en

el tubo de rayos X). Los rayos X más penetrantes se describen a menudo como «duros».

Campo de gradiente Además del campo magnético primario muy intenso utilizado en RMN (resonancia magnética nuclear), también se aplica al paciente un campo secundario variable (gradiente), que sirve para asegurar que los distintos planos del cuerpo están sometidos a campos magnéticos también ligeramente distintos, dando lugar a diferentes *frecuencias de Larmor*.

Colimación Creación de un haz paralelo.

Contraste Diferencia de intensidad.

Dispositivo de carga acoplada (CCD, por sus siglas en inglés)

Componente ampliamente utilizado en la obtención de imágenes digitales. Los diminutos CCD registran la llegada de la radiación electromagnética incidente (fotones) y la convierten en datos digitales.

Ecografía Método de obtención de imágenes médicas especialmente útil para la identificación de ligeros cambios de densidad entre distintos tejidos blandos. Es inocuo, móvil y barato, aunque la resolución no es demasiado buena.

Ecografía bidimensional (en modo B) Ecografía que produce una imagen de video bidimensional en tiempo real.

Ecografía, frecuencia Las frecuencias más altas (longitudes de onda más bajas) producen mejor resolución de imagen pero la atenuación es mayor.

Ecografía unidimensional (en modo A) Ecografía que produce una gráfica amplitud (o intensidad)-tiempo en la que se muestran las reflexiones producidas en las fronteras entre diferentes medios del cuerpo humano. Las ecografías en modo A permiten medidas exactas de la localización y las dimensiones de diferentes partes del cuerpo.

Efecto piezoeléctrico Determinados materiales adquieren una diferencia de potencial entre sus extremos cuando son deformados. Esta diferencia de potencial se puede utilizar para convertir las oscilaciones mecánicas en señales eléctricas oscilantes y las corrientes eléctricas oscilantes en vibraciones mecánicas, como un transductor de ultrasonidos.

Escáner (médico) Obtención de una representación visual del interior del cuerpo usando ondas electromagnéticas o ultrasonidos.

Espesor del valor mitad, $x_{1/2}$ Se define como el espesor de un medio que reduce la intensidad transmitida de un haz de rayos X a la mitad de su valor original.

Frecuencia de Larmor Frecuencia de *precesión* de los protones alrededor de un campo magnético aplicado externamente. Las frecuencias de Larmor se producen dentro de la región del espectro electromagnético correspondiente a las ondas de radio y son proporcionales a la intensidad del campo magnético.

Frecuencia de repetición de pulsos Frecuencia de los pulsos de ultrasonidos, que se puede ajustar para dejar tiempo a que la onda reflejada vuelva a ser recibida por la sonda antes de que se emita el pulso siguiente.

Gel (sonda de ecografía) Gel de impedancia acústica apropiada que se aplica entre la sonda y la piel con el objetivo de mejorar la transmisión de ultrasonidos en el interior del cuerpo.

Imágenes nítidas Imágenes con los bordes bien definidos y alta resolución.

Imágenes por resonancia magnética (IRM) Nombre alternativo que recibe la RMN en medicina.

Impedancia acústica, Z Una medida de la oposición que presenta un medio determinado al flujo de sonido a su través. Se calcula a partir de $Z = \rho c$ (unidades $\text{kgm}^{-2}\text{s}^{-1}$). La magnitud de la reflexión de los ultrasonidos procedentes de las fronteras entre los medios depende de la comparación entre sus impedancias

acústicas: cuanto mayores son estas últimas, mayor es el porcentaje de ondas incidentes que son reflejadas.

Material fluorescente Material que emite luz visible después de la absorción de cualquier otro tipo de radiación.

Pantalla de intensificación Pantalla que contiene un material fluorescente que se utiliza para intensificar (aumentar la intensidad de) una imagen formada a partir de los rayos X.

Precesión Giro de un objeto rotatorio alrededor de otro eje a una frecuencia menor.

Relajación (RMN) Periodo de tiempo durante el que los protones excitados vuelven a su estado previo. La duración de este periodo depende del tipo de tejido afectado y la información mejora la calidad de la imagen.

Resonancia Efecto por el que un sistema (que puede oscilar) absorbe energía procedente de otra fuente oscilante externa, de manera que aumenta la amplitud a medida que se transfiere energía.

Resonancia magnética nuclear (RMN) Técnica de obtención de imágenes médicas en la que se hacen girar los protones de los átomos de hidrógeno dentro de un campo magnético de gran intensidad. La radiación electromagnética de radiofrecuencia (RF) se utiliza a continuación para la alineación del giro de los protones (un efecto de resonancia) de modo que generen un campo magnético detectable. Cuando la RF se desconecta, los cambios producidos permiten determinar la ubicación de los protones.

Sonda (ultrasonidos) Nombre que recibe habitualmente un transductor de ultrasonidos.

Tomografía computarizada (TC) Uso controlado por ordenador de los rayos X que rotan alrededor de un paciente para la obtención de imágenes de alta resolución (escáneres) de múltiples secciones del cuerpo. También se les llama escáneres TAC (tomografía axial computarizada).

Tomografía Obtención de imágenes de un objeto tridimensional como una serie de secciones o «rodajas». Véase *tomografía computarizada*.

Transductor Aparato que convierte una señal de un tipo de energía en otro, normalmente hacia energía eléctrica o desde esta. Véase *sonda*.

Ultrasonidos Ondas de sonido con frecuencias superiores a las que puede oír un ser humano (≈ 20 kHz).

16 Astrofísica (Opción D) Nivel medio

En esta sección aparecen términos correspondientes a la Opción D, secciones D1, D2 y D3.

Agujero negro Después de una supernova, el núcleo restante de una supergigante roja, que tiene demasiada masa para formar una estrella de neutrones, se convierte en un agujero negro con unas fuerzas gravitatorias tan elevadas que impiden que la luz pueda escapar.

Ángulo de paralaje (estelar), P Es la mitad del ángulo que forman dos líneas imaginarias que unen la Tierra con la posición de una estrella cercana (sobre el fondo de las estrellas más distantes) y que se trazan con 6 meses de diferencia.

- Año luz, al** Unidad de distancia que utilizan los astrónomos y que equivale a la distancia recorrida por la luz en el vacío en 1 año.
- Banda de inestabilidad** Una región del diagrama HR que contiene estrellas variables pulsátiles, como las variables Cefeidas.
- Brillo aparente, b** Intensidad (potencia / área) de radiación recibida en la Tierra procedente de una estrella. Unidad: Wm^{-2} . Está relacionada con la luminosidad mediante la ecuación: $b = \frac{L}{4\pi d^2}$
- Cefeida, estrella variable** Tipo de estrella que es muy útil para determinar la distancia a las galaxias. La luminosidad de una estrella variable Cefeida cambia de una forma predecible y se puede estimar a partir de la medida de su periodo. Véase la *relación periodo-luminosidad*.
- Chandrasekhar, límite de** Masa máxima de una estrella blanca estable que soporta la presión de degeneración electrónica frente a la gravedad ($= 1,4 \times$ masa solar). Las estrellas con masas superiores se convertirán en estrellas de neutrones o en agujeros negros.
- Cometa** Objeto relativamente pequeño compuesto de hielo, polvo y roca que describe órbitas alrededor del Sol, por lo general con una órbita muy elíptica y un periodo muy largo. Algunos tienen «colas» visibles desde la Tierra a simple vista cuando pasan cerca del Sol.
- Constelación** Una región del cielo nocturno definida y nombrada según el patrón de estrellas visibles que contiene. Las estrellas pueden parecer relativamente cercanas entre sí pero en la práctica pueden estar muy alejadas y no conectadas. Compárese con *cúmulo estelar*.
- Cosmología** Estudio del universo (cosmos).
- Cúmulo de galaxias** Grupo de galaxias que se mantiene unido por las fuerzas gravitatorias. Véase *supercúmulos*. (No se deben confundir con los *cúmulos galácticos*, que son cúmulos de estrellas en el interior de una galaxia determinada.)
- Cúmulo estelar** Un grupo de estrellas formado a partir de la misma nebulosa que se mantienen relativamente cerca y se mueven en grupo porque están unidas mediante la fuerza de la gravedad. Compárese con las *constelaciones*. Los *cúmulos globulares* son aproximadamente esféricos (como un globo) porque contienen muchos miles de estrellas. Los *cúmulos abiertos* contienen muchas menos estrellas, por tanto las fuerzas gravitatorias totales son menos uniformes y el cúmulo tiene una forma mal definida.
- Desplazamiento hacia el azul** Los espectros de radiación recibidos desde las estrellas y las (relativamente pocas) galaxias que se mueven hacia la Tierra se desplazan hacia longitudes de onda más cortas.
- Desplazamiento hacia el rojo** Desplazamiento de un espectro de líneas hacia frecuencias más bajas que se produce a causa del aumento de la distancia entre la fuente y el observador. (Similar al *efecto Doppler*). El desplazamiento hacia el rojo de la radiación que recibimos procedente de las galaxias lejanas es una prueba experimental de la expansión del universo. Está cuantificado por la ecuación $z = \Delta\lambda/\lambda_0 \approx v/c$ (sin unidades)
- Diagrama Hertzsprung-Russell (HR)** Diagrama que ordena la aparente diversidad de las estrellas mediante la representación gráfica de la luminosidad de la estrella en función de su temperatura superficial.
- Elíptica** En forma de elipse (ovalada). Una elipse tiene dos focos sobre su eje principal.
- Energía oscura** Forma de energía desconocida cuya existencia se ha postulado para explicar la expansión acelerada del universo. Se cree que representa cerca del 68% de la masa-energía total del universo.
- Equilibrio estelar** Las estrellas de la *secuencia principal* están en equilibrio bajo los efectos de la *presión de gas térmico* y la *presión de radiación*, que actúan hacia el exterior y que se oponen a la *presión gravitatoria*, que actúa hacia el interior.
- Espectros estelares** Los espectros que emiten o absorben las estrellas y que se utilizan para determinar los elementos presentes.
- Estrella** Esfera masiva de plasma que se mantiene unida mediante las fuerzas de la gravedad. Sus altas temperaturas permiten la fusión nuclear y la emisión de radiación.
- Estrellas de neutrones** Las estrellas de la *secuencia principal* cuya masa es superior a 8 masas solares se transforman en supergigantes rojas al final de su tiempo en la secuencia principal. Aquellas cuya masa original es inferior a unas 40 masas solares se transformarán en estrellas de neutrones muy densas tras una supernova. Ya no se siguen colapsando más gracias a la *presión de degeneración electrónica*.
- Estrellas enanas blancas** Estrellas relativamente calientes, de manera que son de color blanco-azulado, aunque su luminosidad es baja a causa de su pequeño tamaño. Se forman al final de la vida en la secuencia principal de estrellas cuya masa < 8 masas solares. Las capas exteriores de la estrella se eyectan en forma de *nebulosa planetaria* y el núcleo interno, que en un principio es extremadamente caliente y luminoso, se enfría y se atenúa hasta transformarse en una enana blanca.
- Expansión del universo** Sabemos que el universo se ha expandido desde el *Big Bang* y que actualmente su velocidad de expansión va en aumento, aunque se desconoce el comportamiento de las velocidades correspondientes al pasado y el futuro. Las diversas posibilidades se suelen representar en una gráfica factor de escala cósmico-tiempo.
- Factor de escala cósmico, R** Los astrónomos lo utilizan para representar el tamaño del universo mediante la comparación de la distancia entre dos lugares específicos (por ejemplo, dos galaxias) en dos instantes de tiempo distintos, uno de los cuales se suele considerar el instante actual. (Por tanto, el factor de escala cósmico del momento actual es 1). Tanto las distancias como el factor de escala cósmico aumentan con el tiempo porque el universo está en expansión. R está estrechamente vinculado al desplazamiento hacia el rojo: $z = \frac{R}{R_0} - 1$.
- Fusión nuclear** Proceso mediante el cual los núcleos ligeros se unen para formar un núcleo más pesado, liberándose energía. La fusión nuclear es la principal fuente de energía de las estrellas.
- Galaxia** Un número muy elevado de estrellas (y otra materia) que se mantienen unidas en un grupo por las fuerzas de la gravedad.
- Gigante roja (y supergigante roja)** Estrellas relativamente frías, de modo que son de color amarillo-rojizo, y cuya luminosidad es elevada debido a su gran tamaño. La mayoría de estrellas se transforman en gigantes rojas (o en supergigantes rojas) al final de su vida en la secuencia principal.
- Grupo de cúmulos de galaxias.** Pueden ser las «estructuras» más grandes del universo.
- Isótropo** Igual en todas direcciones.
- Ley de desplazamiento de Wein** Ley que conecta la longitud de onda a la que se emite la intensidad de emisión más elevada de una estrella con su temperatura superficial (véase Capítulo 8): $\lambda_{\text{máx}} T = 2,9 \times 10^{-3} \text{ m K}$.
- Ley de Hubble** La actual velocidad de recesión (la velocidad a la que parece que se aleja una estrella de la Tierra), v , de una galaxia es proporcional a la distancia que la separa de la Tierra, d . $v = H_0 d$, donde H_0 es la constante de Hubble, que se puede utilizar para estimar la edad del universo: $T \approx \frac{1}{H_0}$.

Límite de Oppenheimer-Volkoff Máxima masa de una estrella de neutrones estable que soporta la presión de degeneración electrónica contra la gravedad ($\approx 3 \times$ masa solar). Las estrellas con más masa se transforman en agujeros negros.

Luminosidad, L Potencia total irradiada por una estrella (unidad: W). Del Capítulo 8: $L = e\sigma AT^4$. (Se suele suponer que la emisividad, e , de las estrellas es igual a 1.)

Lunas (o satélites naturales) Objetos con mucha masa que describen órbitas alrededor de los planetas.

Mapa estelar Representación bidimensional de las posiciones relativas de las estrellas vistas desde la Tierra (por lo general o bien desde el hemisferio norte o bien desde el hemisferio sur).

Materia interestelar Materia que hay entre las estrellas, principalmente gases (en su mayoría hidrógeno y helio) y polvo.

Modelo de la Gran Explosión (Big Bang) Modelo del universo que se acepta en la actualidad y según el cual la materia, el espacio y el tiempo comenzaron en un punto hace 13,7 miles de millones de años y el universo se ha expandido desde entonces. A veces se le denomina modelo del Big Bang *caliente* porque las temperaturas del universo primigenio eran excepcionalmente elevadas.

Modelo newtoniano del universo Un universo infinito, uniforme y estático.

Navaja de Occam Si necesitas escoger entre dos o más teorías posibles, escoge la que presenta menos suposiciones.

Nebulosa «Nube» difusa de *materia interestelar*, formada principalmente por gases (en su mayoría hidrógeno y helio) y polvo.

Nebulosa planetaria Material emitido por las capas externas de una estrella gigante roja al final de su vida. El núcleo se transforma en una enana blanca.

Paralaje estelar Método de determinación de la distancia, d , a una estrella cercana a partir de la medida de su ángulo de paralaje: d (parsec) = $1/p$ (segundos de arco), donde p es el ángulo de paralaje de la estrella.

Parsec, pc Unidad de distancia utilizada por los astrónomos y que equivale a la distancia a una estrella cuyo ángulo de paralaje es de 1 segundo de arco.

Periodo, T Tiempo que se tarda en completar una órbita (u otro suceso que se repite regularmente).

Plasma Estado de la materia que contiene una elevada proporción de partículas cargadas independientes (protones, iones y electrones).

Presión de degeneración electrónica Proceso que tiene lugar en el interior de las estrellas enanas blancas y que las mantiene estables, impidiendo su colapso.

Presión de gas térmico (en una estrella) Presión en una estrella debida al movimiento de las partículas en su interior.

Presión de radiación Presión en una estrella debida a la radiación que emite.

Presión gravitatoria (en una estrella) Presión que actúa hacia el interior de una estrella debida a las fuerzas gravitatorias.

Radiación del fondo de microondas cósmico (CMB, por sus siglas en inglés) Espectro de radiación electromagnética que se recibe de forma prácticamente equitativa desde todas las direcciones (véase *isótropo*) y cuya temperatura característica es de 2,76 K. La radiación CMB es una prueba experimental que corrobora el modelo del *Big Bang*.

Relación masa-luminosidad Las estrellas de la *secuencia principal* con más masa tienen mayores temperaturas y mayores tasas de fusión, lo que implica que sus vidas son más cortas. La ecuación que indica la relación aproximada entre masa y luminosidad es $L \propto M^{3,5}$.

Relación periodo-luminosidad Gráfica que se utiliza con las variables Cefeidas para determinar su luminosidad a partir del cono-

cimiento de las oscilaciones de su luminosidad, lo que permite determinar su distancia a la Tierra.

Secuencia principal Es la banda de estrellas estables situada entre el extremo superior izquierdo y el extremo inferior derecho del *diagrama Hertzsprung-Russell*. La mayoría de estrellas están situadas en la secuencia principal.

Segundo de arco $\frac{1}{3600}$ de un grado.

Sistema binario Dos estrellas relativamente cercanas que orbitan alrededor de su centro de masas común.

Sistema planetario Un conjunto de masas (no estelares) que orbitan alrededor de una estrella individual.

Sistema Solar Está formado por el Sol y todos los objetos que orbitan a su alrededor.

Sol El objeto alrededor del cual orbita la Tierra. Una estrella de la *secuencia principal*.

Supercúmulo (de galaxias) Grupo de los cúmulos de galaxias. Pueden ser las mayores "estructuras" en el universo.

Supernova Explosión estelar repentina, impredecible y muy luminosa. Las supernovas de tipo Ia tienen una luminosidad conocida, lo que las hace muy prácticas como *velas estándar*.

Trayectoria de la evolución estelar Representación sobre el *diagrama HR* de los cambios que tienen lugar en la temperatura y la luminosidad de una estrella después de abandonar la secuencia principal.

Unidad astronómica (UA) Unidad de distancia utilizada por los astrónomos y que equivale a la distancia media acordada entre el Sol y la Tierra.

Universo Toda la materia, el espacio y la energía existentes; también se denomina cosmos. Pueden existir muchos universos.

Universo (observable) La parte de nuestro universo que en teoría podemos observar desde la Tierra en este instante. Lo que podemos observar está limitado por la edad del universo y la velocidad de la luz.

Universo acelerado La velocidad de recesión de las galaxias lejanas (determinada a partir del desplazamiento hacia el rojo de las supernovas de Tipo Ia) proporciona pruebas de que la velocidad de expansión del universo va en aumento.

Velas estándar Término usado por los astrónomos para describir el modo en que se puede estimar la distancia a una galaxia a partir de la luminosidad de un determinado tipo de estrellas que hay en su interior (como las variables Cefeidas o determinado tipo de supernova).

Velocidad de recesión Velocidad con la que una galaxia (o una estrella) se aleja de la Tierra.

Vía Láctea Es la galaxia en la que se encuentra nuestro Sistema Solar.

Nivel superior avanzado

En esta sección se recogen términos de la Opción D, secciones D4 y D5

Anisótropo Variable con la dirección. Compárese con *isótropo*.

Ciclo protón-protón Véase *fusión nuclear del hidrógeno*.

COBE, Explorador del fondo cósmico (por sus siglas en inglés) Satélite lanzado en 1989 para estudiar la radiación del fondo de microondas cósmico.

Criterio de Jeans Condición necesaria para la formación de una estrella: el colapso de una nube interestelar para formar una estrella solo puede comenzar si su masa $M > M_J$, donde M_J se conoce como masa de Jeans.

Curva de rotación Gráfica que representa la variación de la velocidad de rotación de las estrellas con la distancia al centro de la galaxia. La física clásica predice que las velocidades cercanas al centro de la galaxia vienen dadas por $v = \sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}}r$ y que a dis-

tancias mayores $v \propto \sqrt{\frac{1}{r}}$, pero las curvas teóricas no concuerdan con las observaciones.

Densidad crítica (del universo), ρ_c Densidad teórica para la que se comenzaría a detener la expansión del universo tras un tiempo infinito. La ecuación $\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}$ se puede derivar a partir de la teoría física clásica.

Desplazamiento hacia el rojo, cosmológico El desplazamiento hacia el rojo se debe al hecho de que la fuente y el observador se han expandido durante el tiempo transcurrido entre la emisión de la radiación y su recepción. Es una prueba experimental del modelo del *Big Bang*.

Desplazamiento hacia el rojo, efecto Doppler Desplazamiento hacia el rojo debido al hecho de que el observador y la fuente se alejan (en un espacio invariable).

Fusión nuclear del hidrógeno Es la principal fuente de energía de las estrellas de la *secuencia principal*. La fusión del hidrógeno en helio tiene tres etapas que se representan en el *ciclo protón-protón*.

Gráficas factor de escala cósmico-tiempo Manera práctica de representación de los posibles futuros del universo, con energía oscura o sin ella.

Homogéneo Todas las partes son similares.

MACHO (Objeto astrofísico masivo de halo compacto, por sus siglas en inglés) Término general que se usa para cualquier tipo de cuerpo astrofísico masivo y que podría explicar la presencia aparente de materia oscura en el universo.

Materia oscura Materia que no se ha detectado directamente porque ni emite ni absorbe radiación. La existencia de materia oscura es necesaria para explicar las velocidades de rotación de las estrellas en el interior de las galaxias, superiores a las esperadas.

Nucleosíntesis La creación de los núcleos de los elementos químicos mediante la fusión o la captura de neutrones en el interior de las estrellas. En general, el colapso de las estrellas de la secuencia principal con mayores masas da lugar a temperaturas más elevadas y, como consecuencia, los núcleos poseen energías cinéticas mayores, lo que les permite superar las enormes fuerzas de repulsión eléctricas asociadas a la fusión de los elementos más pesados.

Observatorio espacial Planck (Misión Planck) Satélite lanzado en 2009 cuyo principal objetivo era el estudio de las variaciones en la radiación CMB y cuya resolución era mucho mejor que la alcanzada por los primeros satélites.

Principio cosmológico El universo es homogéneo e isotrópico (a gran escala).

Proceso r (captura de neutrones rápidos) Nucleosíntesis relativamente rápida de los elementos más pesados. Se produce en supernovas con temperaturas y densidades electrónicas elevadas, de forma que las capturas de neutrones son más probables que las desintegraciones beta.

Proceso s (captura de neutrón térmico) Nucleosíntesis relativamente lenta de elementos pesados (pero ninguno de ellos más pesado que el Bi-209) que tiene lugar en algunas gigantes rojas, en las que las capturas de neutrones son menos probables que las desintegraciones beta.

Radiación del fondo de microondas cósmico (CMB), fluctuaciones de la Minúsculas variaciones en la radiación CMB (*anisotropías*) que ofrecen pruebas experimentales sobre el universo primigenio.

Sesgo cognitivo Se produce cuando el juicio de una persona se ve influido erróneamente por sus propias experiencias y opiniones.

Supernova, Tipo Ia Se produce cuando dos estrellas de un sistema binario se unen de forma que la *presión de degeneración electrónica* ya no es suficiente para impedir el colapso del sistema. Como solo ocurre cuando el sistema ha adquirido una determinada masa (bien conocida), las luminosidades de las supernovas de tipo Ia son siempre aproximadamente las mismas y se pueden utilizar como *velas estándar*.

Supernova, Tipo II Se produce al final de la vida de una supergigante roja y su resultado es una *estrella de neutrones* o un *agujero negro*.

Temperatura del universo (media) Disminuye a medida que el universo se expande y el factor de escala cosmológico aumenta: $T \propto \frac{1}{R}$.

Universo abierto ($\rho < \rho_c$) Un posible futuro en el que el universo sigue expandiéndose de forma indefinida.

Universo cerrado ($\rho > \rho_c$) Un posible futuro en el que el universo se deja de expandir y comienza a contraerse, para acabar al cabo del tiempo en una «Gran contracción (*Big Crunch*)».

Universo isotrópico Lo que podemos observar es esencialmente lo mismo en todas direcciones. Esto implica que el universo no tiene ni centro ni bordes.

Universo plano ($\rho = \rho_c$) Un posible futuro en el que el universo se aproxima a un tamaño limitado en un tiempo infinito.

Vida de una estrella de la secuencia principal Depende de su masa. Una masa mayor significa una tasa de fusión mayor y una vida más corta. $T \propto \frac{1}{M^{2.5}}$

WIMP (Partículas masivas que interactúan débilmente, por sus siglas en inglés) Término general que se utiliza para las partículas (actualmente no detectadas) que podrían explicar la aparente presencia de materia oscura en el universo.

WMAP (Sonda de anisotropía de microondas Wilkinson) Satélite lanzado en 2001 cuyo principal objetivo era el estudio de las variaciones en la radiación CMB.